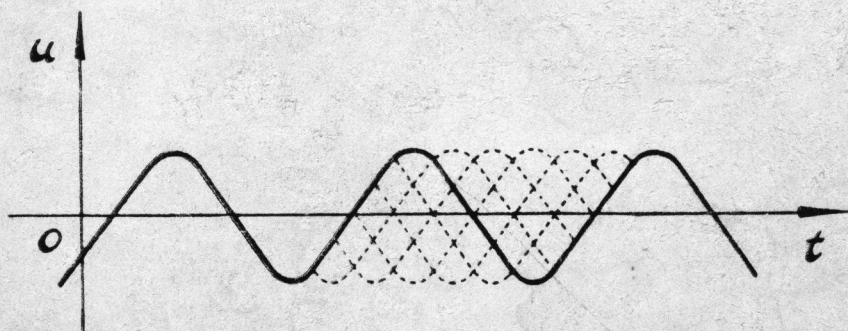


**пособие  
по физике  
для  
поступающих  
в  
ВУЗЫ**



ПОСОБИЕ ПО ФИЗИКЕ  
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ  
В ВУЗЫ

КОНТРОЛЬНЫЙ ЭКЗЕМПЛЯР

ОСНОВНОЙ ЭКЗЕМПЛЯР

В книге содержится материал по разделам курса физики, преподаваемого в средней школе, однако в ряде случаев он выходит за рамки школьной программы. Поэтому книгу можно использовать в качестве дополнительной литературы. Главная цель пособия — помочь интересующимся физикой в более углубленном изучении основных ее законов. Особое внимание при написании книги обращалось на те вопросы, в которых школьники часто ошибаются.

Издание рассчитано на лиц, окончивших среднюю школу.

Авторы пособия — преподаватели физического факультета Московского университета: *В. И. Николаев* (разд. 1, гл. 1, 2, 3), *К. В. Чернышев* (разд. 1, гл. 4), *П. С. Булкин* (разд. 2), *В. С. Никольский* (разд. 3), *О. А. Шустин* (разд. 4, гл. 1), *С. Ф. Шушурин* (разд. 4, гл. 2)

Печатается по постановлению  
Редакционно-издательского совета  
Московского университета

ПОСОБИЕ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ВУЗЫ

Тематический план 1971 г. № 219

Редакторы *В. И. Николаев* и *С. Ф. Шушурин*  
Редактор издательства *Г. М. Карасева*  
Переплет художника *А. В. Погоржельского*  
Технический редактор *Н. Л. Хафизулина*  
Корректоры *С. С. Мазурская*, *Н. Я. Корнеева*

Сдано в набор 1/IX 1971 г. Подписано к печати 24/V 1973 г.  
Формат 60×90/16. Бумага тип. № 3. Физ. печ. л. 22.  
Л-58181. Уч.-изд. л. 23,84. Изд. № 1550. Заказ № 139.  
Тираж 100 000 (1-й завод 25 000) экз. Цена 81 коп.

Издательство Московского университета  
Москва, К-9, ул. Герцена, д. 5/7.

Отпечатано с матриц Первой Образцовой типографии в топографии издательства МГУ. Москва, Ленинские горы

2-3-1  
219—71 © Издательство Московского университета, 1973 г.

73-20874

84  
1407

## РАЗДЕЛ 1. МЕХАНИКА

### ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА (ОПИСАНИЕ ВИДОВ ДВИЖЕНИЯ)

#### § 1.1. Равномерное движение

**1. Введение.** Физика, как и всякая наука о природе, ставит своей задачей познать окружающий мир, изучить его законы и применить их для решения практических задач.

В окружающем нас мире все находится в непрерывном движении. Простейшей формой движения является так называемое механическое движение — изменение взаимного расположения тел или частей тела. Установление законов механического движения тел составляет предмет одного из разделов физики — механики.

Принято делить механику на кинематику, динамику и статику. Кинематика занимается только описанием движения тел. Она вводит в рассмотрение величины, характеризующие движение, и устанавливает связь между ними. Причины возникновения движения изучает динамика, устанавливающая законы движения. Статика занимается изучением частного случая движения тела — состояния покоя, или, точнее говоря, равновесия, и условиями его существования.

**2. Материальная точка.** Изучение законов механического движения лучше всего начинать с простого случая. Сначала выделить главное, а потом, когда станут ясны основные закономерности в простом случае, нужно усложнить задачу, все более приближая ее к реальной картине.

Поэтому изучение механики начинают с изучения законов движения так называемой материальной точки. *Материальной точкой* называют тело, размерами которого можно пренебречь в данной задаче. Если, например, речь идет о движении Земли вокруг Солнца, то размерами Земли можно пренебречь по сравнению с расстоянием ее до Солнца. В этом случае Землю можно считать материальной точкой. Если же нас интересует полет самолета, то размерами Земли пренебрегать нельзя, но самолет можно рассматривать как материальную точку: его размеры пренебрежимо малы по сравнению с размерами Земли.



Конкретная ситуация обычно позволяет решить, можно ли данное тело считать материальной точкой.

Получается так, что вместо какого-то конкретного тела рассматривается материальная точка. Другими словами, она является как бы моделью тела. Такой прием часто применяют в физике, когда хотят выяснить главные черты явления, не интересуясь поначалу его деталями. По мере надобности модель можно усложнить, приближая ее к реальному объекту.

Если известны законы движения материальной точки, можно приступить к решению более сложной задачи о движении тела, размерами которого пренебречь нельзя. Такое тело можно мысленно разбить на части достаточно малых размеров (материальные точки) и применить законы движения материальной точки.

Переходим к изучению механики материальной точки. В дальнейшем всюду будем считать, что рассматриваемое тело имеет пренебрежимо малые размеры, т. е. является материальной точкой. Исключения будут составлять особо оговоренные случаи.

**3. Система отсчета.** Механическое движение — это перемещение одного тела относительно другого или перемещение частей тела относительно друг друга. Когда говорят о перемещении какого-либо тела, имеют в виду и второе тело — то, относительно которого отсчитывается перемещение. Если заранее не условиться о выборе этого второго тела, будет непонятно, о каком перемещении идет речь. Пусть, например, на палубе теплохода, плывущего вдоль реки, стоит пассажир. С точки зрения наблюдателя, находящегося на палубе, пассажир не перемещается. Но наблюдатель, стоящий на берегу, увидит, что пассажир перемещается. Движение, как и положение тел, является по своему смыслу относительным. Относительно и состояние покоя.

Так мы приходим к необходимости выбора тела, относительно которого определяются перемещения других тел. Вместе с некоторыми выбранными направлениями оно называется *системой координат*.

**4. Движение материальной точки по прямой.** Если материальная точка перемещается по прямой, то положение ее отсчитывается особенно просто. Нужно лишь выбрать на этой прямой начало отсчета и положительное направление. Тогда положение движущегося тела однозначно определяется расстоянием между его положением и началом отсчета — *координатой*. Это расстояние можно измерить. Такая система координат (вместе с началом отсчета) может быть связана (хотя бы мысленно) с каким-либо телом, которое считается неподвижным. Для краткости всюду будем считать, что, когда речь идет о системе координат, «неподвижное тело» уже выбрано. Определяя координату  $x$  данного тела в различные моменты времени  $t$ , получают зависимость  $x$  от времени  $t$ . Эту зависимость можно представить графически. Обычно по оси абсцисс откладывают время  $t$ , отсчитанное от некоторого «начального» момента времени, а по оси ординат — координату  $x$ .

На рис. 1.1 показан пример такой зависимости. Из рисунка видно, что за начальный момент времени выбран тот, когда тело имело координату  $x=0$ . В момент времени  $t=t_0$  направление движения данного

тела изменилось на обратное: координата  $x$  стала уменьшаться. Максимальная удаленность тела от начала координат равна  $x_0$ . Так, глядя на график зависимости координаты от времени, можно сделать вывод об особенностях движения.

**5. Равномерное движение.** *Равномерным* называется такое движение, при котором тело за равные промежутки времени проходит равные расстояния. Для случая равномерного движения тела вдоль прямой зависимость  $x$  от  $t$  представится на графике в виде прямой линии. В самом деле, будем определять координату движущегося тела через равные интервалы времени  $\Delta t$ . Если в начальный момент времени  $t_0$

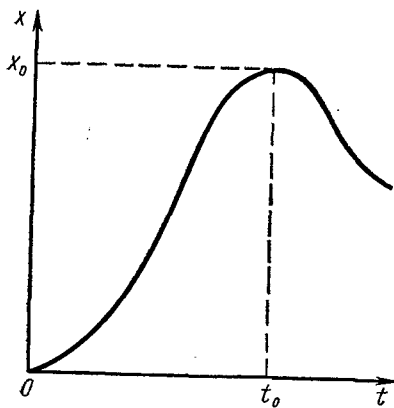


Рис. 1.1

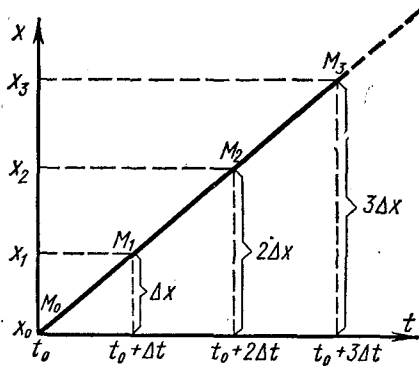


Рис. 1.2

координата тела равна  $x_0$ , то в моменты времени  $t_1 = t_0 + \Delta t$ ,  $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ ,  $t_3 = t_0 + 3\Delta t$ ,... она равна соответственно  $x_1 = x_0 + \Delta x$ ,  $x_2 = x_0 + 2\Delta x$ ,  $x_3 = x_0 + 3\Delta x$ ,.... Здесь  $\Delta x$  — изменение координаты за время  $\Delta t$ .

На графике зависимости  $x$  от  $t$  (рис. 1.2) указанным моментам времени будут соответствовать начало координат  $M_0$  и точки  $M_1, M_2, M_3, \dots$ . Отрезки  $M_0M_1, M_0M_2, M_0M_3, \dots$  — гипотенузы треугольников, катетами которых являются соответственно отрезки длиной  $\Delta t$  и  $\Delta x$ ,  $2\Delta t$  и  $2\Delta x$ ,  $3\Delta t$  и  $3\Delta x, \dots$ . Поскольку эти треугольники оказываются подобными, точки  $M_0, M_1, M_2, M_3, \dots$  лежат на одной прямой. Величину интервала  $\Delta t$  можно выбрать произвольной. Отсюда следует, что координаты  $x$ , отсчитанные в другие моменты времени, располагаются на той же прямой графика.

Нетрудно доказать, что справедливо и обратное: если график зависимости координаты от времени — прямая линия, то движение равномерное. Поэтому можно утверждать, что движение, соответствующее графику на рис. 1.1, не является равномерным.

**6. Скорость.** Движение тела по прямой можно охарактеризовать не только его координатой в различные моменты времени. Если рассматривать движение различных равномерно движущихся тел во времени, то окажется, что они, вообще говоря, перемещаются на одинаковые расстояния за разное время и, наоборот, за одинаковое

время — на разные расстояния. В таких случаях говорят, что тела движутся с различной скоростью.

Определим понятие скорости для случая равномерного движения тела вдоль прямой. *Скорость* равномерного движения есть величина, численно равная пути, который тело проходит за единицу времени. В этом определении содержится способ экспериментального нахождения определяемой величины, в данном случае — скорости.

Пусть тело, равномерно движущееся вдоль прямой, имело в момент времени  $t_1$  координату  $x_1$ , а в момент  $t_2$  — координату  $x_2$ .

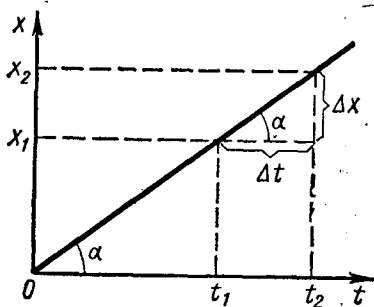


Рис. 1.3

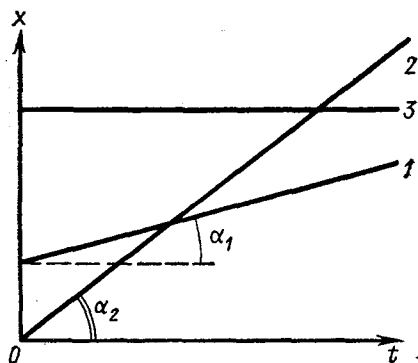


Рис. 1.4

За время  $t_2 - t_1$  оно прошло, таким образом, путь  $x_2 - x_1$ . Скорость движения тела  $v$  определяется соотношением

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Это соотношение можно записать и в более общем виде

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (1.1)$$

Здесь  $\Delta x$  — изменение координаты тела за время  $\Delta t$ .

Из соотношения (1.1) следует, что за единицу измерения скорости принимается скорость такого движения, при котором тело проходит единицу пути в единицу времени. Если путь измеряется в метрах, а время в секундах, то единицей скорости будет 1 м/сек. Часто употребляются и другие единицы измерения скорости: 1 см/сек, 1 км/сек, 1 км/час и т. д.

На графике зависимости координаты тела от времени скорость движения имеет вполне конкретный геометрический смысл (рис. 1.3). На рисунке представлен график равномерного движения тела вдоль прямой. Отношение  $\Delta x/\Delta t$  равно тангенсу угла наклона  $\alpha$  прямой линии, представляющей зависимость координаты от времени, к оси времени. Поэтому соотношение (1.1) можно записать в несколько ином виде:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (1.2)$$

Из рисунка также видно, что величина  $\operatorname{tg} \alpha$  (т. е.  $v$ ) не зависит от выбора величины интервала времени  $\Delta t$ , в течение которого отмечается соответствующее изменение координаты  $\Delta x$ . Это справедливо только для равномерного движения.

Если на чертеже представлены графики зависимости координаты от времени для нескольких материальных точек, то можно легко определить, какая из них движется быстрее. О скорости движения можно судить по величине тангенса угла наклона соответствующей прямой к оси времени (следовательно, и по величине самого угла).

На рис. 1.4 в качестве примера показаны такие графики для трех тел. Прямая 2, для которой тангенс угла наклона к оси абсцисс наибольший, соответствует равномерному движению с большей скоростью. Прямая 3, параллельная оси времени, соответствует точке, находящейся в покое (относительно выбранной системы координат).

**7. Зависимость пройденного пути от скорости и времени.** Если известна величина скорости при равномерном движении, то можно решить и обратную задачу: найти путь, пройденный телом за определенное время. Тело, двигаясь равномерно со скоростью  $v$ , за время  $\Delta t$  пройдет, очевидно, путь  $S$ , равный  $\Delta x$ :

$$S = \Delta x = v \Delta t.$$

Если  $\Delta t$  — интервал времени, начиная с некоторого момента  $t_0$  до времени  $t$ , то

$$S = v(t - t_0). \quad (1.3)$$

Это соотношение позволяет найти путь, пройденный к моменту времени  $t$  начиная с момента  $t_0$ , если известна скорость  $v$ . За начальный момент времени  $t_0$  можно принять момент  $t=0$ . Тогда мы будем знать величину пути, пройденного телом за время  $t$ :

$$S = vt. \quad (1.4)$$

Пройденный путь в этом случае связан с временем  $t$  законом прямо пропорциональной зависимости. Выбору произвольного момента  $t_0$  соответствует более общий случай линейной зависимости (1.3). Величину пути можно найти непосредственно из графика зависимости координаты от времени как изменение координаты  $\Delta x$  за соответствующее время  $\Delta t$ , т. е.  $S = \Delta x = \operatorname{tg} \alpha \Delta t$ .

**8. Сложение перемещений.** Пусть, например, человек идет по палубе плывущего по реке теплохода. Вместе с теплоходом человек перемещается относительно воды. В свою очередь, течение несет теплоход вместе с человеком. Земля вместе с расположенными на ней предметами вращается около своей оси. Как видим, движение человека является сложным и проявляется как результат ряда составляющих движений.

В приведенном примере при рассмотрении каждого составляющего движения мы выбирали систему координат. Для каждого составляющего движения это была «своя» система координат. При каждом пере-

ходе от одного движения к другому оказывалось, что «своя» система координат сама находится в движении относительно другой.

Движение, в котором участвует тело вследствие движения самой системы координат, часто называют *переносным* (в отличие от движения тела в системе координат, которое называют *относительным* движением). Таким образом, следует научиться прежде всего находить суммарное *абсолютное* перемещение тела, совершающего относительное и переносное движения.

Подчеркнем, что названия «переносное», «относительное», «абсолютное» весьма условны и зависят от выбора системы координат. Но всякое движение (как и состояние покоя) является относительным по своему характеру, т. е. требует указания системы координат.

Рассмотрим самый простой случай, когда оба движения — относительное и переносное, совершаются по одной прямой. Если точка, участвуя в относительном движении, смещается на расстояние  $x_1$ , а сама система координат за то же время перемещается (относительно другой системы координат, «неподвижной») на расстояние  $x_2$ , то суммарное перемещение тела  $x$  определяется путем сложения  $x_1$  и  $x_2$

$$x = x_1 + x_2. \quad (1.5)$$

Здесь величины  $x_1$  и  $x_2$  могут иметь разные знаки: если составляющие движения происходят в противоположных направлениях, то  $x_2 < 0$  при  $x_1 > 0$  (и, наоборот,  $x_1 < 0$  при  $x_2 > 0$ ).

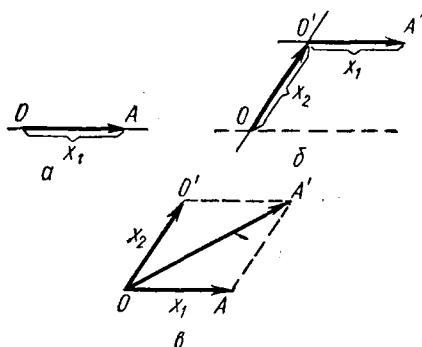


Рис. 1.5

Обратимся теперь к вопросу о сложении движений, происходящих по прямым, образующим угол. Пусть тело, двигаясь вдоль прямой, перемещается относительно выбранного тела отсчета на  $x_1$  (рис. 1.5, а). За то же самое время тело отсчета, перемещаясь по другой прямой, проходит путь  $x_2$ . Это значит, что все точки прямой, вдоль которой перемещалось рассматриваемое тело, участвуя в первом из

этих движений, сместятся также на  $x_2$ . Следовательно, и начало отсчета движущейся системы координат также сместится на  $x_2$  и займет положение O (рис. 1.5, б). Таким образом, нахождение суммарного перемещения тела сводится к нахождению третьей стороны треугольника, двумя другими сторонами которого являются отрезки длиной  $x_1$  и  $x_2$ , отложенные в направлении соответствующих движений.

Это правило сложения двух перемещений часто формулируют в виде так называемого правила параллелограмма, смысл которого ясен из рис. 1.5, в. Согласно этому правилу, суммарное перемещение тела, участвующего в двух движениях, равно диагонали параллелограмма, построенного на отрезках, длина которых равна перемещениям тела в каждом из составляющих движений.

**9. Векторы и скаляры.** Таким образом, результат сложения перемещений зависит не только от величин слагаемых, но и от направления составляющих движений. Значит, мы не все скажем о перемещении, если зададим только его величину. Нужно задать еще и направление этого перемещения в пространстве. Величины, которые характеризуются не только численным значением, но и направлением в пространстве, называются *векторами* (и пишутся со стрелкой:  $\vec{a}$ ).

Перемещение точки есть *вектор*. Вектором является и скорость, поскольку она измеряется перемещением точки за интервал времени, равный единице. На чертеже вектор изображают отрезком со стрелкой на конце, т. е. направленным отрезком (рис. 1.5). Наряду с векторами бывают величины, которые характеризуются только своим численным значением. О таких величинах нельзя сказать, как они направлены в пространстве. Эти величины называются *скалярами*. К числу скаляров относятся, например, длина, площадь, объем и т. д. В других разделах встретится немало примеров векторных и скалярных величин.

**10. Принцип независимости движений.** При нахождении суммарного перемещения тела, участвующего в двух составных движениях, мы считали эти составные движения независимыми. Поясним это более подробно. Мы предположили, что тело, двигаясь вдоль прямой, перемещается за некоторое время на расстояние  $x_1$  относительно выбранной системы координат. За то же время сама система координат (вместе с данным телом) переместилась на  $x_2$  в другом направлении. Нам нужно было найти суммарное перемещение точки, зная составные перемещения  $x_1$  и  $x_2$ . То обстоятельство, что система координат переместилась на  $x_2$ , никак не повлияло ни на величину перемещения  $x_1$  относительно движущейся системы координат, ни на направление этого перемещения. Подразумевалось, таким образом, что эти два перемещения,  $x_1$  и  $x_2$  в соответствующих направлениях, являются независимыми друг от друга. Независимость этих движений определялась самой постановкой задачи: составные движения считались наперед заданными и надо было найти лишь суммарное перемещение.

Такой подход к задаче сложения перемещений формулируют в виде *принципа независимости движений*. Смысл его состоит в том, что составные движения считаются независимыми друг от друга, если известно, что они уже заданы.

Предполагая независимость движений, можно найти суммарное перемещение тела, участвующего в нескольких составляющих движениях. Для этого надо применить правило параллелограмма соответствующее число раз: сложить два каких-либо перемещения  $x_1$  и  $x_2$ , к результату сложения добавить по тому же правилу третье перемещение  $x_3$  и т. д. Так можно, в частности, найти и суммарное перемещение человека, идущего по палубе теплохода.

**11. Сложение скоростей.** Правило сложения перемещений позволяет сформулировать и правило сложения скоростей тела, участвующего одновременно в нескольких составляющих движениях по соответствующим прямым.

Скорость движения определяется величиной пути, проходимого в единицу времени. Это значит, что задача сложения скоростей фактически сводится к задаче сложения перемещений. Единственное ограничение, накладываемое на величину перемещений, состоит в том, что перемещения происходят в течение единичного интервала времени.

Следовательно, для нахождения суммарной скорости движения, состоящего из двух простых движений, нужно воспользоваться правилом параллелограмма. На этот раз сторонами параллелограмма

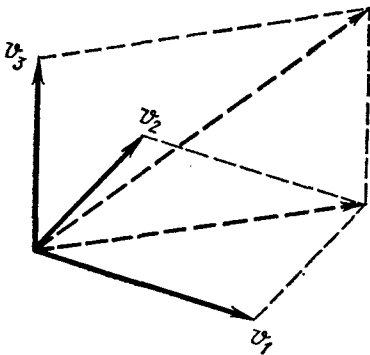


Рис. 1.6

являются векторы скоростей составляющих движений, изображенные на чертеже в виде отрезков прямых в направлениях соответствующих движений (рис. 1.6).

Если тело участвует в нескольких движениях, правило параллелограмма нужно применить последовательно несколько раз. На рис. 1.6 показан пример сложения трех скоростей. Нетрудно убедиться, что если каждое из составных движений равномерное, то и суммарное движение равномерно. В самом деле, каждому из составляющих движений соответ-

ствует в данном случае неизменная скорость. Значит, для нахождения суммарной скорости движения надо сложить слагаемые, каждое из которых не меняется со временем. Следовательно, и результат сложения не зависит от времени, т. е. движение равномерно.

## § 1.2. Равнопеременное движение

**1. Мгновенная скорость.** Движение может и не быть равномерным. Это будет в том случае, когда за равные промежутки времени тело проходит не равные расстояния. Для прямолинейного неравномерного движения также вводят понятие скорости. При этом различают среднюю и мгновенную скорости.

*Средней скоростью* на пути  $\Delta x$ , пройденном за время  $\Delta t$ , называют величину

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (1.6)$$

Как видим, способ нахождения средней скорости неравномерного движения такой же, как и для скорости равномерного движения (см. § 1.1): соотношения (1.1) и (1.6) аналогичны. Отличие состоит в том, что при нахождении скорости  $v$  равномерного движения величину интервала времени  $\Delta t$  (или расстояния  $\Delta x$ ) можно выбрать произвольной — результат всегда одинаков. Для неравномерного движения это не так: величина  $v_{\text{ср}}$  зависит от выбора  $\Delta t$  (или  $\Delta x$ ). Поэтому говорят

о средней скорости за время  $\Delta t$  или, что то же самое, о средней скорости на пути  $\Delta x$ .

Если выбрать величину интервала  $\Delta t$  достаточно малой, то в пределах этого интервала времени движение будет практически равномерным. Равномерность движения обеспечена тем лучше, чем меньше  $\Delta t$ . Среднее значение скорости  $v_{\text{ср}}$  для этого достаточно малого интервала  $\Delta t$  практически совпадает со значением скорости в любой из интервалов времени в пределах интервала  $\Delta t$ .

Таким образом, для нахождения скорости тела в какой-либо момент времени  $t_0$  (такую величину называют *мгновенной скоростью*) нужно найти предел отношения приращения пути  $\Delta x = x - x_0$  за время  $\Delta t = t - t_0$  к величине  $\Delta t$  при уменьшении величины  $\Delta t$ .

Отсюда видно, что равномерным можно называть такое движение, при котором мгновенная скорость остается неизменной.

**2. Ускорение.** Ускорение есть мера быстроты изменения скорости тела, или, иначе говоря, скорость изменения скорости. Оно измеряется изменением скорости в единицу времени. Если в начальный момент времени  $t_0$  скорость тела равна  $v_0$ , а в момент времени  $t = t_0 + \Delta t$  оказалась равной  $v$ , среднее ускорение  $a_{\text{ср}}$  тела определяется соотношением

$$a_{\text{ср}} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (1.7)$$

Скорость тела может возрастать с течением времени. Движение в таком случае называют *ускоренным*. При этом ускорение имеет положительный знак. Если скорость тела уменьшается со временем, говорят, что движение *замедленное*. В этом случае ускорение отрицательно.

Если результат, получаемый с помощью соотношения (1.7), не зависит от величины интервала  $\Delta t$ , движение называют *равнопеременным*. Если результат зависит от величины интервала  $\Delta t$ , можно по аналогии с понятием мгновенной скорости ввести понятие *мгновенного ускорения*. Под таковым будем понимать предел среднего ускорения при уменьшении интервала времени  $\Delta t$ . В дальнейшем нас будет интересовать только мгновенное ускорение.

Из соотношения (1.7) следует, что за единицу измерения ускорения принимается ускорение такого равнопеременного движения, при котором скорость тела увеличивается на единицу за единицу времени. Если измерять скорость в *м/сек*, а время в *сек*, то единицей ускорения будет *1 м/сек<sup>2</sup>*. Есть и другие единицы ускорения, например *1 см/сек<sup>2</sup>*.

Ускорение есть вектор, поскольку оно соответствует изменению вектора скорости в единицу времени. Вектор ускорения не обязательно направлен вдоль вектора скорости. Но для простоты будем пока рассматривать случаи, когда эти векторы направлены вдоль одной прямой, а затем рассмотрим более общий случай (см. § 1.3).

**3. Зависимость скорости от времени при равнопеременном движении.** Итак, *равнопеременным* называется такое движение, при котором ускорение постоянно, т. е. совпадает со средним ускорением. Для этого простейшего случая ускоренного движения можно получить ряд формул, полезных при решении практических задач.



Найдем зависимость скорости от времени при равнопеременном движении. Выберем в качестве начала отсчета времени момент  $t_0$ . Тогда  $t_0=0$ , и из соотношения (1.7) получаем

$$v = v_0 + at. \quad (1.8)$$

Эта формула дает возможность определить скорость тела  $v$  в момент времени  $t$ , если известна начальная скорость  $v_0$  и ускорение  $a$ . Следовательно,  $v$  зависит от  $t$  по линейному закону.

Зависимость скорости от времени можно изобразить графически (как и зависимость координаты от времени). Соотношение (1.8) представится на графике (рис. 1.7) в виде прямой линии. Если, как обычно,

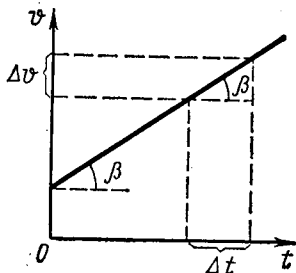


Рис. 1.7

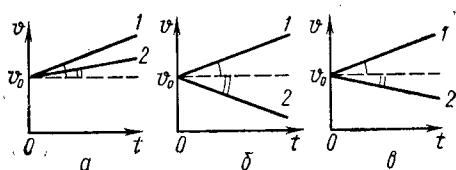


Рис. 1.8

по оси абсцисс откладывать время  $t$ , а по оси ординат — скорость  $v$ , то получим прямую линию, отсекающую по оси скоростей отрезок длиной  $v_0$ . При  $v_0=0$  (движение без начальной скорости) из (1.8) имеем

$$v = at, \quad (1.9)$$

т. е. скорость равнопеременного движения пропорциональна времени  $t$ . Графически зависимость (1.9) представляется в виде прямой линии, исходящей из начала отсчета величин  $v$  и  $t$ .

На графике зависимости скорости от времени ускорение имеет вполне конкретный геометрический смысл (подобно геометрическому смыслу скорости на графике зависимости координаты тела от времени). Рисунок 1.7 поясняет это.

Для нахождения ускорения нужно согласно (1.7) найти отношение приращения скорости  $\Delta v$  к соответствующему приращению времени  $\Delta t$ . Это эквивалентно нахождению на графике тангенса угла наклона  $\beta$  прямой, представляющей зависимость скорости от времени, к оси времени. Поэтому имеем

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \operatorname{tg} \beta. \quad (1.10)$$

Таким образом, если в виде графиков заданы зависимости скорости от времени для нескольких тел, можно легко определить, какое из них движется с большим ускорением. Об ускорении данного тела можно судить по тангенсу угла  $\beta$  для соответствующей зависимости на графике (а следовательно, по величине самого угла).

Для примера на рис. 1.8 показана зависимость (1.8) для двух тел, 1 и 2, которые движутся равнопеременно с ускорениями  $a_1$  и  $a_2$  соответственно, имея одинаковую начальную скорость  $v_0$ . Пунктирной прямой показана зависимость (1.8) для  $a=0$  (равномерное движение). На рисунке представлены три различных случая:

1) ускорения тел — положительного знака, но не равны по величине (рис. 1.8, а);

2) ускорения имеют разные знаки, причем  $a_1 > 0$ ,  $a_2 < 0$ , а величины ускорений одинаковы:  $|a_1| = |a_2|$  (рис. 1.8, б);

3) ускорения различаются как по знаку, так и по величине, причем  $|a_1| > |a_2|$ ,  $a_2 < 0$  (рис. 1.8, в).

**4. Зависимость пути от времени при равнопеременном движении.** Найдем зависимость пути от времени при заданных значениях начальной скорости  $v_0$  и ускорения  $a$ .

Для вычисления пути  $S$ , пройденного телом за время  $t$ , можно воспользоваться формулой (1.4) для пути при равномерном движении. Правда, нужно учесть, что в нашем случае скорость  $v$  — величина переменная. Формула (1.4) имеет ограниченное применение при движении с меняющейся скоростью: она справедлива, пока скорость остается практически неизменной. Значит, ее можно применять только для достаточно малых интервалов времени  $\Delta t$ .

Для нахождения пути, пройденного телом за время  $t$ , поступим следующим образом. Разобьем весь промежуток времени от 0 до  $t$  на несколько интервалов по  $\Delta t$  каждый. Величину интервала  $\Delta t$  выберем достаточно малой, чтобы в его пределах движение можно было считать равномерным. Задача нахождения пути  $S$  сведется к нахождению суммы «элементарных» путей, каждый из которых тело проходит последовательно за время  $\Delta t$ :

$$S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \dots \quad (1.11)$$

«Элементарные» пути  $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3, \dots$  тело проходит соответственно за интервалы времени от 0 до  $\Delta t$ , от  $\Delta t$  до  $\Delta t + \Delta t = 2\Delta t$ , от  $2\Delta t$  до  $2\Delta t + \Delta t = 3\Delta t, \dots$ . Хотя в пределах каждого из них скорость остается практически неизменной, все-таки она изменяется от интервала к интервалу.

Условимся считать, что в пределах времени  $\Delta t$  скорость тела равна ее значению в начале интервала (с таким же успехом можно было бы взять, например, и среднее значение скорости для данного интервала). Так что пути  $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3, \dots$  тело проходит соответственно, имея скорости  $v_0, v_0 + a\Delta t, v_0 + a2\Delta t, \dots$ . На рис. 1.9 показаны эти интервалы времени и соответствующие им значения скорости.

Теперь можно по формуле (1.4) найти каждый из «элементарных» путей:

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= v_0 \Delta t, \\ \Delta S_2 &= (v_0 + a\Delta t) \Delta t, \\ \Delta S_3 &= (v_0 + a2\Delta t) \Delta t \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Отсюда видно, что каждый из них численно равен площади соответствующих заштрихованных прямоугольников на рис. 1.10. Следовательно:

но, для нахождения пути  $S$ , пройденного телом к моменту времени  $t$ , нужно определить площадь заштрихованной фигуры, состоящей из построенных таким образом прямоугольников (рис. 1.10). Эта площадь

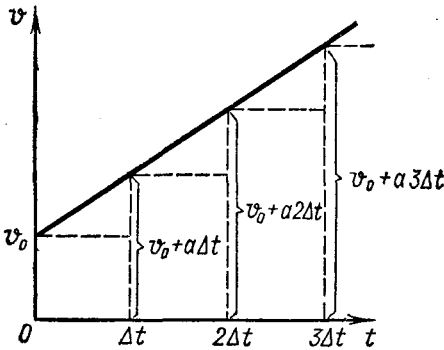


Рис. 1.9

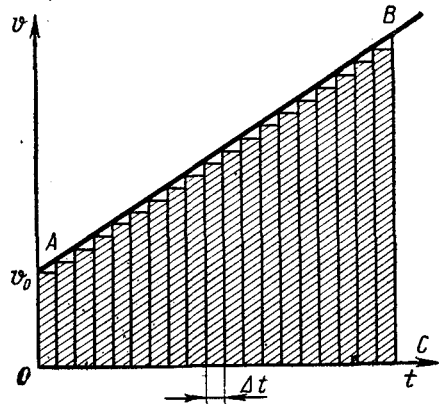


Рис. 1.10

будет тем меньше отличаться от площади трапеции  $OABC$  на рис. 1.10, чем меньше величина интервала времени  $\Delta t$ .

Мы видим, что искомая величина пути  $S$  равна площади трапеции, образованной координатными осями, прямой  $v = v_0 + at$  и ординатой, выбранной соответственно моменту времени  $t$ . Остается вычислить эту площадь:

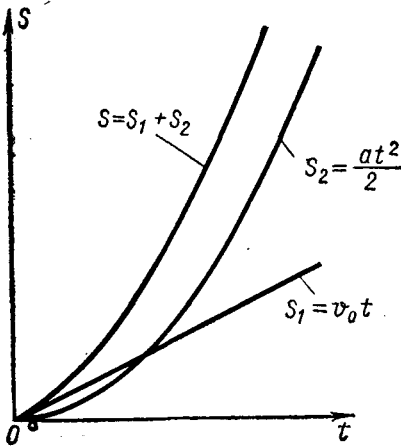


Рис. 1.11

$$S = \frac{1}{2} [v_0 + (v_0 + at)] t = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.13)$$

В частном случае движения без начальной скорости ( $v_0 = 0$ )

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad (1.14)$$

т. е. пройденный путь зависит от времени по простому параболическому закону (рис. 1.11). Из соотношения (1.14), подставляя в него  $t = v/a$ , можно получить

$$v = \sqrt{2aS}. \quad (1.15)$$

По формуле (1.15) легко рассчитать скорость, если известны ускорение  $a$  и путь  $S$ , пройденный телом из состояния покоя.

Полученные выше формулы (1.8) — (1.15) удобны при решении конкретных задач на равнопеременное движение.

**5. Равнопеременное движение как сложное движение.** Равнопеременное движение можно представить себе как сложное движение,

состоящее из двух движений. Одно из них — движение с постоянной скоростью, равной начальной скорости  $v_0$ . Другое — движение с ускорением  $a$  и нулевой начальной скоростью.

Для пояснения этого введем в рассмотрение две системы координат. В качестве одной из них возьмем ту, относительно которой данное тело движется в момент времени  $t=0$  со скоростью  $v_0$ . Будем называть эту систему неподвижной. Выберем в качестве второй системы координат такую, которая движется относительно неподвижной со скоростью, равной начальной скорости тела  $v_0$  (как по величине, так и по направлению). Назовем ее движущейся системой координат.

Если бы данное тело не имело ускорения ( $a=0$ ), оно было бы неподвижным относительно этой второй системы координат. Тогда за время  $t$  перемещение этого тела относительно неподвижной системы координат было бы равно  $S_1=v_0t$ . Но если тело, кроме того, перемещается относительно движущейся системы координат с ускорением  $a$ , не имея начальной скорости в этой системе, то за такое же время оно переместится относительно движущейся системы на  $S_2=at^2/2$ .

Суммарное перемещение  $S$  складывается из перемещений  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся независимыми (см. рис. 1.11):

$$S = S_1 + S_2 = v_0t + \frac{at^2}{2}.$$

Полученное соотношение соответствует формуле (1.13).

Суммирование величин  $S_1$  и  $S_2$  надо, конечно, понимать как алгебраическое, так как векторы начальной скорости и ускорения, хотя они и направлены вдоль одной прямой, могут быть направлены противоположно друг другу.

Равнопеременное движение является примером сложного движения тела, участвующего одновременно в двух движениях. Одно из них можно назвать *переносным*. Это движение с постоянной скоростью, равной начальной скорости  $v_0$ . С этой скоростью тело перемещается («переносится») вместе с движущейся системой координат. Второе из движений можно назвать *относительным*. Это ускоренное движение с нулевой начальной скоростью относительно движущейся системы координат. Скорость  $v_0$  можно в рамках такого рассмотрения называть переносной скоростью, тогда как относительная скорость будет  $at$ . Суммарная, абсолютная, скорость (относительно неподвижной системы отсчета) складывается из этих двух:  $v=v_0+at$  — в соответствии с формулой (1.8).

Суммарное движение, состоящее из относительного и переносного, называют иногда *абсолютным* движением.

**6. Свободное падение тел.** Практически важный случай равнопеременного движения — свободное падение тел. Законы свободного падения тел были открыты великим итальянским астрономом и физиком Галилео Галилеем. Им было установлено, что движение свободно падающего (без начальной скорости) тела есть движение равноускоренное. Кроме того, он установил, что ускорение всех падающих тел в данном месте — одно и то же. Правда, при свободном падении в воздухе

разные тела имеют все-таки не вполне одинаковые ускорения. Но их ускорения и скорости будут совершенно одинаковыми, если их поместить в безвоздушное пространство (например, в трубку, из которой откачан воздух).

Принято обозначать ускорение свободного падения буквой  $g$ . В пределах Земли значения  $g$  зависят от географической широты и высоты места. Для Москвы  $g=981,523 \text{ см/сек}^2$ . К свободному падению тел можно применить формулы для равнопеременного движения.

Рассмотрим сначала случай, когда тело брошено (с начальной скоростью) вертикально вниз. Движение его будет при этом равноускоренным. Поскольку тело перемещается по вертикали, удобнее вместо пройденного пути  $S$  ввести в рассмотрение, как это часто делают, высоту  $h$ . Будем отсчитывать высоту  $h$  от того места, где тело находилось в начальный момент времени, поэтому  $S=h$ . Рисунок 1.12,  $a$  поясняет это на примере свободно падающего шарика, который в момент времени  $t=0$  находился у поверхности стола, где  $h=0$ . С учетом сделанных ого-

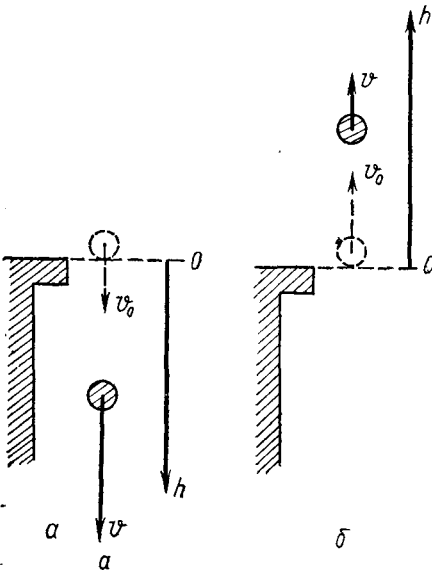


Рис. 1.12

ворок о том, что для падения обозначения несколько иные ( $a=g$ ,  $S=h$ ), общие формулы (1.8) и (1.13) принимают вид

$$v = v_0 + gt, \quad (1.8')$$

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}. \quad (1.13')$$

Для случая  $v_0=0$  (свободное падение) имеем, аналогично (1.9) и (1.14)

$$v = gt, \quad (1.9')$$

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (1.14')$$

Наконец, в соответствии с формулой (1.15) можно вычислить и скорость тела, пролетевшего в свободном падении высоту  $h$ :

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (1.15')$$

Если тело брошено вертикально вверх, формулы (1.8) и (1.13) выглядят несколько иначе (см. рис. 1.12, б). Помимо оговорок, сделанных при написании формул (1.8') и (1.13'), надо еще учесть, что в данном случае направления ускорения  $g$  и начальной скорости  $v_0$

противоположны, т. е. движение будет равнозамедленным. Поэтому в соотношениях (1.8) и (1.13) нужно сделать замену  $a = -g$ , после чего получим

$$v = v_0 - gt, \quad (1.8'')$$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.13'')$$

Отметим одно обстоятельство, отличающее формулы (1.13') и (1.13''). В первом случае высота  $h$  отсчитывалась вертикально вниз — в направлении начальной скорости  $v_0$ . Во втором — хотя тоже в направлении скорости  $v_0$ , но вертикально вверх. Аналогично этому и скорость  $v$  брошенного тела отсчитывалась в противоположных направлениях: в первом случае вертикально вниз, во втором — вверх. Это надо иметь в виду при сопоставлении формул (1.8') и (1.8'') и пользовании ими.

Из соотношения (1.8'') видно, что скорость брошенного вертикально вверх тела постепенно убывает с течением времени, пока не станет, наконец, равной нулю. Выясним, через какое время  $t_1$  и на какой высоте  $h_1$  это случится. Полагая  $v = 0$  в формуле (1.8''), получим  $t_1 = v_0/g$ . Соотношение (1.13''), в свою очередь, дает

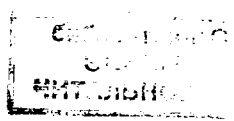
$$h_1 = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2g}. \quad \checkmark$$

По достижении высоты  $h_1 = v_0^2/2g$  (она будет максимальной) тело будет затем падать. Вычислим скорость  $v_2$ , которую тело будет иметь, пролетев в свободном падении, начиная с момента времени  $t_1$ , такую же высоту  $h_1$ , на которую оно поднялось. Согласно формуле (1.15')

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2g \frac{v_0^2}{2g}} = v_0. \quad \checkmark$$

Мы получили, таким образом, что брошенное вертикально вверх тело вернется назад со скоростью, равной по величине его начальной скорости. Поскольку и ускорение было одинаковым на пути  $h_1$  «туда» и «обратно», то скорость  $v_2$ , равную  $v_0$ , тело приобретет за такое же время  $t_1$ . Оно вернется, таким образом, в исходное место через время  $2t_1 = 2v_0/g$  после начала движения.

Все сказанное выше о равнопеременном движении как о сложном движении можно применить и к случаю свободного падения тел. Иначе говоря, можно считать, что свободно падающее тело участвует в двух независимых движениях. Одно из них (переносное) — движение с постоянной скоростью, равной начальной скорости брошенного тела  $v_0$ . Другое (относительное) — движение с ускорением  $g$  без начальной скорости. С этой точки зрения можно рассматривать и формулы (1.13') и (1.13''), а также (1.8') и (1.8'').



### § 1.3. Криволинейное движение

**1. Скорость при криволинейном движении.** До сих пор мы ограничивались рассмотрением таких случаев движения, когда тело перемещалось по прямой линии. Чаше, однако, встречаются движения тел по кривым линиям — *криволинейное движение*. Линию, по которой движется тело, часто называют *траекторией*. Криволинейным является движение тела, брошенного под углом к горизонту, движение Земли вокруг Солнца. По кривой линии перемещаются точки на ободе движущегося колеса. Для простоты мы будем всюду ограничиваться рассмотрением только *плоского* движения, при котором траектория тела лежит в определенной плоскости.

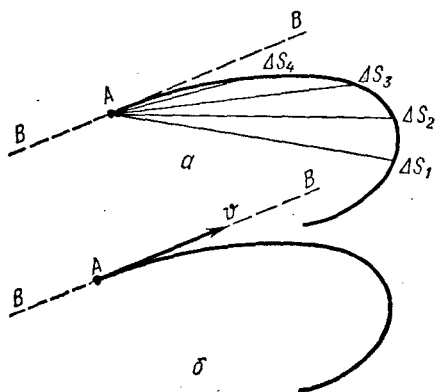


Рис. 1.13

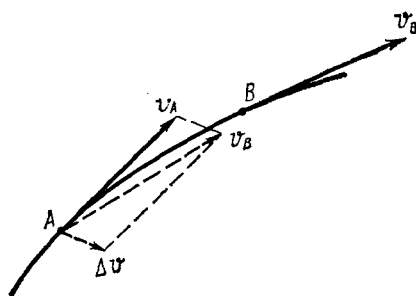


Рис. 1.14

Криволинейное движение тела, как и прямолинейное, характеризуется его скоростью. Скорость криволинейного движения тела  $v$  (как и скорость движения тела по прямой) измеряется отношением перемещения тела  $\Delta S$  за интервал времени  $\Delta t$  к величине этого интервала

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (1.16)$$

Как и в случае движения тела по прямой, интервал времени  $\Delta t$  должен быть достаточно малым, если только мы хотим определить не среднюю скорость тела за время  $\Delta t$ , а мгновенную его скорость, или просто скорость. Одна из причин этого — такая же, как и при движении точки вдоль прямой: если время  $\Delta t$  недостаточно мало, то вычисляемая таким образом скорость может оказаться зависящей от величины интервала  $\Delta t$ . Но есть и другая причина. Скорость — вектор, и потому надо правильно определить не только ее величину, но и направление в данный момент времени. Для прямолинейного движения было и так ясно, как направлена скорость — вдоль заданной прямой. При криволинейном движении направление вектора, определяемого отношением  $\Delta S/\Delta t$ , зависит от времени  $\Delta t$ .

На рис. 1.13, *a* показан пример движения тела по криволинейной траектории. Из рисунка видно, что по мере уменьшения интервала

времени  $\Delta t$  не только изменяется величина перемещения тела от исходного положения в точке  $A$  ( $\Delta S_1$  — за время  $\Delta t_1$ ,  $\Delta S_2$  — за время  $\Delta t_2$  и т. д.), но меняется и направление соответствующего перемещения  $\Delta S$ . С уменьшением  $\Delta t$  вектор перемещения  $\Delta S$  все более приближается к направлению касательной  $BB$ , проведенной в данной точке  $A$  траектории. При весьма малых  $\Delta t$  направление вектора  $\Delta t$  будет почти совпадать с направлением касательной. Отсюда можно заключить, что вектор скорости тела направлен по касательной к его траектории (рис. 1.13, б).

**2. Ускорение при криволинейном движении.** Другой характеристикой криволинейного движения является ускорение. Как и для движения тела вдоль прямой, при криволинейном движении ускорение измеряется отношением приращения скорости  $\Delta v$  за интервал времени  $\Delta t$  к величине этого интервала  $\Delta t$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Интервал  $\Delta t$  надо брать настолько малым, чтобы при дальнейшем уменьшении  $\Delta t$  (а следовательно, и приращения скорости  $\Delta v$ ) отношение  $\Delta v/\Delta t$  практически не менялось. Если же время  $\Delta t$  будет недостаточно мало, отношение  $\Delta v/\Delta t$  даст нам среднее ускорение за время  $\Delta t$ .

В отличие от случая прямолинейного движения тела, при криволинейном движении направление вектора ускорения в данной точке траектории может не совпадать с направлением вектора скорости.

На рис. 1.14 показан пример движения тела по криволинейной траектории. Пусть данное тело перемещается за время  $\Delta t$  из точки  $A$  в точку  $B$ . Векторы скорости тела в этих точках  $v_A$  и  $v_B$  показаны на рисунке. Скорости  $v_A$  и  $v_B$  могут отличаться как по величине, так и по направлению.

Найдем приращение скорости при переходе тела из точки  $A$  в точку  $B$ . Для этого необходимо воспользоваться правилом параллелограмма. Перенесем вектор  $v_B$  в точку  $A$  параллельно самому себе и построим параллелограмм. Получившийся вектор  $\Delta v$  и будет вектором приращения скорости за время  $\Delta t$ .

Если время  $\Delta t$  выбрано достаточно малым, отношение  $\Delta v/\Delta t$  дает нам не только среднее (за время  $\Delta t$ ) ускорение, но и практически совпадающее с ним ускорение в точке  $A$ . Направление вектора ускорения тела в точке  $A$  будет тогда близко к направлению вектора  $\Delta v$ , т. е. отличаться от направления вектора скорости  $v$  в той же точке.

Тело потому и движется по кривой линии, что имеет ускорение, направленное под углом к вектору скорости. Если бы направление векторов скорости и ускорения совпадали в каждой точке траектории, саматраектория была бы прямой линией.

**3. Движение по окружности.** Одним из наиболее распространенных и практически важных случаев криволинейного движения является движение по окружности. Движение по окружности — частный случай плоского движения. Рассмотрим его подробнее.



Быстроту движения тела по окружности принято характеризовать не только его скоростью  $v$ . Вводят в рассмотрение еще и так называемую угловую скорость, обозначаемую  $\omega$ . Под *угловой скоростью* тела (малых размеров), движущегося по окружности около какой-либо оси, понимают величину, численно равную отношению угла поворота радиуса, проведенного из центра окружности к телу, за время  $\Delta t$  к интервалу  $\Delta t$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (1.17)$$

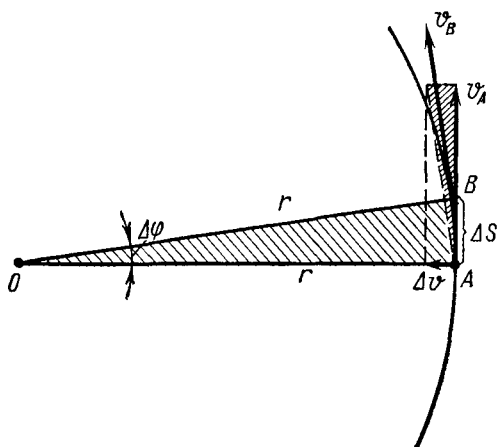


Рис. 1.15

Здесь  $\Delta\varphi$  — угол поворота этого радиуса за интервал времени  $\Delta t$ . Как и при определении понятия «обычной» скорости  $v$ , интервал времени  $\Delta t$  должен быть достаточно малым.

Если отношение  $\Delta\varphi/\Delta t$  не зависит от выбора  $\Delta t$  (т. е. угловая скорость не меняется с течением времени), движение часто называют «равно-

мерным движением по окружности». Этим хотя бы подчеркнуть именно то обстоятельство, что угловая скорость  $\omega$  для такого движения постоянна. Пользуясь этим термином, надо иметь в виду, что, строго говоря, всякое движение по окружности является ускоренным (а не равномерным), поскольку сопровождается изменением направления вектора скорости  $v$ .

Единицей измерения угловой скорости является 1 радиан в секунду, или  $1 \text{ рад/сек}$  (напомним, что радиан — угол, соответствующий дуге, длина которой равна радиусу). Часто быстроту движения тела по окружности характеризуют еще и числом полных оборотов тела около оси вращения, совершаемых за единицу времени,  $n \text{ оборотов/сек}$ . Поскольку один полный оборот соответствует углу  $2\pi \text{ рад}$ , то

$$\omega = 2\pi n \frac{\text{рад}}{\text{сек}} \quad (1.18)$$

Найдем связь между угловой скоростью  $\omega$  и «обычной» скоростью  $v$  (ее в отличие от угловой называют *линейной* скоростью).

Пусть тело (материальная точка), двигаясь по окружности радиуса  $r$  за время  $\Delta t$ , переместилось по дуге, соответствующей углу  $\Delta\varphi$  (рис. 1.15). Линейная скорость тела измеряется отношением перемещения  $\Delta S = AB$  за то же время  $\Delta t$  к величине  $\Delta t$ . Если интервал  $\Delta t$  мал (а следовательно, мал и угол  $\Delta\varphi$ ), равнобедренный треугольник  $OAB$  можно считать прямоугольным, так что

$$\Delta S \cong r \sin(\Delta\varphi) \cong r\Delta\varphi.$$

Это выражение тем точнее, чем меньше  $\Delta t$ . Теперь можно определить линейную скорость

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{r \Delta \varphi}{\Delta t}.$$

Подставляя сюда  $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ , получаем искомое соотношение

$$v = \omega r. \quad (1.19)$$

Из соотношения (1.19) видно, что чем больше радиус  $r$  окружности, тем больше при той же угловой скорости  $\omega$  линейная скорость  $v$ .

Все вышесказанное о движении тела малых размеров по круговой траектории можно применять и к случаю вращения тела, размерами которого пренебречь нельзя. Если тело вращается как целое относительно какой-либо оси, его можно мысленно разбить на части достаточно малых размеров, к которым будет применимо все сказанное выше. Для всех частей такого вращающегося тела одна из перечисленных характеристик вращательного движения будет общей — угловая скорость  $\omega$ .

По этой схеме можно было бы рассмотреть, например, вращательное движение Земли вокруг своей оси.

**4. Центробежное ускорение.** При движении тела по окружности вектор ускорения  $a$  составляет некоторый угол с вектором скорости  $v$ , как и при всяком криволинейном движении. Направление и величину ускорения можно найти по общему правилу, изложенному ранее.

Применим его к частному случаю движения тела по окружности, когда величина скорости остается неизменной (равномерное движение по окружности).

Пусть тело (малых размеров) движется с постоянной по величине скоростью  $v$  по окружности радиуса  $r$ , центр которой находится в точке  $O$  (рис. 1.15). Найдем величину и направление ускорения этого тела для какой-либо произвольной точки  $A$  траектории. В соответствии с общим правилом определим отношение приращения  $\Delta v$  линейной скорости за достаточно малое время  $\Delta t$  к величине этого интервала  $\Delta t$ . Через время  $\Delta t$  тело переместится на  $\Delta S$  и окажется в другой точке траектории (точка  $B$  на рисунке). Векторы линейной скорости в точках  $A$  и  $B$ ,  $v_A$  и  $v_B$ , совпадая по величине, несколько отличаются по направлению. Чтобы найти приращение скорости  $\Delta v$  за время  $\Delta t$ , перенесем вектор  $v_B$  в точку  $A$ , сохраняя его направление, и воспользуемся правилом параллелограмма. Заштрихованные на рисунке треугольники оказываются подобными, поскольку векторы  $v_A$  и  $v_B$ , оба равные по величине  $v$ , направлены по касательным в точках  $A$  и  $B$ .

Поэтому можно записать  $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta S}{r}$ . Но так как

$$\Delta S = v \Delta t,$$

то

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v \Delta t}{r},$$

откуда

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}. \quad (1.20)$$

Мы нашли, таким образом, величину ускорения тела в произвольно выбранной точке  $A$  окружности. Найдем теперь его направление.

Поскольку в приведенном рассмотрении величина  $\Delta t$  была малой, малым является и перемещение  $\Delta S$ . Следовательно, каждый из заштрихованных треугольников содержит по два почти прямых угла (угол  $\Delta\phi$  — мал). Отсюда следует, что вектор  $\Delta v$  (значит, и вектор  $a$ ) направлен перпендикулярно вектору  $v$ , т. е. к центру окружности. По этой причине ускорение, определяемое соотношением (1.20), называют *центростремительным* ускорением.

Таким образом, тело, движущееся с постоянной по величине скоростью  $v$  по окружности радиуса  $r$ , испытывает ускорение, всегда направленное к центру окружности и равное по величине  $v^2/r$  — центростремительное ускорение.

Воспользовавшись соотношением (1.19), можно также выразить центростремительное ускорение через угловую скорость  $\omega$

$$a = \omega^2 r. \quad (1.21)$$

Подчеркнем, что формулы (1.20) и (1.21) справедливы только при постоянных по величине  $v$  и  $\omega$  при заданном  $r$ .

Полученное выражение для величины центростремительного ускорения можно использовать для анализа конкретных случаев движения. Если, например, окажется, что тело движется с ускорением, направленным перпендикулярно направлению его движения, а величина скорости не меняется с течением времени, то его траектория — окружность. Может оказаться также, что лишь часть его траектории является отрезком окружности. Зная ускорение и линейную скорость, можно, если потребуется, определить радиус этой окружности.

Неправильно считать, что движение по окружности с постоянной по величине скоростью  $v$  (когда величина ускорения не меняется с течением времени) есть равнопеременное движение. При таком движении непрерывно меняется направление ускорения в пространстве. Поэтому движение по окружности с постоянной линейной скоростью не является равнопеременным, как не является оно и равномерным.

**5. Проекция вектора на заданное направление.** При рассмотрении практических задач, связанных с движением различных тел, часто бывает необходимо определить движение тела лишь в каком-либо одном направлении, например в направлении вектора начальной скорости. Или же, если в задаче нужно вычислить дальность полета брошенного тела, нас интересует только горизонтальное направление. Отсюда видно, что важно научиться решать и такие задачи, в которых нас интересует заданное направление.

Пусть некоторое тело движется со скоростью  $v$  (как показано на рис. 1.16,  $a$ ) и нам нужно найти скорость этого тела в направлении  $AA'$  под углом  $\alpha$  к вектору скорости  $v$  (это направление обозначено на рисунке пунктиром). Очевидно, вектор скорости тела можно представить

в виде суммы двух других векторов, один из которых направлен вдоль прямой  $AA$ . Таких представлений вектора скорости (т. е. разложения его на составляющие) можно построить согласно правилу параллелограмма сколько угодно. Один из них показан на рис. 1.16, б. Движение данного тела можно, следовательно, представить как сложное движение, состоящее из двух других. Способ разложения, представленный на рис. 1.16, б, не упрощает задачи о движении в интересующем нас направлении, поскольку участие тела в движении со скоростью  $v_2$  также вызовет перемещение его в направлении прямой  $AA$ , которое добавится к перемещению за счет движения со скоростью  $v_1$ .

Задача, однако, будет практически решена, если из бесконечного числа параллелограммов мы выберем прямоугольный параллелограмм (рис. 1.16, в). И в этом случае тело участвует в двух движениях — со скоростями  $v_{\parallel}$  и  $v_{\perp}$ , но второе из них не вызовет перемещения тела в направлении  $AA$ . Движение в заданном направлении будет обусловлено только скоростью  $v_{\parallel}$ , которая является, таким образом, искомой скоростью. Согласно рис. 1.16, в

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha. \quad (1.22)$$

Скорость  $v_{\parallel}$ , определяемую соотношением (1.22), принято называть *проекцией* скорости  $v$  на заданное направление, составляющее угол  $\alpha$  с направлением вектора скорости  $v$ .

Сформулированную выше задачу можно, следовательно, назвать задачей о нахождении проекции скорости на заданное направление. Графическое решение этой задачи сводится в соответствии с формулой (1.22) к тому, что надо найти длину направленного отрезка, заключенного между началом вектора скорости  $v$  и основанием перпендикуляра, опущенного из конца вектора  $v$  на заданное направление (рис. 1.16, г).

Подчеркнем особо, что нахождение проекции вектора скорости на заданное направление и разложение вектора скорости на составляющие не одно и то же. Проекция вектора определяется однозначно — это связано с построением единственно возможного (для заданного направления) прямоугольного параллелограмма. Разложение же вектора скорости на составляющие не однозначно, поскольку связано с построением параллелограммов, которых (даже для заданного направления) можно построить сколько угодно.

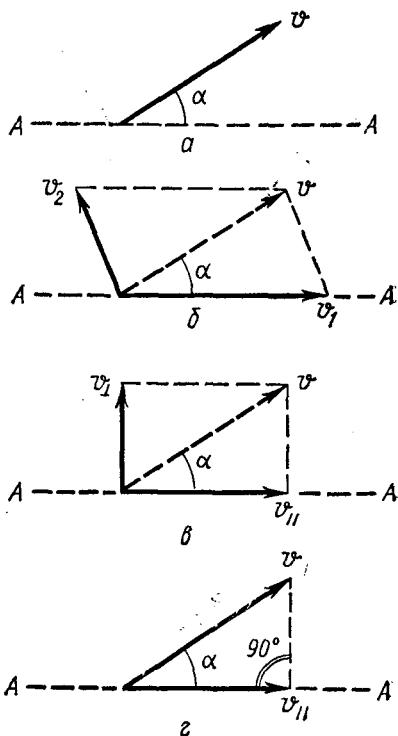


Рис. 1.16

Все сказанное здесь о векторе скорости применимо и к вектору перемещения, поскольку скорость измеряется перемещением тела в единицу времени. То же относится и к вектору ускорения, так как ускорение равно изменению скорости в единицу времени.

Если нужно, например, найти проекцию вектора ускорения  $a$  на направление, составляющее угол  $\alpha$  с направлением вектора ускорения  $a$ , то нужно воспользоваться формулой, аналогичной формуле (1.22)

$$a_{\parallel} = a \cos \alpha. \quad (1.23)$$

Зная характеристики движения для избранного направления, можно выяснить интересующие нас особенности движения в этом направлении.

**6. Прямоугольная система координат.** Как видно из предыдущего, задачу о движении какого-либо тела можно значительно упростить, если ввести в рассмотрение проекции векторов на взаимно перпендикулярные направления. Упрощение задачи, получающейся в результате применения такого приема, состоит в том, что можно изучать перемещение тела по отдельности вдоль любого из выбранных взаимно перпендикулярных направлений.

Можно найти, например, перемещение тела вдоль выбранного направления в зависимости от времени, зная проекции векторов скорости и ускорения на это направление. Целый ряд характерных особенностей движения тела в выбранном направлении можно при этом найти, не решая задачи для другого направления. В этом главное преимущество выбора именно взаимно перпендикулярных направлений как направлений составляющих движений.

Если нас интересует суммарное перемещение тела, то в этом случае удобно также ввести в рассмотрение проекции перемещения на взаимно перпендикулярные направления. Найдя сначала перемещение вдоль каждой из выбранных взаимно перпендикулярных прямых, можно затем, сложив их по правилу параллелограмма, найти суммарное перемещение в нужный момент времени.

Здесь необходимо помнить, что при нахождении скорости перемещения тела вдоль прямой мы для простоты ограничиваемся случаями, в которых ускорение тела для данного направления есть величина постоянная. Но идея подхода к общему случаю, когда ускорение меняется с течением времени, нам по существу уже известна: нужно выбирать столь малые времена движения  $\Delta t$ , в течение которых величина ускорения не меняется. Проводя рассмотрение последовательно для этих малых интервалов времени  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots$ , можно решить задачу о перемещении тела вдоль данного направления в общем случае. Суммарное перемещение будет при этом алгебраической суммой «элементарных» перемещений  $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3, \dots$  за соответствующие интервалы времени  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots$ . Мы, однако, ограничимся лишь указанием самой идеи решения задачи в общем случае.

Все преимущества выбора взаимно перпендикулярных направлений как направлений составляющих движений можно использовать

в полной мере, если отсчитывать перемещения тела в прямоугольной системе координат (ее часто называют *декартовой*).

В общем случае, когда тело движется в пространстве, приходится вводить три взаимно перпендикулярные оси, по которым отсчитываются координаты тела  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в данный момент времени (рис. 1.17). Мы, однако, условились раньше рассматривать лишь случаи плоского движения. Поэтому нам достаточно будет двух взаимно перпендикулярных направлений отсчета (рис. 1.18). Отметим еще раз, что вовсе не обязательно выбирать именно прямоугольную систему координат.

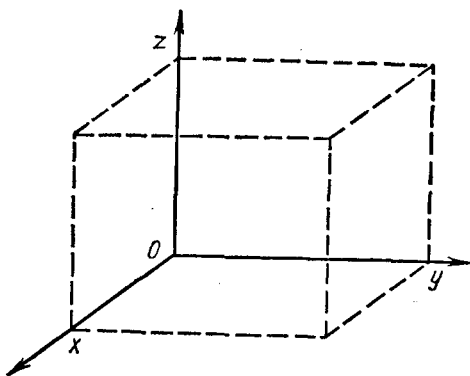


Рис. 1.17

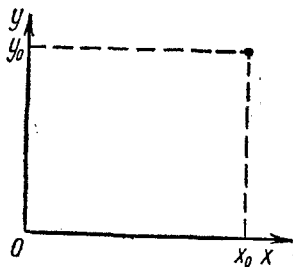


Рис. 1.18

Но для всех других систем отсчета (у которых координатные оси не являются взаимно перпендикулярными) мы не получим тех преимуществ, о которых говорилось выше.

В дальнейшем мы будем пользоваться только прямоугольной системой координат.

## ГЛАВА 2. ДИНАМИКА (ЗАКОНЫ НЬЮТОНА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ)

### § 1.4. Законы Ньютона

**1. Первый закон Ньютона (закон инерции).** В предыдущей главе, посвященной кинематике материальной точки, были введены основные величины, характеризующие механическое движение, — перемещение, скорость, ускорение, и была установлена связь между ними для ряда случаев. В настоящей главе рассматриваются причины изменения скорости движения и их связь с основными характеристиками движения.

Повседневный опыт показывает, что изменение скорости само по себе не возникает. Например, пуля вылетает из ствола ружья в результате действия на нее пороховых газов.

При возникновении движения тела меняется его скорость, т. е. тело приобретает ускорение. Поэтому можно сказать, что первоначально покоившемуся телу сообщается ускорение только под действием на него других тел.

Состояние покоя является по своему смыслу относительным: скорость тела определяется выбором системы отсчета. По этой причине приведенное выше утверждение можно формулировать несколько иначе: величина и направление скорости тела изменяются только в результате воздействия на него других тел.

Будем называть тело, на которое не действуют другие тела, изолированным. В таком случае можно сказать, что *изолированное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения*. Это — так называемый *закон инерции*. Исаак Ньютон сформулировал три основных закона механики, первым из которых стал закон инерции Галилея.

Первый закон Ньютона не является чем-то совершенно очевидным, поскольку изолировать тело от действия других тел невозможно. Он является результатом обобщения данных многих опытов по изучению движения тел. Хотя непосредственно проверить первый закон Ньютона нельзя, этот закон подтверждается всей совокупностью данных различных опытов, в том числе и таких, в которых изучаемое тело удается в какой-то степени изолировать от воздействия на него других тел.

Первый закон Ньютона утверждает, что изолированное тело будет двигаться прямолинейно и равномерно или оставаться в покое. Поскольку характер движения зависит от выбора системы координат, первый закон утверждает, что есть такие системы координат, в которых изолированное тело движется именно прямолинейно и равномерно (или остается в покое). Чтобы подчеркнуть эту сторону дела, первому закону Ньютона придают несколько иную формулировку: *существуют такие системы координат, в которых изолированное тело движется прямолинейно и равномерно или находится в состоянии покоя*. Такие системы координат принято называть *инерциальными* (в них изолированное тело движется по инерции).

Причина возникновения движения тела, таким образом, известна — воздействие на данное тело других тел. Но у нас нет еще количественной характеристики воздействия одного тела на другое. Нужно ввести в рассмотрение величины, позволяющие характеризовать это воздействие.

**2. Масса.** Пусть у нас имеются два взаимодействующих тела. Каждое из этих тел, не будучи изолированным, будет испытывать ускорение. Непосредственными измерениями можно установить, что какими бы ни были по величине ускорения этих тел  $a_1$  и  $a_2$ , они всегда противоположны по направлению, а их отношение есть величина, всегда постоянная для данной пары тел:

$$\frac{a_1}{a_2} = \text{const.} \quad (1.24)$$

Для другой пары взаимодействующих тел отношение их ускорений

может быть другим, но оно также не будет зависеть от величин самих ускорений.

В опыте, в котором надо определить отношение ускорений двух взаимодействующих тел, следует, конечно, позаботиться о том, чтобы сами ускорения  $a_1$  и  $a_2$  вызывались, по возможности, только воздействием этих тел друг на друга. Это условие практически обеспечивается, например, при взаимодействии двух шариков, лежащих на гладкой поверхности и связанных пружинной.

Поскольку отношение ускорений  $a_1/a_2$  — величина постоянная для взятой пары тел, можно заключить, что оно определяется свойствами только этих двух тел.

Свойство тел, определяемое соотношением (1.24), связывают с понятием *массы* взаимодействующих тел и считают, что отношение ускорений  $a_1/a_2$  определяется отношением масс взаимодействующих тел  $m_1/m_2$ . При этом принято считать, что тело, у которого ускорение больше, имеет меньшую массу, так что

$$\frac{a_1}{a_2} = -\frac{m_2}{m_1}. \quad (1.25)$$

Вводя количественную характеристику какого-либо свойства тела (в данном случае массы тела  $m$ ), надо уметь определять ее на опыте. Любое из тел можно взять в качестве эталона и считать, что его масса равна единице. Тогда, зная отношение массы другого тела к массе эталона, можно определить и его массу. Отношение масс «неизвестного» тела и эталона можно определить из данных эксперимента, в котором измеряются ускорения этих двух тел и их отношение, т. е. в соответствии с (1.25).

Обычно так не делают, а определяют неизвестную массу другими, более простыми способами (см. § 1.5).

Эталон массы (платиновая гиря) хранится в г. Севре (под Парижем), в Международном бюро мер и весов. Масса этого эталона принята равной 1 кг. Кроме единицы массы в 1 кг применяют и другие, в соответствующее число раз от нее отличающиеся, например 1 г.

Масса есть величина, обладающая свойством *аддитивности*. Если известны массы частей тела  $m_1, m_2, m_3, \dots$ , то масса этого тела  $m$  будет равна их сумме:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots \quad (1.26)$$

Масса — величина скалярная. Она характеризует не только способность тела приобретать ускорение в результате воздействия на него другого тела (т. е. является не только мерой инертности тела). Масса тела является также мерой количества вещества, заключенного в нем в силу ее аддитивности. Массы тел могут отличаться, даже если размеры тел и форма их одинаковы. Поэтому для удобства вводят понятие *плотности* — массы единичного объема вещества. Если масса тела  $m$ , а объем его  $V$ , то плотность вещества, из которого состоит тело, равна

$$\rho = \frac{m}{V}.$$



Если вещества, из которых состоят тела, одинаковы (т. е. одинаковы и их плотности), то можно сравнить массы этих тел, сравнивая их объемы. Наряду с перечисленными выше свойствами масса характеризует еще и гравитационные свойства тела (см. § 1.5).

**3. Сила. Второй закон Ньютона.** Итак, в добавление к характеристикам движения у нас имеется величина, характеризующая поведение тела под воздействием другого тела, — масса тела  $m$ . Но ее явно недостаточно для описания причин возникновения ускорения тела. Наличие ускорения у данного тела зависит от воздействия на него другого тела, а масса  $m$  характеризует свойства самого тела независимо от того, какое воздействие оно испытывает.

Из соотношения (1.25) имеем

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2. \quad (1.27)$$

В этом равенстве произведение массы на ускорение для любого из двух взаимодействующих тел  $ma$  отражает как свойства самого тела, так и воздействие на него другого тела. При другом воздействии второго тела на данное тело величина  $ma$  также будет другой. Следовательно, величину  $ma$  можно принять за меру воздействия второго тела на данное тело массы  $m$ .

Величина, численно равная произведению массы данного тела на его ускорение  $a$ , называется *силой*, действующей на данное тело:

$$F = ma. \quad (1.28)$$

В этом определении силы содержится способ ее экспериментального нахождения. Силу можно определить и по-другому. Воздействие одного тела на другое приводит к деформации — изменению формы тел. Величина деформации зависит от величины силы. По величине деформации можно, следовательно, определить и приложенную силу (§ 1.5). В ряде случаев можно найти действующую силу, пользуясь известными из опыта законами, которым подчиняются те или иные виды сил (§ 1.5).

Уравнение (1.28) выражает *второй закон Ньютона*. Его можно сформулировать следующим образом: *сила, действующая на тело, равна произведению массы его на ускорение*.

Второй закон Ньютона формулируют и несколько иначе: ускорение тела, вызываемое действием на него силы, пропорционально приложенной силе и обратно пропорционально массе тела

$$a = \frac{F}{m}. \quad (1.29)$$

В такой формулировке отчетливо видно, что сила — причина, вызывающая ускорение тела. Второй закон Ньютона потому и является законом, что он позволяет вычислить ускорение тела, зная действующую на него силу.

Из формулы (1.29) видно, что единицей силы является сила, сообщаящая телу единичной массы ускорение, равное единице. Если  $m = 1 \text{ кг}$  и  $a = 1 \text{ м/сек}^2$ , то  $F = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}^2$ . Эту единицу силы называют *ньютон*

(н). Часто применяется и другая единица силы — дина (дн): дина — такая сила, которая сообщает массе в 1 г ускорение, равное 1 см/сек<sup>2</sup>, т. е.  $1 \text{ дн} = 1 \text{ г} \cdot \text{см}/\text{сек}^2$ . Легко видеть, что  $1 \text{ н} = 10^5 \text{ дн}$ .

Сила — вектор, поскольку ускорение является вектором. Следовательно, ускорение тела всегда направлено в сторону действующей на него силы (рис. 1.19). Второй закон Ньютона дает возможность, таким образом, определить не только величину ускорения, зная приложенную силу, но и направление ускорения. Как и для всякого другого вектора, для вектора силы можно определить его проекцию на заданное направление. Это позволяет по известной силе вычислить ускорение тела и установить характер движения в интересующем нас направлении.

Мы до сих пор говорили о воздействии лишь одного тела на данное. Если на тело действует несколько сил, эти силы можно сложить, применяя правило параллелограмма нужное число раз, и найти, таким образом, результирующую силу. При этом подразумевается, что действующие на тело силы независимы друг от друга: действие любой из сил не влияет на действие остальных. Такой подход к решению задачи о сложении сил часто называют *принципом независимости действия сил*.

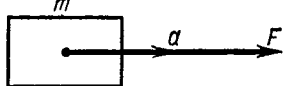


Рис. 1.19

Отметим, что  $a=0$  при  $F=0$ , т. е. скорость тела не меняется, если на него не действует сила. Этот результат находится в соответствии с первым законом Ньютона. Однако он вовсе не означает, что первый закон Ньютона является формальным следствием второго. При  $F=0$  скорость тела не меняется в той системе (системах) отсчета, существование которой устанавливается первым законом.

**4. Третий закон Ньютона.** Опыт показывает, что всякое воздействие одного тела на другое носит характер взаимодействия. Другими словами, если одно тело действует на другое с какой-то силой, то и второе тело действует на первое с определенной силой. Каким именно является это взаимодействие тел — устанавливает третий закон Ньютона.

По данным опыта, взаимодействующие тела сообщают друг другу ускорения, противоположные по направлению. Это хорошо видно на примере явления «отдачи». Если пуля вылетает из ружья, то ружье (первоначально покоившееся) приобретает скорость, т. е. испытывает ускорение, в направлении, противоположном скорости пули, — как говорят, «испытывает отдачу».

Пользуясь формулой (1.27), можно найти соотношение между силами, с которыми взаимодействуют два тела. По второму закону Ньютона величина  $m_1 a_1$  в этой формуле равна силе, действующей на тело массы  $m_1$  со стороны второго тела:

$$m_1 a_1 = F_1.$$

Аналогично этому

$$m_2 a_2 = F_2.$$

есть сила, которая действует на тело массы  $m_2$  (со стороны первого тела). Согласно (1.27) окончательно имеем

$$F_1 = -F_2. \quad (1.30)$$

Это и есть *третий закон Ньютона: тела взаимодействуют между собой с силами, всегда равными по величине и противоположными по направлению.*

Третий закон Ньютона дополняет содержание второго закона Ньютона. Если второй закон позволяет количественно описать воздействие одного тела на другое, то третий закон устанавливает, что это воздействие имеет характер взаимодействия. Более того, третий закон Ньютона устанавливает количественно, каким именно является взаимодействие тел: силы взаимодействия всегда равны и противоположны по направлению.

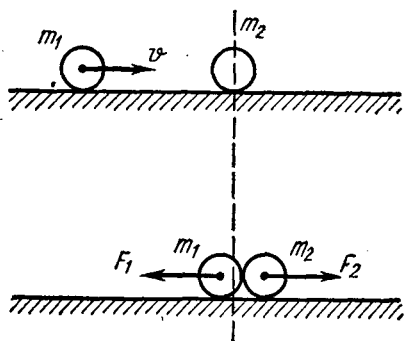


Рис. 1.20

На рис. 1.20 показаны для примера силы, с которыми взаимодействуют два шарика  $m_1$  и  $m_2$ , один из которых, двигаясь со скоростью  $v$ , наталкивается на другой, первоначально покоящийся.

Отметим, что третий закон Ньютона ничего не говорит о величине сил взаимодействия кроме того, что они равны и противоположны в каждый момент времени.

Если взаимодействуют не два, а сразу несколько тел, то в соответствии с принципом независимости действия сил третий закон Ньютона справедлив для любой пары тел.

**5. Уравнение движения и основная задача механики.** Уравнение (1.28) называют уравнением движения. С его помощью можно вычислить неизвестную величину, если известны остальные две. Например, можно вычислить ускорение  $a$ , если известны масса тела  $m$  и действующая на него сила  $F$ .

Чтобы найти ускорение тела в конкретной задаче, необходимо уметь определить действующие на него силы. Для этого надо знать законы, на которых основаны способы нахождения силы, отличные от использования уравнения  $F=ma$ . Но если сила  $F$  стала нам известна, то тогда можно будет решить задачу об определении скорости тела и его положения в любой момент времени по известным начальным условиям. Эту задачу называют основной задачей механики. Основная задача механики — далеко не единственная ее задача, но одна из важнейших.

Схема решения этой задачи состоит в следующем. Уравнение движения  $F=ma$  содержит векторы силы (или результирующей всех действующих на тело сил) и ускорения. Следовательно, оно по своему смыслу векторное, т. е. может быть записано для любого заданного направления; в таком случае оно будет связывать проекции векторов  $F$  и  $a$  на это направление. Записывая его для направлений координатных

осей выбранной системы координат, можно определить ускорение данного тела в этих направлениях. Для случая плоского движения это будут ускорения в двух направлениях —  $a_x$  и  $a_y$ , равные соответственно  $F_x/m$  и  $F_y/m$ .

Если известны начальные условия — координаты тела  $x_0$  и  $y_0$  и составляющие его скорости  $v_{0x}$  и  $v_{0y}$  в начальный момент времени  $t=0$ , — можно определить скорость тела в этих направлениях и его новые координаты через некоторое время, считая его движение равнопеременным:

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \quad v_y = v_{0y} + a_y t,$$
$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Эти формулы полностью определяют вектор скорости и положение тела в пространстве в любой момент времени  $t$ , если ускорение тела не меняется с течением времени.

Если окажется, что сила  $F$  (или любая из ее составляющих) заметно меняется с течением времени, эту задачу надо последовательно решить для интервалов времени  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots$ , достаточно малых, с тем, чтобы движение в пределах этих интервалов можно было считать равнопеременным (с ускорениями, вообще говоря, несколько различными для них). «Начальными условиями» для каждого из этих интервалов времени будут служить координаты и скорость в конце предыдущего интервала. Таким образом, уравнения движения позволяют в принципе решить задачу об определении скорости тела и его положения в любой последующий момент времени, если известны начальные условия и результирующая всех действующих на него сил.

Не следует путать уравнение движения с уравнением траектории тела, хотя между ними есть нечто общее, а именно: уравнение движения тела дает возможность, как мы видели, найти уравнение его траектории.

Итак, основная задача механики может быть решена, если нам известны законы, которым подчиняются различные виды сил, и способы определения этих сил.

## § 1.5. Силы в механике

**1. Виды сил.** Принято различать силы в механике по той их специфической роли, какую они играют в механическом движении. В соответствии с этим различают следующие виды сил:

- 1) упругие силы,
- 2) силы тяготения,
- 3) силы трения.

Силы, действующие на тела, подчиняются не только второму и третьему законам Ньютона — основным законам динамики. Они подчиняются и другим законам, также найденным из опыта.

В приведенной выше последовательности мы и рассмотрим различные виды сил.

2. Упругие силы. Если к телу массы  $m$ , лежащему на гладкой поверхности, прикрепить пружину (рис. 1.21, а) и начать растягивать ее с силой  $F$ , тело начнет двигаться (рис. 1.21, б). При этом можно заметить, что приложенная сила не только сообщает телу ускорение  $a$ , но и несколько удлиняет пружину — деформирует ее. Действие силы на пружину проявляется, таким образом, двояко: сила наряду с ускорением вызывает и деформацию. Может даже оказаться и так, что действие силы проявится только в виде деформации. Это будет в том случае, когда масса тела  $m$  весьма велика и ускорение будет ничтожно малым. Фактически же эти два проявления силы, ускорение и деформация, всегда сопутствуют друг другу.

Строго говоря, сила  $F$  сообщает ускорение не телу  $m$ , а пружине, потому что именно к пружине она приложена. Что касается тела  $m$ , то оно получает ускорение под действием силы, которая приложена к нему со стороны другого конца пружины. При этом существенно, что пружина будет действовать на тело только в том случае, когда она деформирована силой  $F$ . Пружина

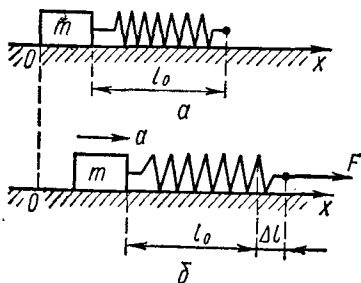


Рис. 1.21



Рис. 1.22

оказывается деформированной в результате того, что разные ее части, двигаясь с различными ускорениями, проходят разные пути.

Силы, которые возникают при деформациях тел, называют *упругими*. В данном случае оказалась деформированной пружина, и ее сила, приложенная к телу  $m$ , будет упругой.

Найдем теперь, каким образом связаны величины силы  $F$ , действующей на пружину, и упругой силы, с которой пружина действует на данное тело  $m$  (обозначим ее  $F_1$ ). Под действием силы  $F$  пружина и тело  $m$  приобретут одинаковые ускорения, если изменение длины пружины прекратилось (будем считать, что так оно и есть). По третьему закону Ньютона тело  $m$  будет действовать на пружину с такой же по величине силой  $F'_1$ , с какой на него действует пружина:  $F'_1 = F$ . Направления этих сил будут противоположными.

На рис. 1.22, где изображены пружина и тело (для удобства отдельно друг от друга), показаны эти силы и их направления. Из рисунка видно, что тело  $m$  приобретает ускорение под действием одной только силы  $F_1$ , тогда как пружина — под действием силы  $F$  и  $F_1$ , направления которых противоположны. Запишем уравнение движения тела  $m$  и пружины (считая, что ее масса равна  $\mu$ )

$$F_1 = ma, \quad F - F'_1 = \mu a.$$

Нас интересует связь между величинами  $F$  и  $F_1$  независимо от того, какова величина ускорения  $a$ . Поэтому исключим из этих уравнений  $a$ , учитывая, кроме того, что  $F_1 = F'_1$ ,

$$\frac{F - F_1}{F_1} = \frac{\mu}{m}.$$

Отсюда получаем

$$F_1 = \frac{F}{1 + \mu/m}. \quad (1.31)$$

Из этого уравнения видно, что сила  $F_1$ , действующая на тело со стороны растянутой пружины, вообще говоря, отличается от силы  $F$ , растягивающей пружину, а говоря точнее — несколько меньше ее:  $F_1 < F$ . Соотношение между этими силами зависит от отношения масс  $\mu/m$ . Если, однако, масса пружины гораздо меньше массы тела, к которому она прикреплена ( $\mu/m \ll 1$ ), силы  $F$  и  $F_1$  практически совпадают:  $F_1 = F$ . Это очень важный результат. Оказывается, что если масса пружины пренебрежимо мала, можно считать, что упругая сила ее, действующая на тело, такая же, как если бы сила была приложена непосредственно к данному телу. Но в таком случае по величине деформации такой пружины можно судить о величине приложенной силы  $F$ .

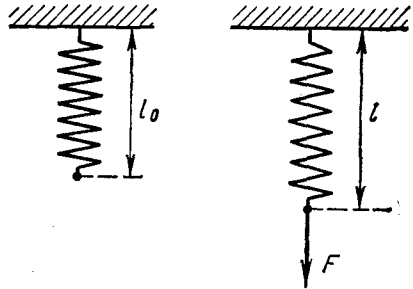


Рис. 1.23

**3. Динамометры.** Мы видим, таким образом, что можно вообще не знать наперед, какая сила приложена к пружине, прикрепленной к данному телу. О величине этой силы можно судить по тому, как эта пружина растянута. Достаточно лишь проградуировать пружину и с ее помощью можно будет измерить действующую силу. Такая проградуированная пружина носит название *динамометра* (буквально — «силомер»).

Способ градуировки динамометра очевиден. Нужно неподвижно закрепить один конец пружины, а ко второму ее концу прикладывать силу  $F$ , величина которой известна (рис. 1.23). Изменяя величину приложенной силы, можно менять и деформацию пружины (ее удлинение), величина которой соответствует величине приложенной силы  $F$ . Результаты этих измерений можно представить в виде таблицы или графика (это будет «паспорт» динамометра).

Если имеется пружина для динамометра, то вся проблема в том, «где взять» силу, величина которой известна. Можно поступить, например, так. Сначала надо осуществить опыт, схема которого изображена на рис. 1.21, используя в этом опыте какую-либо другую (также неотградуированную) пружину. Измерив массу тела  $m$  и его ускорение

$a$  в этом опыте, а также и удлинение  $\Delta l$  пружины, можно будет вычислить упругую силу, которая должна быть равна  $ma$ . Так мы получим эталон силы, равной по величине  $ma$ , в виде пружины, которую нужно лишь растянуть известным образом — на  $\Delta l$ .

Для того чтобы иметь возможность изменять величину силы, достаточно будет затем изготовить точную копию этой пружины-эталона и соединить ее с «оригиналом», как показано на рис. 1.24. Меняя угол  $\alpha$

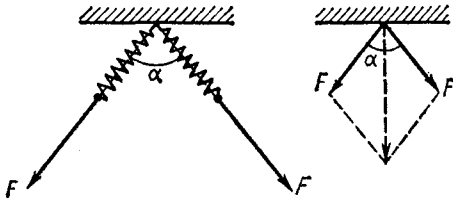


Рис. 1.24

между ними, при одинаковой величине деформации  $\Delta l$  этих двух одинаковых пружин, можно менять и суммарную их силу. С помощью этих пружин можно теперь проградуировать и пружину, предназначенную для динамометра. Этот способ градуировки вполне осуществим. Но практически поступают по-дру-

гому, несколько проще (см. далее).

Итак, если в нашем распоряжении имеется динамометр, мы можем непосредственно измерить силу. Тогда, пользуясь вторым законом Ньютона, можно по известным силе и массе вычислить ускорение тела в конкретной задаче.

Таким образом, использование динамометров делает принципиально возможным решение основной задачи механики в тех случаях, где можно ими воспользоваться для измерения неизвестных нам сил.

Еще раз подчеркнем, что масса динамометра должна быть мала по сравнению с массой того тела, к которому посредством динамометра прикладывается измеряемая им сила. Это значит, что если у нас имеется набор динамометров, то нужно выбрать из него подходящий, ибо для тела данной массы не всякий динамометр укажет силу, равную измеряемой силе. При динамических измерениях, т. е. при измерениях силы, вызывающей ускорение тела (рис. 1.21), динамометры разной массы дадут различные показания. При статических же измерениях (когда оба конца пружины неподвижны) все динамометры дадут одинаковые показания. Это следует из того, что пружина в таких измерениях не движется и силы, приложенные к ее концам, должны быть одинаковы. С точки зрения формулы (1.31) это соответствует тому, что  $F_1 = F$  и, следовательно,  $\mu/m = 0$ , т. е. масса «неподвижного» тела, к которому прикреплен растянутая пружина, весьма велика. Это вполне естественный результат, так как точка закрепления «неподвижного» конца пружины выбирается всегда на таком теле, масса которого велика (хотя бы по сравнению с массой динамометра  $\mu$ ).

**4. Закон Гука.** Зависимость величины деформации от вызывающей ее силы в общем случае является довольно сложной. Однако опыт показывает, что при не слишком больших силах (или деформациях) эта зависимость чрезвычайно проста: деформация пропорциональна приложенной силе. Так формулируется закон Гука.

Запишем закон Гука в виде уравнения для случая, когда сила  $F$  деформирует пружину, имеющую в нерастяннутом состоянии длину  $l_0$ . Если под действием силы  $F$  длина пружины увеличилась лишь незначительно и стала равной  $l$ , то согласно закону Гука

$$F = k\Delta l, \quad (1.32)$$

где  $\Delta l = l - l_0$  — величина деформации пружины, а  $k$  — так называемый *коэффициент жесткости* (упругости), или просто *жесткость*. Коэффициент жесткости характеризует упругие свойства пружины. Чем больше жесткость  $k$ , тем меньше при данной величине силы  $F$  деформация пружины  $\Delta l$ , как говорят, пружина является более жесткой. Из соотношения (1.32) видно, что жесткость  $k$  определяется отношением величины приложенной силы к вызванной ею деформации. Если сила измеряется в ньютонах, а длина пружины в метрах, то размерность жесткости будет н/м. Аналогично можно получить и другие единицы измерения жесткости, например  $\text{дн/см}$ , если сила измерена в динах, а длина — в сантиметрах.

В пределах справедливости закона Гука коэффициент  $k$  не должен зависеть от величины приложенной силы. Этим, собственно, определяются пределы применимости закона Гука для данной пружины.

Графически закон Гука представляется в виде прямой линии, проходящей через начало отсчета величин  $F$

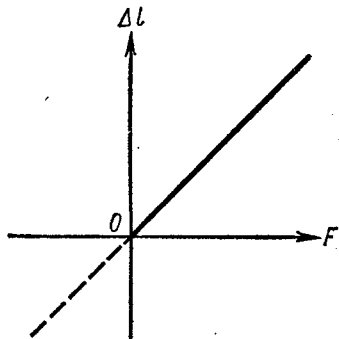


Рис. 1.25

и  $\Delta l$ . На рис. 1.25 представлена зависимость (1.32), причем пунктиром показан тот случай, когда сила  $F$  сжимает пружину (при изменении знака силы в (1.32) меняется и знак деформации).

Зависимость (1.32) можно трактовать и несколько иначе. Если растягивать пружину рукой с силой  $F$ , то согласно третьему закону Ньютона такая же по величине сила будет действовать и на руку со стороны пружины (в противоположном направлении). Следовательно, уравнение (1.32) определяет также силу, с которой растянутая пружина действует на другие тела.

Все сказанное о законе Гука относится не только к пружине, но и к другим упругим телам — стержню, нити и т. д. Коэффициент  $k$  в законе Гука (1.32) обычно называют *коэффициентом упругости*. Это относится, в частности, к стержню и нити.

Мы рассмотрели лишь деформацию удлинения (и сжатия), тогда как существуют и другие виды деформаций. Но уже на этом примере деформаций видна принципиальная возможность решения основной задачи механики в случае, когда движение определяется упругими силами. Применение динамометров облегчает решение этой задачи. Использование же закона Гука (там, где он применим) еще более упрощает ее.



Что касается других видов деформации, закон Гука для них также справедлив. Только вид уравнения, описывающего зависимость этих деформаций от приложенной силы, будет несколько иным. Но так же, как и уравнение (1.32), оно будет содержать параметр, характеризующий упругие свойства вещества (аналогично жесткости пружины  $k$ ).

**5. Абсолютно твердое тело.** Способностью деформироваться под действием приложенной силы обладают все тела. Однако не во всякой конкретной задаче деформации того или иного тела существенно велики. Более того, учет изменения формы тела под действием приложенных к нему сил может неоправданно усложнить решаемую задачу. Поэтому в целях некоторого упрощения приходится иногда считать, что деформация тела отсутствует. Иными словами, приходится вводить представление об *абсолютно твердом теле*.

По сути дела, мы и раньше уже были вынуждены рассматривать именно абсолютно твердые тела. Вся механика материальной точки (которой мы в основном занимаемся) фактически посвящена изучению законов движения абсолютно твердого тела. Действительно, все тела имеют конечные размеры и, деформируясь, изменяют свою форму. Если движущееся тело деформируется «по ходу дела», скорости и траектории его частей будут различны. Вводя понятие материальной точки, мы как раз считали, что различные части тела ведут себя при движении совершенно одинаковым образом. Ясно, что взаимное расположение частей такого тела при движении не должно меняться.

Таким мы считали, например, и тело массы  $m$  в опыте, схема которого представлена на рис. 1.21 и 1.22. Ускорения (и скорости) всех точек этого тела мы считали одинаковыми. Это позволило нам записать уравнение движения этого тела в том виде, в каком оно описывает поведение материальной точки:  $F_1 = ma$ . Между тем тело  $m$  должно быть деформировано. Это видно хотя бы из того, что упругая сила пружины  $F_1$  непосредственно действует только на переднюю (правую на рис. 1.22) часть тела. Под действием этой силы передние участки тела получают ускорение и сместятся относительно последующих его частей, деформируя тело. Остальные части тела будут двигаться уже под действием упругих сил, возникших из-за деформации тела. Деформированное тело будет действовать на пружину, которая эти деформации вызывает. Сила  $F'_1$ , с которой тело  $m$  действует на пружину в соответствии с третьим законом, является, таким образом, упругой силой, как и сила пружины  $F_1$ .

Обычно величина деформаций тела бывает мала по сравнению с размерами тела. Поэтому представление о материальной точке (и абсолютно упругом теле) позволяет получить результаты, хорошо оправдывающиеся на опыте. В тех же случаях, когда деформации тела не малы или же когда именно они нас интересуют, от такой идеализации приходится отказаться.

**6. Закон всемирного тяготения.** Силы *тяготения* — другая разновидность сил, которые изучает механика. Эти силы называют еще *гравитационными*.

Наблюдения показывают, что все тела притягиваются друг к другу вследствие гравитационного взаимодействия. Величина сил тяготения, с которыми взаимодействуют тела, определяется законом всемирного тяготения, который установил Ньютон путем анализа известных из астрономии законов движения небесных тел (законов Кеплера). Согласно закону всемирного тяготения любые два тела массы  $m_1$  и  $m_2$  притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния  $r$  между ними

$$F \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (1.33)$$

В этой формулировке закон всемирного тяготения устанавливает характер зависимости силы взаимодействия от величин  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $r$ . Для нахождения численного значения силы надо написать точное равенство, вводя в зависимость (1.33) коэффициент пропорциональности:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (1.34)$$

Здесь  $\gamma$  — так называемая *гравитационная постоянная*, подлежащая определению на опыте.

Закон всемирного тяготения, записанный в виде уравнения (1.34), сформулирован только для таких тел, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними. Иначе говоря, он справедлив для материальных точек. Поэтому для нахождения силы взаимодействия тел, размерами которых пренебречь нельзя, надо рассмотреть взаимодействие достаточно малых частей этих тел и найти затем суммарную силу взаимодействия.

Есть, однако, один практически важный случай, когда уравнение (1.34) применимо к протяженным телам. Можно доказать, что уравнение (1.34) применимо для однородных сферически симметричных тел, если только за величину  $r$  принимать расстояние между центрами этих тел. Важность этого случая видна из того, что Земля — почти сфера.

Согласно (1.34) гравитационная постоянная  $\gamma$  численно равна силе, с которой притягиваются две единичные точечные (или сферически симметричные) массы, расположенные на расстоянии, равном единице. Численное значение  $\gamma$  впервые определил в конце XVIII в. Г. Кэвендиш. Согласно последним более точным измерениям численное значение гравитационной постоянной  $\gamma = 6,65 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг}^2 \cdot \text{сек}^2$ . Величина  $\gamma$  оказывается размерной, поскольку она связывает в уравнении (1.34) величины, единицы измерения которых уже выбраны.

Таким образом, для определения силы тяготения, с которой взаимодействуют два тела, необходимо знать лишь их массу и расстояние между ними. Это весьма важно с точки зрения решения основной задачи механики. Поскольку гравитационную силу можно определить, минуя второй закон Ньютона, это дает возможность вычислять ускорение данного тела по известной силе, которая на него действует (§ 1.4).

Из уравнения (1.34) видно, что на каком бы расстоянии  $r$  от тела  $m_1$  мы ни поместили тело  $m_2$ , на него всегда будет действовать сила тя-

готения. Значит, любой точке пространства будет соответствовать определенная по величине и направлению сила, действующая на тело  $m_2$ .

Принято говорить, что тело находится в силовом поле, если любой точке пространства соответствует действующая на него сила, зависящая только от координат этого тела. При заданных массах  $m_1$  и  $m_2$  сила, действующая на тело  $m_2$ , зависит только от положения этого тела относительно тела  $m_1$ . Поэтому можно сказать, что тело  $m_2$  находится в поле тяготения тела  $m_1$ . Аналогично, тело  $m_1$  находится в гравитационном поле тела  $m_2$ .

**7. Динамика свободного падения.** С точки зрения закона всемирного тяготения становится понятно, почему все тела падают в данном месте Земли с одинаковым ускорением  $g$  (§ 1.2).

Найдем ускорение свободного падения тела массы  $m$  вблизи Земли из закона всемирного тяготения.

Землю, притягивающую к себе тело  $m$ , можно считать однородным шаром. Размерами данного тела можно пренебречь по сравнению с размерами Земли. Поэтому в данном случае можно воспользоваться уравнением (1.34)

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}. \quad (1.35)$$

Здесь  $M$  — масса Земли,  $R$  — ее радиус. В качестве расстояния между центрами взаимодействующих тел (как того требует формула (1.34)) взят радиус Земли, поскольку расстоянием от тела до поверхности Земли можно пренебречь по сравнению с  $R \approx 6400$  км. Под действием силы  $F$  тело испытывает ускорение  $g$ , так что уравнение движения тела можно записать в виде

$$\gamma \frac{Mm}{R^2} = mg,$$

откуда

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}. \quad (1.36)$$

Ускорение свободного падения  $g$  не зависит, таким образом, от массы падающего тела, т. е. для всех тел одинаково в соответствии с данными опыта (§ 1.2).

Зная радиус Земли  $R$ , ускорение свободного падения  $g$ , а также  $\gamma$ , откуда можно найти массу Земли  $M$ . Она оказывается равной  $6 \cdot 10^{27}$  г.

Подчеркнем, что, найдя ускорение свободно падающего тела, мы тем самым по существу решили основную задачу механики в частном случае. Это оказалось возможным потому, что в дополнение к законам Ньютона мы использовали закон всемирного тяготения, который позволил вычислить силу, действующую на тело.

**8. Взвешивание тел.** Закон всемирного тяготения открывает еще один способ определения массы тел, более простой по сравнению с описанным ранее. Этот способ основан на том, что сила тяготения пропорциональна массе тела, на которое она действует.

Найдем силу, которую будет испытывать пружина со стороны подвешенного к ней тела (рис. 1.26). На тело массы  $m$  действуют две силы: сила земного тяготения  $\gamma \frac{Mm}{R^2}$  — вниз (ее часто называют также силой тяжести) и упругая сила со стороны деформированной пружины  $T$  — вверх. Поскольку  $\gamma \frac{M}{R^2} = g$ , сила тяжести равна  $mg$ . Если тело находится в покое, то согласно второму закону Ньютона  $mg - T = 0$ . Упругая сила  $T$ , действующая на тело со стороны пружины, равна, таким образом, силе  $mg$ . Но в таком случае и тело  $m$  (будучи несколько деформированным пружиной) в соответствии с третьим законом Ньютона действует на пружину с упругой силой  $T_1 = mg$  (см. рис. 1.26).

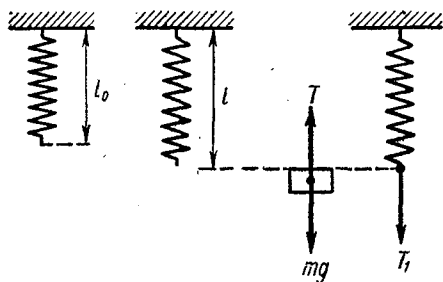


Рис. 1.26

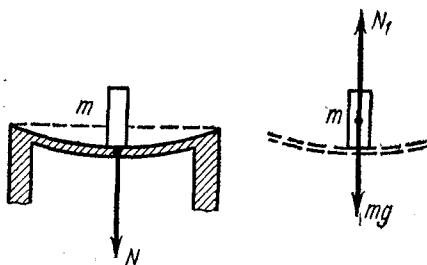


Рис. 1.27

Упругую силу  $T_1$ , действующую на пружину, принято называть *весом* тела. Очевидно, такая же сила будет действовать и на подставку, если на нее положить тело. Поэтому можно дать такое определение: *весом* тела можно назвать силу, с которой это тело давит на подставку или растягивает пружину, будучи в покое относительно Земли. Как мы видели, вес тела массы  $m$  равен  $mg$ . Если обобщить это определение и на тот случай, когда тело движется относительно Земли (вместе с опорой или пружиной), то вес тела уже не будет равен  $mg$  (§ 1.6). Вернемся, однако, к вопросу об определении массы.

О величине силы  $T_1$ , растягивающей пружину, можно судить по вызываемой ею деформации. Значит, если пружина отградуирована, с ее помощью можно определить и массу подвешенного тела  $m = T_1/g$ . Этот способ определения массы тела называется *взвешиванием*, а примененный для этой цели динамометр — *пружинными весами*. Наоборот, если известна масса нескольких тел, с их помощью можно градуировать динамометр. Такой способ градуировки проще описанного выше.

Подчеркнем еще раз, что на пружину действует вовсе не сила тяжести  $mg$ , а упругая сила  $T_1$ . Правда, эта сила равна по величине  $mg$ . Это ясно видно на рис. 1.26. Для того чтобы различать равные по величине силы в случае, когда тело лежит на подставке (рис. 1.27), вводят специальные названия. Упругую силу, с которой тело давит на подставку, называют силой *нормального давления* (она направлена по нормали к поверхностям соприкасающихся тел). На рис. 1.27 это сила  $N$ .

В соответствии с третьим законом Ньютона, опора действует на тело  $m$  с упругой силой  $N_1$ , ее называют *реакцией опоры*. Аналогично случаю пружины, все три силы равны, если тело и подставка покоятся относительно Земли:  $N = N_1 = mg$ . Как и в случае с пружиной, здесь равенство  $N_1 = mg$  — следствие второго закона Ньютона, тогда как равенство  $N = N_1$  — следствие третьего закона.

Взвешивание дает возможность определять важную характеристику свойств вещества — плотность. Так же как массе тела  $m$  соответствует его вес  $mg$ , так и плотности  $\rho$  соответствует удельный вес вещества  $d$ :

$$d = \rho g. \quad (1.37)$$

Согласно (1.37) *удельный вес* вещества — вес такого его количества, которое заключено в единице объема.

**9. Силы сухого трения.** Силы трения — еще одна, третья, разновидность сил в механике.

При движении обычно возникают силы, направленные по касательным к поверхностям тел. Эти силы, касательные к соприкасающимся поверхностям взаимодействующих тел, и называют *силами трения*.

Различают *силы сухого* и *вязкого* трения в зависимости от того, соприкасается ли движущееся тело с твердым телом (т. е. с телом, форма которого практически не меняется) или с вязкой средой (жидкостью или газом). Как те, так и другие силы зависят от скорости движения, но характер этой зависимости у них совершенно различный.

Рассмотрим случай сухого трения.

Сухое трение препятствует самому возникновению движения: к телу, соприкасающемуся с другим твердым телом, нужно приложить достаточно большую силу, чтобы сдвинуть его с места, будем называть ее *внешней силой*. Силу, препятствующую возникновению движения, называют *силой трения покоя*. Величина ее может меняться от нуля до некоторого максимального значения  $F_{\text{макс}}$ . Конкретное значение ее можно найти из второго закона Ньютона. Если тело остается в покое, значит сила трения покоя в точности компенсирует действие внешней силы, т. е. она равна по величине внешней силе и направлена противоположно ей. Не зная внешней силы, приложенной к данному телу, нельзя сказать, какова действующая на него сила трения покоя.

По данным опыта для поддержания уже возникшего движения тела, надо также прикладывать к нему силу, так как и на движущееся тело будет действовать сила трения. Эта сила трения носит название *силы трения скольжения* (соответственно тому, что одно тело скользит по поверхности другого). Непосредственными измерениями можно установить, что величина силы трения скольжения почти не зависит от скорости относительного движения соприкасающихся тел  $v$ , если только скорость  $v$  не слишком велика. При этом оказывается, что величина силы трения скольжения почти равна максимальной силе трения покоя  $F_{\text{макс}}$  для данной пары тел. Как видим, зависимость силы сухого трения от скорости проявляется при малых скоростях только в том, что она зависит от направления скорости  $v$ , не будучи зависимой от величины  $v$ .

Для этого практически важного диапазона скоростей на рис. 1.28 представлена зависимость силы сухого трения от скорости. На этом графике сопоставляются лишь величины векторов силы трения  $F_{\text{тр}}$  и скорости  $v$ . Надо помнить, что направления этих векторов всегда противоположны (для случая покоя вектор силы трения направлен против направления возможного проскальзывания под действием приложенной силы).

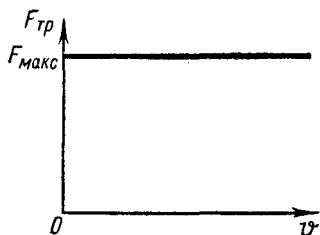


Рис. 1.28

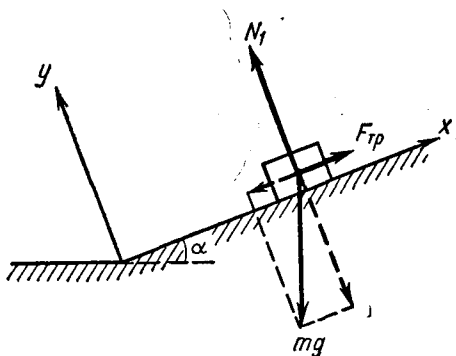


Рис. 1.29

Величину максимальной силы трения покоя  $F_{\text{макс}}$  (а следовательно, и силу трения скольжения) можно определить на основании опытного закона. Установлено, что максимальная сила трения покоя пропорциональна силе  $N$  нормального давления тела на опору

$$F_{\text{макс}} = kN. \quad (1.38)$$

Величина  $k$  в этом уравнении носит название *коэффициента силы трения*. Коэффициент  $k$  не зависит от площади соприкосновения и полностью определяется лишь состоянием соприкасающихся поверхностей. Из соотношения (1.38) видно, что  $k$  — величина безразмерная. Итак, для нахождения силы трения  $F_{\text{макс}}$  нужно помимо  $N$  знать еще и коэффициент  $k$ . Его можно найти, например, из следующего простого опыта.

Если тело поместить на наклонную плоскость, составляющую угла  $\alpha$  с горизонтом, то при некотором максимальном значении угла  $\alpha_{\text{макс}}$  оно придет в движение. Найдем связь между углом  $\alpha_{\text{макс}}$  и коэффициентом  $k$ .

На тело, покоящееся на наклонной плоскости, действуют три силы: сила тяжести  $mg$ , реакция опоры  $N_1$  (равная силе нормального давления  $N$  тела на плоскость) и сила трения  $F_{\text{тр}}$ , направленная против направления возможного проскальзывания, вдоль плоскости вверх. Поскольку тело покоится, сумма этих трех сил по второму закону Ньютона должна быть равна нулю. Нулю будет равна и сумма проекций сил на любое направление, в том числе на направление координатных осей  $x$  и  $y$ , показанных на рис. 1.29:

$$\begin{aligned} F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha &= 0 & (\text{ось } x), \\ N_1 - mg \cos \alpha &= 0 & (\text{ось } y). \end{aligned} \quad (1.39)$$

Первое из уравнений (1.39) сразу дает зависимость силы трения покоя  $F_{\text{тр}}$  от угла  $\alpha$ . Она растет с ростом угла  $\alpha$ :  $F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$ . Но максимально возможная сила трения  $F_{\text{макс}}$ , равная в соответствии с (1.38)  $kN_1$ , также зависит от угла. Сила  $F_{\text{макс}}$ , как это видно из второго уравнения (1.39), падает с ростом угла  $\alpha$ :  $F_{\text{макс}} = kN_1 = kmg \cos \alpha$ . Обе эти зависимости показаны на рис. 1.30. При  $\alpha = \alpha_{\text{макс}}$  сила трения покоя достигает своего максимально возможного при этом угле значения:  $F_{\text{тр}} = F_{\text{макс}}$ , так что  $mg \sin \alpha_{\text{макс}} = kmg \cos \alpha_{\text{макс}}$ . Отсюда

$$k = \operatorname{tg} \alpha_{\text{макс}}.$$

Таким образом, коэффициент максимальной силы трения покоя равен тангенсу того угла, при котором тело начинает соскальзывать с наклонной плоскости.

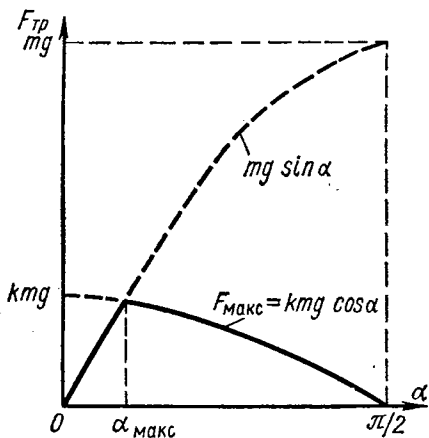


Рис. 1.30

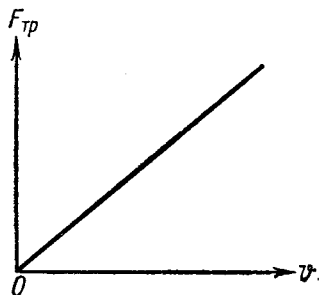


Рис. 1.31

Коэффициент  $k$ , определенный в таком опыте, характеризует, конечно, именно ту пару материалов, из которых сделаны тело массы  $m$  и наклонная плоскость.

Обычно значение  $k$  не превышает  $0,1 \div 0,2$ , так что величина  $\alpha_{\text{макс}}$  не превышает нескольких градусов. Зная коэффициент  $k$ , можно, при известной силе нормального давления  $N$ , определить и силу трения скольжения  $F_{\text{тр}} = kN$ . Это в целом ряде случаев помогает решить основную задачу механики (§ 1.4).

**10. Силы вязкого трения.** В отличие от сил сухого трения, силы *вязкого трения* не препятствуют возникновению движения. Иначе говоря, не существует силы трения покоя при вязком трении. Этим свойством вязкого трения пользуются, смазывая трущиеся сухие поверхности.

Сила вязкого трения, возникающая вместе с движением тела в жидкости или газе, тем больше, чем больше скорость движения тела. При малых скоростях она пропорциональна скорости движения

$$F_{\text{тр}} = k_1 v. \quad (1.40)$$

Величина  $k_1$  в этом приближенном уравнении носит название *коэффициента вязкого трения*. В отличие от *коэффициента сухого трения*  $k$ , коэффициент  $k_1$  — размерная величина. Размерность его можно найти из уравнения (1.40).

Зависимость силы вязкого трения от скорости для малых скоростей движения показана на рис. 1.31. Как и на рис. 1.28, здесь сравниваются лишь величины векторов  $F_{\text{тр}}$  и  $v$ . Надо помнить, что сила  $F_{\text{тр}}$  всегда направлена против скорости.

Помимо скорости  $v$  величина силы трения  $F_{\text{тр}}$  зависит от свойств среды, в которой происходит движение (от ее вязкости). Например, сила трения при движении тела в воздухе меньше, чем при движении в воде с той же скоростью.

Наконец, величина силы вязкого трения зависит еще от размеров и формы тела. Стремясь по возможности уменьшить силу трения, телу придают так называемую «обтекаемую» форму — без резких изгибов и выступов.

На описанных выше свойствах вязкого трения основано, например, действие парашюта. Парашют «тормозит» движение парашютиста, которое в отсутствие сил вязкого трения было бы равноускоренным. Сила тяжести увеличивает скорость парашютиста до тех пор, пока сила вязкого трения не станет равной силе тяжести (тогда ускорение будет равно нулю). Размеры и форма парашюта подбираются с таким расчетом, чтобы скорость установившегося движения была безопасной для человека при его приземлении — около 6 м/сек.

При нераскрытом парашюте сила вязкого трения станет равна силе тяжести только при весьма большой скорости падения — около 50–60 м/сек.

Свойства сил вязкого трения полностью объясняют, почему ускорение свободного падения для разных тел несколько различно (§ 1.2). Строго говоря, в самом начале движения ускорения всех тел в точности совпадают. Различие появляется по мере увеличения скорости падения, когда начнет сказываться все более возрастающая сила вязкого трения.

Для пушинки, например, уже при весьма малых скоростях сила сопротивления среды (сила трения) будет равна силе тяжести, и движение станет довольно скоро равномерным. Что касается свинцового шарика примерно тех же «размеров», то он, брошенный одновременно с пушинкой, упадет на пол гораздо раньше ее. Такое различие связано с двумя причинами. Во-первых, форма шарика является значительно более обтекаемой. Поэтому даже если его масса была бы равна массе пушинки, он «приземлился» бы раньше ее. Во-вторых, сила тяжести, действующая на свинцовый шарик примерно одинаковых с пушинкой «размеров», гораздо больше, чем для пушинки. Потому влияние силы вязкого трения на движение шарика тем более пренебрежимо мало. Его ускорение во все время движения будет почти неизменным и равно  $g$ .

Формулы для свободного падения, приведенные в § 1.2, являются, таким образом, приближенными. Они тем более точны, чем меньше влияние сил вязкого трения.



Тело, брошенное под углом к горизонту, будет двигаться по параболе, по сути дела, только в вакууме. В действительности же оно будет двигаться по так называемой баллистической кривой, для которой и дальность полета тела и высота его подъема меньше, чем для параболы с теми же начальными условиями (рис. 1.32).

## § 1.6. Динамика движения по окружности

1. **Центростремительная сила.** Как уже отмечалось в § 1.3, движение тела по окружности — один из практически наиболее важных случаев движения. Применение законов Ньютона позволяет в дополнение к описанию этого движения объяснить причины его возникнове-

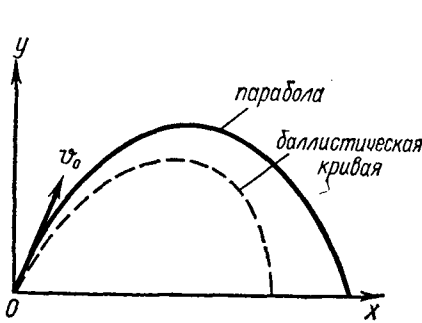


Рис. 1.32

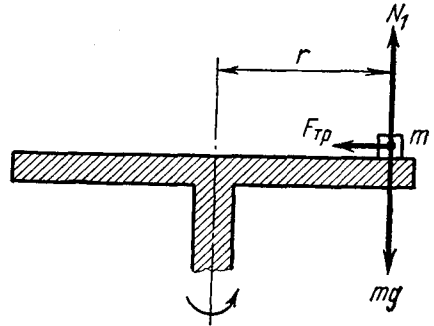


Рис. 1.33

ния. Мы ограничимся рассмотрением случая, когда тело движется по окружности с постоянной угловой скоростью (равномерное движение по окружности).

Если тело массы  $m$  движется по окружности радиуса  $r$  с постоянной по величине скоростью  $v$ , оно испытывает ускорение, равное по величине  $v^2/r$  и всегда направленное к центру, — центростремительное ускорение (§ 1.3). Согласно второму закону Ньютона это ускорение должно вызываться некоторой силой  $F$ , также направленной к центру окружности. Уравнение движения тела,  $F=ma$ , сразу дает и величину этой силы

$$F = m \frac{v^2}{r}. \quad (1.41)$$

Эта сила носит название *центростремительной*.

Не следует думать, что центростремительная сила — некая особая сила, возникающая только потому, что тело движется по окружности. Как раз наоборот: в соответствии со вторым законом, тело потому и движется по окружности, что какая-то сила выступает в роли центростремительной. Формула (1.41) определяет лишь величину центростремительной силы, но ничего не говорит о ее происхождении.

В роли центростремительной силы может выступать любая из сил, изучаемых механикой, — упругая сила, сила тяготения или сила тре-

ния. Правильнее даже сказать, что центростремительная сила — это всегда равнодействующая всех сил, действующих на данное тело, движущееся по окружности.

Пусть, например, на горизонтальной шероховатой подставке лежит тело массы  $m$ , а сама подставка вместе с телом вращается около вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$  (рис. 1.33). На тело  $m$  действуют три силы: сила тяжести  $mg$  — вертикально вниз, реакция опоры  $N_1$  — вертикально вверх, сила трения покоя  $F_{\text{тр}}$  — к центру окружности (именно сила трения покоя, поскольку тело покоится относительно подставки).

Первые две силы должны быть равны друг другу, поскольку ускорение в вертикальном направлении равно нулю. Значит, равнодействующая всех сил равна в данном случае силе трения  $F_{\text{тр}}$ . Поэтому можно сказать, что в роли центростремительной силы выступает здесь сила трения покоя. Отметим, что, поскольку сила трения покоя удерживает тело  $m$  на подставке, она в данном случае не достигла своего максимального значения, равного  $kN_1$ , где  $k$  — коэффициент трения. Если увеличивать скорость  $\omega$  (и линейную скорость тела  $v$ ), должна расти и сила трения покоя  $F_{\text{тр}} = m\omega^2 r$ . По достижении максимального своего значения (т. е. при определенной скорости  $\omega$ ) она уже не сможет удерживать тело, которое начнет скользить по подставке.

На рис. 1.34 показан другой пример движения по окружности: шарик массы  $m$  подвешен на нити длиной  $l$  и движется по окружности с угловой скоростью  $\omega$ . Нить описывает при этом конус с углом  $\alpha$  при вершине. В этом случае на тело  $m$  действуют две силы: сила тяжести  $mg$  и сила натяжения нити  $T$ . Поскольку в вертикальном направлении ускорение тела равно нулю, сила  $mg$  должна быть равна проекции силы  $T$  на вертикальное направление:  $mg = T \cos \alpha$ . В роли центростремительной силы выступает горизонтальная проекция силы  $T$ :  $T \sin \alpha = m\omega^2 r$ . С таким же успехом можно сказать, что в роли центростремительной силы выступает в данном случае равнодействующая двух сил — силы тяжести  $mg$  и упругой силы  $T$ . Она как раз равна проекции  $T \sin \alpha$ .

Различные участки подставки, показанной на рис. 1.33, двигаясь по окружностям, также должны испытывать центростремительное ускорение. Это ускорение обеспечат упругие силы, возникающие при вращении подставки. Складываясь с силой тяжести, они дадут равнодействующую, которая будет выступать в роли центростремительной силы для какой-то выбранной части подставки. Для периферийных

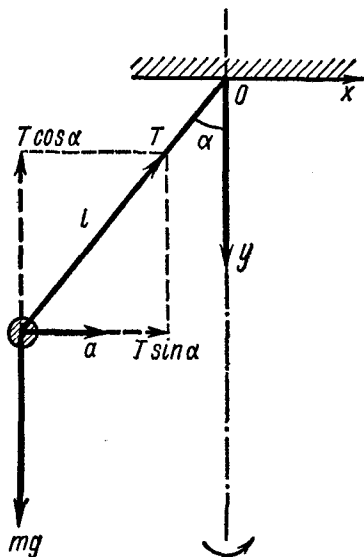


Рис. 1.34

участков подставки центростремительное ускорение должно быть наибольшим. Потому при вращении они окажутся наиболее деформированными. Если деформации превысят допустимый предел, может произойти разрушение материала.

Подчеркнем еще раз, что при движении тела по окружности равнодействующая всех сил, действующих на тело, должна быть направлена именно к центру окружности, сколько бы сил ни действовало на тело и какими бы они ни были по своему происхождению. Это ясно видно из того, что вектор ускорения направлен в этом случае к центру окружности.

**2. О третьем законе Ньютона.** Каждой из сил, дающих вклад в равнодействующую, по третьему закону должна соответствовать сила, равная ей по величине и противоположная по направлению. При этом всегда можно указать второе тело, со стороны которого действует на данное тело сила, являющаяся слагаемым равнодействующей.

Для тела, движущегося по окружности, таких «вторых» тел можно, вообще говоря, указать несколько — по числу тех сил, которые, складываясь, дают центростремительную силу.

В опыте, изображенном на рис. 1.33, таких тел оказывается два. Силе  $mg$  соответствует такая же по величине сила, приложенная к Земле (Земля притягивается к телу массы  $m$ , находясь в его поле тяготения). Сила трения  $F_{\text{тр}}$  приложена к телу  $m$  и действует со стороны подставки. Значит, и на подставку будет действовать со стороны этого тела такая же по величине сила (тоже сила трения), противоположная по направлению. Наконец, упругой силе  $N_1$  соответствует сила нормального давления  $N$  (также упругая), действующая на подставку.

Одну из сил, действующих на какое-то из таких «вторых» тел, иногда называют *центробежной силой*. Такой подход отражает стремление поставить в соответствие центростремительной силе равную ей и противоположную по направлению (для центростремительной и центробежной сил «выполнялся бы» третий закон Ньютона). В таких случаях под центробежной силой понимают ту из сил, действующих со стороны тела, движущегося по окружности, которая в точности равна по величине центростремительной силе и противоположна ей по направлению. На рис. 1.33 центробежной силой пришлось бы назвать силу трения, которая действует на подставку со стороны тела  $m$  и направлена от центра окружности.

Очевидна, однако, некоторая искусственность такого подхода. В роли центростремительной силы выступает, как мы видели, равнодействующая всех сил, действующих на тело. Значит, и центробежной силой естественнее было бы назвать сумму тех сил, каждая из которых соответствует (по третьему закону Ньютона) одному из слагаемых равнодействующей силы. Но тогда пришлось бы складывать силы, приложенные к разным телам, что не имеет смысла.

Лишь в том случае, когда можно выделить одну из сил (в точности равную по величине центростремительной и противоположную ей по направлению), введение понятия «центробежной силы» еще в какой-то мере оправдано. Так обстоит, например, дело в случае, изображенном

на рис. 1.33. Но уже в примере, представленном на рис. 1.34, нельзя выделить одну силу (в качестве центробежной) из тех двух сил, с которыми тело  $m$  действует на другие тела. На этом рисунке силе  $mg$  соответствует сила, приложенная к Земле и направленная вертикально, и силе  $T$  — равная ей упругая сила (с которой тело  $m$  «растягивает» нить), направленная вдоль нити, тогда как центробежная сила должна быть направлена горизонтально — от центра окружности.

По этим причинам правильнее говорить не о так называемой центробежной силе, а о соблюдении третьего закона Ньютона для каждой из тех сил, которые действуют на тело, движущееся по окружности, и, складываясь вместе с другими, дают силу, выступающую в роли центростремительной. Это будет соответствовать единству подхода к решению задач.

**3. Об уравнении движения.** Уравнение движения тела всегда имеет смысл лишь в определенной системе координат. Конкретный его вид определяется не только теми силами, которые действуют на тело, но и выбором направления координатных осей. Эти особенности отчетливо видны на примере движения тела по окружности.

Направление центростремительного ускорения непрерывно меняется с течением времени. Поэтому если нас интересует связь между ускорением тела и действующими на него силами, нужно выбрать такое мгновение, когда векторы ускорения и сил будут оптимальным образом ориентированы относительно координатных осей.

В качестве примера рассмотрим несколько подробнее, чем это было сделано ранее, случай, показанный на рис. 1.34. На этом рисунке тело  $m$  изображено в тот момент, когда оно, двигаясь по окружности, оказалось в плоскости чертежа (расположенного вертикально). Это как раз удобный момент времени, так как векторы ускорения и действующих на тело сил оказываются в плоскости чертежа, в которой можно расположить и координатные оси  $x$  и  $y$ .

Ориентируем оси  $x$  и  $y$  так, как показано на рис. 1.34, связав их жестко с «потолком», к которому прикреплена нить. Уравнения движения для выбранных направлений запишутся в виде

$$\begin{cases} T \sin \alpha = ma & (\text{ось } x), \\ mg - T \cos \alpha = 0 & (\text{ось } y). \end{cases} \quad (1.42)$$

Эти два уравнения справедливы вместе только для того мгновения, когда тело  $m$  занимает положение, показанное на рисунке. Когда тело совершит половину оборота около оси  $y$ , вид уравнений изменится

$$\begin{cases} -T \sin \alpha = -ma & (\text{ось } x), \\ mg - T \cos \alpha = 0 & (\text{ось } y) \end{cases} \quad (1.42')$$

(проекция силы  $T$  на ось  $x$  и центростремительное ускорение  $a$  оказались направленными против оси  $x$ ). Для других моментов времени векторы ускорения и сил выйдут из плоскости чертежа.

Заметим, что мы лишены возможности взять систему координат, которая вращается вместе с телом. Законы Ньютона справедливы только для тех систем координат (т. е. тел отсчета), все точки которых

имеют одинаковую скорость (не обязательно равную нулю), не меняющуюся с течением времени. Система же, вращающаяся вместе с телом, не удовлетворяет этому условию: различные ее точки будут иметь разные скорости, направление которых меняется при вращении.

Собственно, особой надобности в такой вращающейся системе отсчета нет. Характер движения тела будет все время одинаков. Поэтому любая из написанных систем уравнений (1.42) или (1.42') справедлива для всех точек траектории. Достоинство же этих уравнений, как мы уже говорили, в их сравнительной простоте, которая достигнута выбором системы координат и соответствующего ей удобного момента времени.

**4. Принцип действия центробежных механизмов.** Для различных практических целей довольно широко используются так называемые

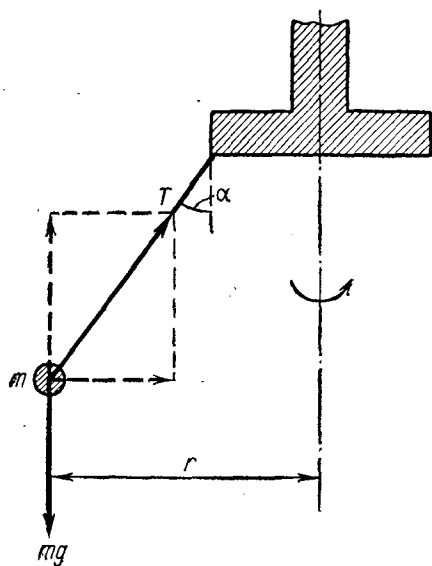


Рис. 1.35

центробежные механизмы. Каковы бы ни были их конкретное устройство и назначение, все они основаны на том, что телу, движущемуся по окружности, нужно обеспечить центростремительное ускорение соответствующей величины. Если тело не получит такого ускорения, оно не сможет удерживаться на данной орбите и будет переходить на окружность большего радиуса.

Двигаясь в направлении своего вектора линейной скорости (он направлен всегда по касательной к траектории), тело до тех пор будет удаляться от оси вращения, пока не найдется равнодействующая всех действующих на него сил, которая сможет удержать его на новой круговой орбите и сообщит ему центростремительное ускорение нужной величины. Принцип

действия механизмов этого типа может пояснить рис. 1.35.

Покажем, что при изменении угловой скорости  $\omega$ , с которой вращается диск вместе с нитью и шариком  $m$ , изменится и угол отклонения нити  $\alpha$  от вертикали. При этом нить будем считать нерастяжимой.

Если несколько увеличить скорость  $\omega$ , должна возрасти и центростремительная сила  $m\omega^2 r$ , в роли которой выступает проекция силы натяжения нити  $T \sin \alpha$ . Эта проекция может увеличиться и за счет увеличения одной лишь силы  $T$  при неизменном угле  $\alpha$ . Но тогда возрастет и вертикальная составляющая  $T \cos \alpha$ , которая станет больше силы тяжести  $mg$ . Шарик  $m$  начнет перемещаться вверх, увеличивая угол  $\alpha$  (а также и расстояние  $r$ ). Изменение угла  $\alpha$  прекратится, когда новая равнодействующая сил  $T$  и  $mg$  станет равна новому значению центростремительной силы  $m\omega^2 r$  и будет точно совпадать с направле-

нием центростремительного ускорения тела. Как видим, при изменении скорости  $\omega$  меняются сразу три величины — сила  $T$ , угол  $\alpha$  и радиус траектории  $r$ , причем все они возрастают с ростом  $\omega$ . Значит, измеряя любую из них, можно найти скорость  $\omega$  (и число оборотов  $n$  в единицу времени).

Конкретный вид зависимости величин  $T$ ,  $\alpha$ ,  $r$  от  $\omega$  можно найти, решая уравнения (1.42), справедливые как для рис. 1.34, так и для рис. 1.35 (при том же выборе системы координат). Нужно только добавить к ним уравнение, связывающее кинематические величины, так называемое уравнение кинематической связи

$$a = \omega^2 r.$$

Зависимость геометрических характеристик круговой траектории тела от угловой скорости  $\omega$  используется в целом ряде приборов. Таковы, например, центробежный регулятор Уатта, регулирующий число оборотов; центробежный тахометр, измеряющий число оборотов вала, и другие.

**5. Движение спутников.** Рассмотрим теперь случай, когда в роли центростремительной силы выступает одна лишь сила тяготения. Это случай движения планет и спутников. Собственно, можно говорить просто о спутниках, так как планеты являются спутниками Солнца.

Чтобы иметь право ввести в рассмотрение центростремительную силу, мы должны ограничиться лишь случаем движения по окружности. Между тем спутники движутся, вообще говоря, по эллиптическим, а не по круговым орбитам (согласно одному из законов Кеплера). Но орбиты планет и искусственных спутников Земли (первый из которых запущен в СССР 4 октября 1957 г.) довольно часто имеют орбиту, близкую к круговой.

Особенности движения спутников видны и на примере случая круговой орбиты. При движении спутника Земли на расстоянии  $h$  от ее поверхности по круговой орбите на него действует сила тяготения, направленная к центру орбиты. Если  $M$  — масса Земли,  $R$  — ее радиус, а  $m$  — масса спутника, то величина этой силы равна  $\gamma \frac{Mm}{(R+h)^2}$ . Скорость спутника  $v$  должна соответствовать этой силе согласно уравнению движения

$$\gamma \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{R+h}.$$

Здесь  $\frac{v^2}{R+h}$  — центростремительное ускорение спутника. Таким образом, каждой круговой орбите спутника Земли (т. е. каждому значению  $h$ ) отвечает вполне определенное значение его скорости  $v$ . Обычно высота  $h$  значительно меньше радиуса Земли  $R$ . Поэтому уравнение движения можно приближенно записать в виде

$$\gamma \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}.$$

Это уравнение определяет значение так называемой первой космической скорости, которую нужно сообщить запускаемому с Земли телу, чтобы оно вышло на круговую орбиту искусственного спутника Земли

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M}{R^2} R} = \sqrt{gR} \approx 8 \text{ км/сек} \quad (1.43)$$

(величина  $\gamma \frac{M}{R^2}$  равна ускорению свободного падения  $g$ ).

Если  $v > 8 \text{ км/сек}$ , спутник будет двигаться по эллипсу, отличающемуся от окружности. Вычисления показывают, что при  $v > 11,2 \text{ км/сек}$  (вторая космическая скорость) запущенное с Земли тело станет уже искусственным спутником Солнца.

Поскольку Земля вращается около своей оси, расположенные на ней тела уже обладают некоторой линейной скоростью. Эта скорость, наибольшая на экваторе, равна примерно  $0,5 \text{ км/сек}$ . Значит, запуская спутник с экватора, пришлось бы «добавить» ему скорость в  $7,5 \text{ км/сек}$ . При этом надо было бы запустить его в направлении точно на восток, когда эти две скорости,  $0,5 \text{ км/сек}$  и  $7,5 \text{ км/сек}$ , сложатся арифметически.

Практически же приходится учитывать не только вращение Земли, но и сопротивление воздуха и сообщать спутнику нужную скорость уже в сильно разреженных слоях атмосферы.

**6. Невесомость.** Наиболее характерной особенностью движения искусственных спутников является, пожалуй, так называемая *невесомость*, в условиях которой находятся тела, являющиеся частью спутника.

Вес тела, как известно, измеряется силой, с которой тело давит на опору. Эта сила (упругая по своему происхождению) появляется потому, что опора препятствует движению тела к центру Земли под действием силы тяжести. Если тело будет падать вместе с опорой, оно уже не будет оказывать давления на опору, подобно тому как два человека могут идти в одну сторону, не мешая друг другу.

Условия невесомости можно создать и на Земле, не запуская искусственный спутник. Достаточно лишь создать телу условия, в которых оно могло бы падать вместе с опорой. Но условия эти не могут существовать длительное время: рано или поздно тело «приземлится», коснувшись препятствия.

Отличительная черта движения тела, являющегося частью спутника, как раз в том и состоит, что это тело, вместе со спутником, будет «падать» практически неограниченно долго. Направление этого «падения» непрерывно меняется. Оно совпадает всегда с направлением силы тяготения, зависящим от положения спутника на орбите. С этой точки зрения все действие силы тяжести на спутник Земли сводится к тому, что Земля препятствует прямолинейному и равномерному движению, искривляя траекторию. Только подбором нужной величины и направления скорости можно добиться того, что это искривление даст траекторию в виде окружности (или эллипса), а не вынудит, например, тело упасть на Землю.

Отметим, что постоянно находиться в условиях невесомости могут тела только на спутнике достаточно малой массы. Невесомости нет, например, для тел, покоящихся на Земле, хотя Земля — тоже спутник. Это является результатом того, что Земля имеет весьма большую массу ( $6 \cdot 10^{21}$  тонн) и притягивает к себе тела с силой, которая легко обнаруживается по весу тела. При меньшей массе естественного спутника Земли, Луны, и вес тела на Луне меньше, чем на Земле (примерно в 6 раз).

Обычно масса искусственных спутников Земли не превышает нескольких тонн, и потому части такого спутника будут находиться практически только в гравитационном поле Земли, несколько искаженном полями тяготения Солнца и главным образом сравнительно близко расположенной Луны.

Отсутствию веса у тел, находящихся на искусственном спутнике (или в космическом корабле на орбите спутника), сопутствует и другое явление: условия невесомости приводят к исчезновению деформации тел. Так же как тело перестает давить на опору в условиях невесомости, так и части одного и того же тела перестают оказывать друг на друга давление. У человека это вызывает специфические ощущения. В некоторой степени они возникают у человека на движущихся качелях или при спуске в лифте.

Невесомость не снимает, конечно, тех деформаций, которые и в условиях на Земле обусловлены не силой тяжести, как, например, деформация пружины заведенного часового механизма.

**7. Влияние вращения и формы Земли на ускорение свободного падения.** Одной из причин, влияющих на величину ускорения свободного падения, является вращение Земли. Проявляется эта причина в том, что величина ускорения оказывается зависящей от географической широты местности: с увеличением широты растет и ускорение.

Выясним, от чего именно это происходит.

Запишем уравнение движения тела  $m$ , покоящегося относительно Земли на экваторе. Выберем для этого систему отсчета, относительно которой будет видно вращение Земли (с этой целью придется зафиксировать направление координатных осей относительно звезд). Начало отсчета выберем в центре Земли и расположим одну из осей, ось  $x$ , в плоскости экватора, а другую —  $y$ , ориентируем вдоль оси вращения, как показано на рис. 1.36. Земля будет, таким образом, вращаться около оси  $y$  с угловой скоростью  $\omega$ , а ось  $x$  будет поочередно пересекать различные точки экватора.

Уравнение движения мы запишем для того мгновения, когда тело, увлекаемое вращением Земли, окажется на оси  $x$  (рис. 1.36). На тело

$m$  действуют две силы: сила тяготения  $\gamma \frac{Mm}{R^2}$  — вдоль положительного направления оси  $x$  и реакция опоры  $N_1$  — в противоположном направлении (здесь, как обычно,  $M$  — масса Земли, а  $R$  — ее радиус). Равнодействующая этих двух сил  $\gamma \frac{Mm}{R^2} - N_1$  не равна нулю. Она выступает в роли центростремительной силы и сообщает телу центростреми-



тельное ускорение, равное  $\omega^2 R$ . Уравнение движения запишется, таким образом, в виде

$$\gamma \frac{Mm}{R^2} - N_1 = m\omega^2 R.$$

Из этого уравнения получаем силу  $N_1$ , которая удерживает тело в покое относительно Земли:

$$N_1 = m \left( \gamma \frac{M}{R^2} - \omega^2 R \right).$$

Если убрать опору и дать возможность телу падать по направлению к центру Земли, оно начнет двигаться *относительно Земли* под действием силы, которую до того компенсировала сила  $N_1$ . Очевидно, что эта сила равна по величине  $N_1$ . Поэтому уравнение движения тела относительно Земли (т. е. в системе отсчета, жестко связанной с Землей) будет

$$m \left( \gamma \frac{M}{R^2} - \omega^2 R \right) = ma.$$

Здесь  $a$  — ускорение, с которым падает тело на экваторе относительно Земли:

$$a = \gamma \frac{M}{R^2} - \omega^2 R.$$

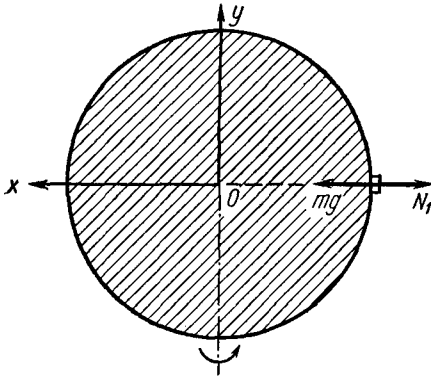


Рис. 1.36

Величину  $\gamma \frac{M}{R^2}$  мы принимали

ранее за ускорение свободного падения  $g$ , пренебрегая влиянием вращения Земли (§ 1.5). Теперь же для ускорения свободного падения тела на экваторе мы получаем

$$a = g - \omega^2 R. \quad (1.44)$$

Видно, что оно зависит от угловой скорости вращения  $\omega$  и радиуса круговой орбиты  $R$ . Для других широт радиус окружности  $r$ , по которой движется тело вместе с Землей, будет меньше радиуса Земли  $R$ . Поэтому при той же величине  $\omega$  ускорение  $a$  будет больше, чем на экваторе. На полюсе, где  $r=0$ , ускорение  $a$  будет максимальным и равным  $g$ .

Вычислим величину поправки  $\Delta g$  к ускорению свободного падения, обусловленную вращением Земли. Для экватора, где она максимальна, имеем

$$\Delta g = g - a = \omega^2 R \approx 3 \text{ см/сек}^2.$$

Как видим, эта поправка значительно меньше величины  $g = \gamma \frac{M}{R^2}$ : даже для экватора отношение  $\frac{\Delta g}{g}$  составляет всего 0,3%.

Из формулы (1.44) следует, что при некотором значении  $\omega$  ускорение  $a$  обратится в нуль

$$g - \omega^2 R = 0.$$

Найдем отсюда, при какой линейной скорости  $v$  это «могло бы» произойти

$$v = \omega R = \sqrt{\frac{g}{R}} R = \sqrt{gR}.$$

Полученное выражение в точности совпадает со значением первой космической скорости (1.43). Это вполне понятно: при такой скорости  $v$  (т. е. при определенной угловой скорости вращения Земли  $\omega$ ) тело на экваторе находилось бы в состоянии невесомости, будучи в роли спутника Земли. Естественно, что оно имело бы ускорение  $a=0$  относительно Земли: если убрать из-под него опору, оно не стало бы приближаться к Земле.

Вращение Земли оказывает наибольшее влияние на величину ускорения свободного падения. Но есть и другие причины.

Конкретное значение ускорения свободного падения в данной местности определяется еще и формой Земли. Дело в том, что Земля по своей форме отличается от сферы, «диаметр» Земли, соединяющий полюса, несколько короче экваториального «диаметра» (примерно на  $1/300$ ), т. е. Земля немного сплюснута. Поэтому формула  $g = \gamma \frac{M}{R^2}$ , полученная в предположении сферичности формы Земли, не вполне точна.

Кроме того, особенности местности также могут влиять на величину ускорения свободного падения: неодинаковость плотности Земли, различия в рельефе в разных местах ее поверхности.

И все же ввиду относительно малой величины всех поправок к величине ускорения свободного падения в большинстве случаев можно считать, что оно всюду одинаково и равно  $g = \gamma \frac{M}{R^2}$ .

## § 1.7. Статика (равновесие тел)

**1. Условия равновесия материальной точки.** Состояние покоя тела (или, как говорят, равновесия) является частным случаем его движения, точнее говоря — частным случаем равномерного прямолинейного движения. С точки зрения уравнения движения тела (1.28) это случай, когда ускорение тела равно нулю. Выбором системы отсчета можно добиться того, что и скорость тела относительно нее будет равна нулю.

Второй закон Ньютона определяет условия, при которых тело массы  $m$  находится в покое. Поскольку ускорение покоящегося тела  $a$  равно нулю, должна быть равна нулю и равнодействующая  $F$  всех сил, действующих на тело. Нулю будет равна и сумма проекций всех сил на любое направление, например, на направление координатных осей выбранной системы координат.

К этому и сводятся условия равновесия тела. Все дело, следовательно, в том, как практически обеспечить эти условия или выяснить, удовлетворяются ли они в каком-то конкретном случае.

По существу мы сформулировали лишь условия равновесия материальной точки. Действительно, полагая, что ускорение тела  $a$  равно нулю, мы исходили из того, что все части тела имеют нулевое ускорение, т. е. ведут себя одинаковым образом. А это и есть случай материальной точки. Следовательно, если обеспечить условия, при которых равнодействующая всех сил равна нулю, то тем самым будет исключено движение тела как целого.

Для того чтобы в покое находились все части протяженного тела, нужно обеспечить еще и другое условие: чтобы для каждой из частей тела равнодействующая всех действующих на нее сил была равна нулю. Оказывается, что это второе условие можно сформулировать и несколько проще.

И все же условие равновесия материальной точки может оказаться чрезвычайно полезным при решении практических задач. Если уже известно, что данное тело находится в покое, то для него выполняются условия равновесия материальной точки. Это дает основание приравнять нулю равнодействующую всех сил (или сумму проекций всех сил на любое направление). Из полученного уравнения, связывающего различные силы, можно определить те из них, которые неизвестны.

В повседневной жизни нередко нужно бывает рассчитать силы, которые действуют на различные части механизмов и сооружений, создаваемых человеком. Это определяет практическую важность умения пользоваться условиями равновесия при решении конкретных задач.

**2. Наклонная плоскость (пример равновесия тел).** В качестве примера равновесия тел рассмотрим систему из двух тел, изображенную на рис. 1.37. Одно из тел — клин массы  $M$ , лежащий на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина, составляющей

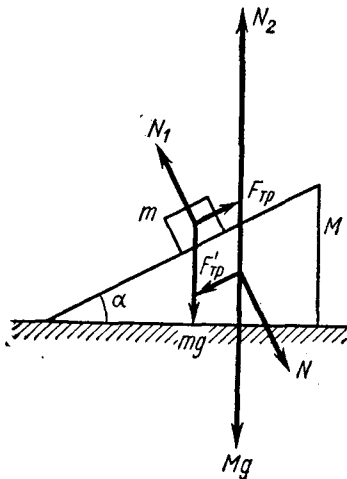


Рис. 1.37

угол  $\alpha$  с горизонтом, находится тело массы  $m$ , которое, как и клин, покоится относительно горизонтальной поверхности. Найдем все силы, действующие на тело  $M$ .

Силы, действующие на тело  $m$ , нам по существу известны (рис. 1.29): это сила тяжести  $mg$ , упругая сила  $N_1$  и сила трения покоя  $F_{тр}$ . Реакция опоры  $N_1$  уравнивает составляющую силы тяжести, перпендикулярную к наклонной плоскости и потому  $N_1 = mg \cos \alpha$ . Сила трения уравнивает другую составляющую силы  $mg$  — вдоль наклонной плоскости, так что  $F_{тр} = mg \sin \alpha$ .

Две из этих сил,  $N_1$  и  $F_{тр}$ , действуют на тело  $m$  со стороны клина. Значит, и на клин со стороны тела  $m$  согласно третьему закону действуют силы, равные им по величине и противоположные по направле-

нию. Силе  $N_1$  соответствует сила нормального давления  $N$ , а силе трения  $F_{\text{тр}}$  — другая сила трения  $F'_{\text{тр}}$ , причем  $N=N_1=mg \cos \alpha$  и  $F'_{\text{тр}}=F_{\text{тр}}=mg \sin \alpha$ . Со стороны Земли на тело  $M$  действует, кроме того, сила тяжести  $Mg$ .

Каждая из трех сил:  $N$ ,  $F'_{\text{тр}}$ ,  $Mg$  — дает составляющую, направленную вертикально вниз. Сумма этих проекций сил должна быть уравновешена, поскольку тело  $M$  находится в покое. Значит, вертикально вверх будет действовать реакция опоры  $N_2$ , которая удовлетворяет условию

$$N_2 = Mg + N \cos \alpha + F'_{\text{тр}} \sin \alpha.$$

Сумма последних двух слагаемых равна  $mg$ . Действительно,  $N \cos \alpha + F'_{\text{тр}} \sin \alpha = N_1 \cos \alpha + F_{\text{тр}} \sin \alpha$  — это сумма проекций сил  $N_1$  и  $F_{\text{тр}}$  на вертикальное направление, которая должна быть равна  $mg$  из условия равновесия тела  $m$ . Таким образом,  $N_2 = Mg + mg = (M+m)g$ . Реакция опоры  $N_2$  оказалась такой же, как если бы тела  $m$  и  $M$  были частями одного тела.

Из четырех найденных нами сил, действующих на тело  $M$ , только две,  $N$  и  $F'_{\text{тр}}$ , дают проекции на горизонтальное направление. Эти проекции,  $N \sin \alpha$  и  $F'_{\text{тр}} \cos \alpha$ , направленные в противоположные стороны, равны друг другу по величине, поскольку  $N = mg \cos \alpha$ , а  $F'_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$ .

Отсюда сразу следует, что для удержания тела в покое в горизонтальном направлении вовсе не нужна сила трения покоя, которая препятствовала бы скольжению клина по горизонтальной плоскости. Значит, горизонтальная плоскость может быть совершенно гладкой — это не нарушит равновесия.

Такой результат тоже вполне соответствует тому, что тела  $m$  и  $M$  можно считать составляющими одно целое: тело массы  $(m+M)$ , поставленное на горизонтальную поверхность, не будет испытывать с ее стороны силы трения покоя.

Общие условия равновесия тела в данном случае соответствуют конкретному условию равновесия тел. Равновесие тел, изображенных на рис. 1.37, будет наблюдаться, если угол  $\alpha$  не слишком велик. Если тангенс этого угла будет больше коэффициента максимальной силы трения покоя (§ 1.5), равновесия не будет.

**3. Условия равновесия тела, имеющего ось вращения.** Если сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю, это еще не значит, что данное тело будет в покое. Можно лишь утверждать, что оно не будет двигаться подобно материальной точке (т. е. с ускорением, одинаковым по величине и направлению для всех его частей). Это хорошо видно на примере тела, имеющего ось вращения.

Пусть имеется диск, который может вращаться вокруг оси, проходящей через его центр (рис. 1.38). К противоположным концам его диаметра приложим две силы, точно равные по величине и противоположные по направлению. Диск придет в движение: он начнет поворачиваться около оси.

В приведенном примере выполняется условие равновесия материальной точки: сумма всех сил, действующих на диск, равна нулю. Однако тело, не перемещаясь как материальная точка, все-таки движется — поворачивается около неподвижной оси. Как видим, условие равновесия материальной точки является необходимым, но не является достаточным условием равновесия тела, как о том уже упоминалось выше.

Выясним, каковы условия равновесия тела, имеющего ось вращения.

Если к краю диска, закрепленного на оси, приложить одну силу, то и в этом случае он, вообще говоря, начнет поворачиваться (рис. 1.39, а).

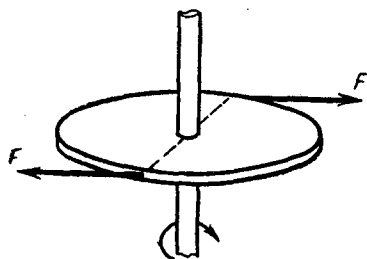


Рис. 1.38

Вращения, однако, не будет, если направление силы  $F$  проходит точно через ось диска (рис. 1.39, б).

Принято называть расстояние от оси вращения до направления приложенной силы *плечом силы*. На рис. 1.39, а плечо силы  $d$  не равно нулю, тогда как на рис. 1.39, б  $d=0$ . Все дело, следовательно, в том, каково плечо силы и какова сама сила.

Величину, равную произведению силы на ее плечо, называют *моментом силы*. Моменту силы приписывают определенный знак: если сила вращает тело в положительном направлении, момент силы положителен. Опыт показывает, что условием равновесия тела, имеющего ось вращения, является равенство нулю суммы моментов относительно этой оси всех действующих на него сил.

Поясним это условие на примере. На рис. 1.40 изображено тело, имеющее ось вращения  $O$ , которая перпендикулярна к плоскости рисунка. Приложим к этому телу две силы,  $F_1$  и  $F_2$ , плечи которых равны соответственно  $d_1$  и  $d_2$ . Тело останется в покое и не будет поворачиваться около оси, если сумма моментов  $F_1d_1$  и  $F_2d_2$  будет равна нулю, как того требует условие равновесия. Следовательно, знаки этих моментов должны быть при равной величине моментов противоположными, так что

$$F_1d_1 - F_2d_2 = 0.$$

Если сама ось закреплена, то тело под действием сил  $F_1$  и  $F_2$  будет деформировать ось (т. е. другое тело, на которое оно насажено как на ось). Величина деформации будет такой, чтобы упругая сила  $N$ , действующая на тело со стороны оси, уравновесила сумму сил  $F_1$  и  $F_2$ , стремящихся сдвинуть тело. Таким образом, будет выполнено также условие равновесия тела как материальной точки: сумма всех трех сил  $F_1$ ,  $F_2$  и  $N$  будет равна нулю (рис. 1.40).

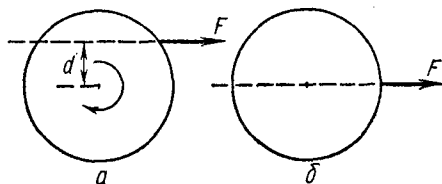


Рис. 1.39

Уравнение, связывающее моменты сил в соответствии с условием равновесия, называют *уравнением моментов*.

Таким образом, для того чтобы тело, закрепленное на оси, находилось в равновесии, должны выполняться сразу два условия. Во-первых, сумма всех действующих на него сил должна быть равна нулю. Во-вторых, сумма моментов сил около данной оси должна быть тоже равна нулю.

В примере, изображенном на рис. 1.38, диск потому и поворачивался, что выполнялось только первое из условий, но не выполнялось второе: моменты сил, равные по

величине, имели одинаковые знаки. Кстати говоря, это случай действия на тело так называемой пары сил. *Парой сил* называют две равные по величине и противоположные по направлению силы, плечи которых равны. Под действием пары сил ось совсем не деформируется, так как пара сил стремится только повернуть тело. Легко видеть, что суммарный момент  $M$  пары сил равен произведению одной из них  $F$  на расстояние между направлениями сил  $l$ :  $M=Fl$ .

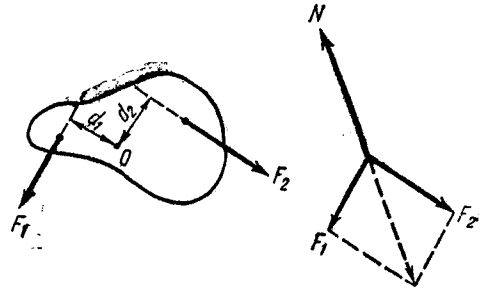


Рис. 1.40

Оба сформулированные выше условия равновесия часто применяются при расчетах сил, действующих на различные части в механизмах и сооружениях. С помощью уравнения моментов можно найти не только сами силы, но и точки приложения этих сил, как говорят, распределение нагрузок.

Кроме того, уравнение моментов позволяет объяснить действие простых машин — рычага, блока, тачки, винта колодезного журавля и т. д.

**4. Центр тяжести.** Нам уже часто приходилось сталкиваться в задачах с силой тяжести. Мы всегда говорили при этом, что сила тяжести для тела массы  $m$  равна  $mg$ , но ничего не говорили о точке приложения этой силы. А между тем она существует у каждого тела. Ее можно обнаружить в следующем простом опыте.

Если тело насадить на горизонтальную ось и предоставить самому себе, оно займет некоторое положение — положение равновесия. Равновесие этого тела, очевидно, будет связано с тем, что выполняются все нужные условия равновесия. На тело действуют две силы: сила тяжести  $mg$ , точки приложения которой мы пока не знаем, и уравновешивающая ее упругая сила  $N$  со стороны оси  $O$ . Сумма моментов этих сил должна быть равна нулю. Собственно, нулю должен быть равен момент силы тяжести, так как момент упругой силы  $N$  равен нулю при любом положении тела.

Стоит, однако, несколько отклонить тело от положения равновесия, как тело начнет двигаться: оно будет поворачиваться около оси,

возвращаясь к положению равновесия. Напрашивается вывод: в отклоненном положении плечо силы  $mg$  становится отличным от нуля. А это как раз означает, что в данном теле имеется точка, которая смещается вместе с телом при отклонении его от положения равновесия (рис. 1.41).

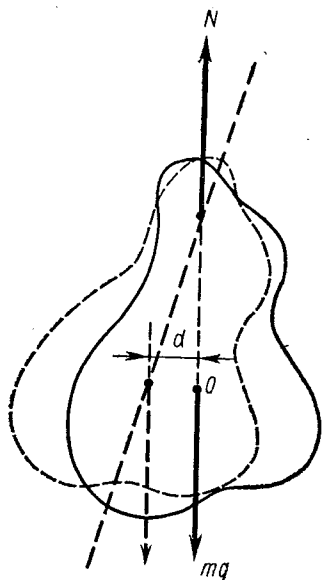


Рис. 1.41

Точку приложения силы тяжести найти довольно просто. Если тело находится в положении равновесия, эта точка должна находиться на вертикали, проходящей через точку закрепления тела. Значит, достаточно дважды подвесить тело за точки, взятые наугад, отмечая каждый раз вертикаль, проходящую через точку подвеса. В месте пересечения этих двух линий и будет, очевидно, находиться точка приложения силы тяжести, называемая *центром тяжести* тела.

Строго говоря, такой метод определения центра тяжести годится только для плоских тел. В общем же случае приходится подвешивать тело три раза.

У однородных симметричных тел положение центра тяжести можно угадать по характеру симметрии. Например, центр тяжести диска должен находиться в геометрическом центре этого тела. Также в центре тела будет находиться

центр тяжести прямоугольного параллелепипеда.

Центр тяжести может оказаться и вне тела, как например, у кольца.

**5. Задача о нахождении центра тяжести.** Центр тяжести тела можно найти и путем вычислений. Идея этого способа основана на том, что момент силы тяжести относительно оси, проходящий через центр тяжести, должен быть равен нулю. Поясним это примером.

На рис. 1.42 изображены два тела массы  $m_1$  и  $m_2$ , соединенные невесомым стержнем, так что они представляют вместе одно целое. Размеры тел будем считать пренебрежимо малыми по сравнению с расстоянием между ними. Найдем общий центр тяжести тел  $m_1$  и  $m_2$ .

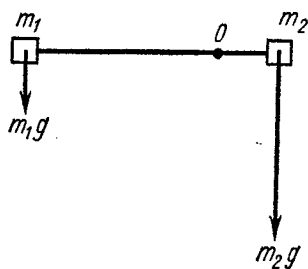


Рис. 1.42

Очевидно, центр тяжести должен находиться на линии, соединяющей тела  $m_1$  и  $m_2$ : если подвесить эти связанные тела за любое из них, стержень займет вертикальное положение. Остается, следовательно, определить, в каком именно месте на стержне находится центр тяжести.

Если бы мы знали это место, можно было бы укрепить стержень на горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести  $O$  (рис. 1.42). Тогда и сам стержень можно было бы расположить горизонтально, он

будет оставаться в равновесии. Положению равновесия отвечает равенство нулю суммы моментов сил  $m_1g$  и  $m_2g$ , плечи которых,  $d_1$  и  $d_2$ , нам нужно определить:  $m_1d_1 - m_2d_2 = 0$ . Отсюда получаем уравнение, которое связывает массы тел и расстояния до них от центра тяжести

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_2}{d_1}, \quad (1.45)$$

и задача по существу решена. Таким образом, общий центр тяжести двух тел делит расстояние между ними в отношении, обратном отношению их масс.

Пользуясь соотношением (1.45), можно определить центр тяжести и более сложного тела. Для этого надо мысленно разбить его на части, размеры которых малы по сравнению с размерами самого тела. Затем нужно применить правило (1.45) для любых двух его частей  $m_1$  и  $m_2$ , находя их центр тяжести. Это будет точка приложения силы тяжести  $(m_1 + m_2)g$ . Аналогично можно найти общий центр тяжести для «тела»  $(m_1 + m_2)$  и следующей части тела  $m_3$ . Это будет точка приложения силы  $(m_1 + m_2 + m_3)g$ . При таком вычислении точка приложения все более возрастающей силы тяжести будет «путешествовать». Окончательное ее местоположение — точка приложения силы  $mg$ , т. е. центр тяжести данного тела.

Приведенное рассмотрение можно отнести к другим силам, а не только к силам тяжести. С помощью уравнения моментов можно найти точку приложения вообще любых параллельных сил.

Соотношение (1.45) объясняет принцип действия рычажных весов, с помощью которых определяют неизвестную массу тела по массе эталона. Плечи  $d_1$  и  $d_2$  выбираются обычно равными и носят название плеч коромысла весов. Рычажные весы, как и пружинные весы (§ 1.5), позволяют упростить измерения массы тела (см. также § 1.4).

**6. Виды равновесия.** Если условия равновесия обеспечены, это еще не значит, что тело может оставаться в равновесии сколь угодно долго. Тело может выйти из положения равновесия при небольших нарушениях условий равновесия, которые всегда бывают, и не вернуться обратно. В соответствии с этим различают отдельные виды равновесия.

Равновесие называют *устойчивым*, если тело возвращается в положение равновесия, будучи выведенным из него. Наоборот, оно будет *неустойчивым*, если при отклонении тела из положения равновесия возникают силы, которые стремятся увеличить это отклонение. Есть, наконец, третий случай, когда вообще не возникает сил, стремящихся вывести тело из нового положения.

Все эти случаи равновесия иллюстрируют рис. 1.43, 1.44, 1.45, на которых изображен шарик, расположенный на поверхности определенного профиля, и укрепленное на горизонтальной оси тело.

Если в случае шарика характер равновесия определяет равнодействующая силы тяжести и реакции опоры, то в примере с телом, имеющим ось вращения, все определяется величиной и знаком момента силы тяжести. Легко видеть, что рис. 1.43 отвечает устойчивому рав-



новесию, тогда как рис. 1.44 и 1.45 — соответственно неустойчивому и безразличному равновесию.

Сопоставление опытных фактов приводит к общему правилу для равновесия в поле сил тяжести: *равновесие устойчиво, когда центр тяжести тела занимает наинизшее возможное положение.*

Часто необходимо бывает знать не только, устойчиво ли равновесие, но и насколько оно устойчиво. Поэтому устойчивость равновесия

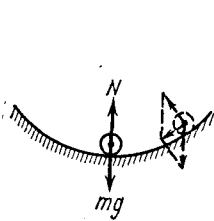


Рис. 1.43

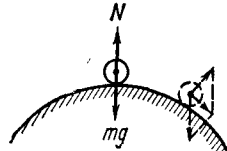
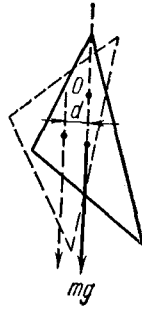
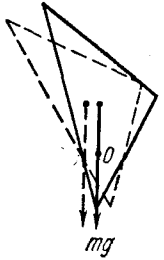


Рис. 1.44



характеризуют еще величиной допустимых отклонений от положения равновесия. Практическая важность этого вопроса видна на примере тела, соприкасающегося с опорой некоторым плоским участком своей поверхности.

Если такое тело несколько наклонить, оно будет возвращаться в положение равновесия под влиянием момента силы тяжести (рис. 1.46). Величина момента будет тем больше, чем больше плечо силы, которое

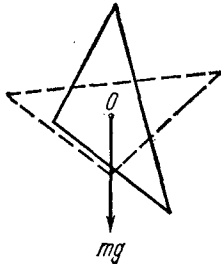
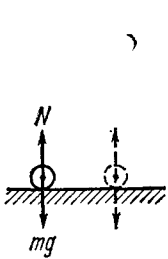


Рис. 1.45

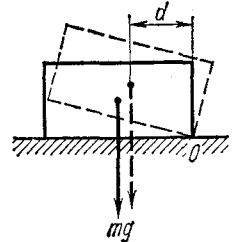
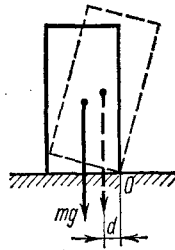


Рис. 1.46

зависит от положения центра тяжести относительно площади опоры. Ясно, что тело будет в равновесии только тогда, когда центр тяжести находится на вертикали, проходящей через площадь опоры. А само равновесие тем устойчивее, чем дальше эта вертикаль от границ площади опоры.

**7. О переносе точки приложения силы.** Когда на тело действует несколько сил, нередко возникает необходимость переноса точек приложения различных сил.

Например, правило параллелограмма требует переносить точки приложения складываемых сил в одну точку.

Возникает вопрос, всегда ли можно переносить точку приложения силы.

Нас может интересовать, например, траектория брошенного тела или дальность его полета и вовсе не интересовать его вращение при движении. В этом случае вполне оправданным будет приближение материальной точки. Для решения задачи все силы можно свести в одну точку и применить правило параллелограмма и второй закон Ньютона.

Пусть мы изучаем условия равновесия протяженного тела, которое может вращаться вокруг некоторой оси. В такой задаче приходится считаться не только с величиной сил, но и с их моментами. Значит, в рамках рассмотрения такой задачи недопустимы переносы точки приложения силы, при которых изменилось бы плечо силы. Проще говоря, точку приложения силы можно переносить только вдоль направления силы.

Есть, наконец, задачи, в которых и этого делать нельзя. Так обстоит, например, дело, когда необходимо выяснить распределение нагрузок на тело и деформаций в нем.

Вопрос о переносе точки приложения силы, таким образом, оказывается тесно связанным с самой постановкой задачи. Следовательно, верно будет и обратное: характер переноса точек приложения сил определит и круг вопросов, которыми мы оказались ограничены, выбрав путь решения.

### ГЛАВА 3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Законы Ньютона позволяют в принципе решить любую задачу, где надо определить положение тела в любой момент времени. Для этого необходимо знать «только» начальные условия и силы, действующие на тело. Примеры решения подобной задачи были довольно подробно рассмотрены выше.

Однако использование законов Ньютона далеко не всегда дает самый простой путь решения. Более того, в ряде случаев такой путь практически неосуществим. Если начальные условия, в которых находится тело, еще можно определить непосредственными измерениями, то при определении сил, действующих на тело, могут встретиться большие трудности. Один из примеров — кратковременные процессы, в которых могут участвовать тела: соударение тел, взрыв и т. д.

В ряде случаев могут помочь так называемые законы сохранения — закон сохранения импульса и закон сохранения энергии, относящиеся к числу важнейших законов механики.

#### § 1.8. Закон сохранения количества движения

1. **Количество движения и импульс силы.** *Количеством движения* тела называют произведение его массы на скорость. Если масса тела  $m$ , а его скорость  $v$ , то для количества движения  $p$  имеем  $p = mv$ . Величину

$p$  часто называют также *импульсом*. Поскольку скорость  $v$  — вектор, импульс  $p$  также является векторной величиной. Введение этой новой величины создает и новые удобства описания результатов воздействия тел на данное тело.

Пусть, например, на тело массы  $m$  действует сила  $F$ . Согласно второму закону Ньютона тело будет испытывать ускорение  $a$ . За некоторое время  $\Delta t$  (достаточно малое, чтобы сила  $F$  не успела заметно измениться) тело получит приращение скорости  $\Delta v = a\Delta t = \frac{F}{m} \Delta t$ . Значит, и импульс тела  $p$  также получит приращение  $\Delta p$ , причём

$$\Delta p = m\Delta v = F\Delta t. \quad (1.46)$$

Величину, равную произведению силы на время, в течение которого она действует, называют *импульсом силы*. Так что в уравнении (1.46)  $F\Delta t$  — импульс силы  $F$  за время  $\Delta t$ .

Согласно (1.46) изменение импульса тела равно импульсу силы за то же время. Сразу оговоримся, что не следует путать импульс тела (количество движения тела) и импульс силы. Как видим, величина импульса силы вовсе не зависит от массы тела, на которое эта сила действует. На какие бы тела ни действовала сила  $F$ , за одинаковое время  $\Delta t$  она вызовет всегда одинаковое изменение импульса тела, равное  $F\Delta t$ .

Следовательно, импульс силы — более общая характеристика воздействия одного тела на другое, чем произведение массы тела на его ускорение. Этому отвечает и несколько иное определение понятия силы. Согласно (1.46)  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ . Значит, можно было бы определить силу, действующую на тело, как скорость изменения импульса этого тела.

Соотношение (1.46) не является каким-то новым законом, отличающимся от второго закона Ньютона. Это всего лишь другая его запись. В ряде случаев, однако, уравнение (1.46) может оказаться более удобным, чем уравнение (1.28).

Дело в том, что уравнение (1.46) можно распространить и на такие интервалы времени  $\Delta t$ , в течение которых величина силы меняется. Тогда, очевидно, нужно последовательно применить уравнение (1.45) к следующим друг за другом достаточно малым интервалам времени, в течение которых величину силы  $F$  можно считать постоянной. Суммарный импульс силы будет тогда равен сумме «элементарных» ее импульсов, а полное приращение импульса  $\Delta p$  за все время  $\Delta t$  — этому суммарному импульсу силы. Зная  $\Delta p$ , а также начальную скорость тела и его массу, можно было бы определить скорость тела в конце интервала времени  $\Delta t$ . Вся задача, следовательно, сводится к нахождению изменения импульса  $\Delta p$  за соответствующее время  $\Delta t$ . Мы могли бы вычислить  $\Delta p$ , если известно, как меняется сила  $F$  в течение времени  $\Delta t$ .

Но оказывается, что в ряде случаев возможен значительно более простой путь решения.

**2. Закон сохранения импульса.** Допустим, что на данное тело массы  $m_1$  действует только одно тело  $m_2$ . Если сила, испытываемая телом  $m_1$ , равна  $F_1$ , то и на второе тело со стороны первого будет действовать сила

$F_2$ . Силы  $F_1$  и  $F_2$  должны удовлетворять третьему закону: они равны по величине и противоположны по направлению. Но тогда и импульсы этих сил должны быть тоже равны по величине и противоположны по направлению. Это должно быть справедливо для любых промежутков времени, потому что в каждый момент времени  $F_1 = -F_2$ . Поскольку импульс силы  $F_1$  равен изменению импульса  $\Delta p_1$  первого тела, а импульс силы  $F_2$  — изменению импульса  $\Delta p_2$  второго тела, то

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2.$$

Полученное соотношение приравнивает величины приращений импульсов с учетом их направления. Очевидно, они противоположны друг другу, поскольку вызываются противоположными по направлению силами.

Этот результат позволяет сделать весьма важный вывод: суммарный вектор импульсов двух взаимодействующих тел не меняется с течением времени (рис. 1.47).

Мы рассмотрели взаимодействие только двух тел, считая, что они изолированы от действия других. Однако и для большего числа тел можно было бы провести такие же рассуждения. Согласно принципу независимости действия сил (§ 1.4) для любой пары тел будет справедливо все сказанное. Но тогда, перебрав все пары взаимодействующих тел и сложив все приращения импульсов за одно и то же время, мы получим тот же результат: суммарный импульс системы тел, изолированной от действия других тел, не меняется с течением времени. Это закон сохранения импульса.

Как видим, закон сохранения импульса является следствием второго и третьего законов Ньютона. Существенно подчеркнуть, что он справедлив только для таких систем тел, которые не взаимодействуют с другими телами. Их называют еще *изолированными* (или замкнутыми) системами тел. Поэтому закон сохранения импульса можно сформулировать несколько короче: *суммарный импульс изолированной системы тел сохраняется*.

Тела, не входящие в данную систему тел, называют *внешними телами*, а силы, с которыми они действуют на тела выбранной системы тел, называют *внешними силами*. В отличие от них, силы взаимодействия тел, системы между собой называют *внутренними силами*. Поэтому можно дать еще одну формулировку закона сохранения импульса: *под влиянием внутренних сил импульс системы тел измениться не может*.

Мы не делали никаких предположений относительно характера сил взаимодействия. Следовательно, силы взаимодействия могут быть

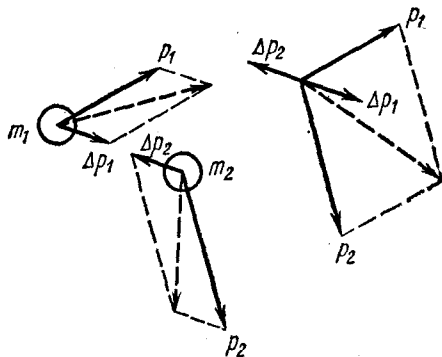


Рис. 1.47

любыми: это могут быть упругие силы, силы тяготения, силы трения или любая комбинация этих сил.

Примечательно и другое: силы взаимодействия могут зависеть от времени как угодно, импульс системы тел всегда будет один и тот же.

Однако различные тела в изолированной системе тел могут и не сохранять своего импульса (см., например, рис. 1.47). Значит, в такой системе тела обмениваются импульсами.

**3. О применении закона сохранения импульса.** Так же как не бывает изолированных тел (§ 1.4), не бывает и изолированных систем тел. А между тем закон сохранения импульса, строго говоря, справедлив

только для изолированных систем тел.

И все же закон сохранения импульса находит весьма широкое применение при решении задач. Дело здесь не только в том, что встречаются случаи, когда тела почти изолированы от действия других тел (это бывает, если воздействие со стороны тел, не входящих в данную систему тел, пренебрежимо мало).

Закон сохранения импульса содержит утверждение о величине

векторной. Все составляющие вектора импульса должны сохраняться, если вообще нет внешних воздействий. Но если они есть, то вовсе не безразлично, в каком направлении они проявляются.

Совершенно очевидно, что если в каком-либо направлении данная система тел не испытывает воздействия со стороны других тел, составляющая полного импульса в этом направлении будет оставаться неизменной.

Значит, закон сохранения импульса можно применять не только к изолированным системам тел. Его вообще можно применять для тех направлений, в которых система тел ведет себя подобно изолированной. Единственным критерием является отсутствие внешних сил (или их проекций) в данном направлении.

Сказанное поясним на примере.

На платформе, стоящей на рельсах, неподвижно закреплено артиллерийское орудие. Ствол орудия наклонен к горизонту под углом  $\alpha$ , а его проекция на горизонтальную плоскость составляет угол  $\beta$  с направлением рельсов (см. схему на рис. 1.48). Выясним, в какой мере применим закон сохранения импульса к системе тел, состоящей из платформы с орудием (их общая масса равна  $M$ ) и вылетающего в результате выстрела снаряда (массы  $m$ ). Решение этого вопроса зависит от того, какие внешние силы действуют на тела  $M$  и  $m$  и в каких направлениях.

До выстрела на платформу с орудием (и снарядом в нем) действуют две силы, обе направленные по вертикали: сила тяжести и реакция

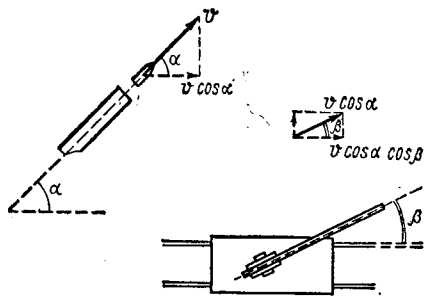


Рис. 1.48

опоры со стороны рельсов. Значит, заведомо ясно, что вертикальная составляющая полного импульса тел  $M$  и  $m$  не должна сохраняться.

И действительно, первоначально покоившийся снаряд, вылетая с начальной скоростью  $v_0$ , «унесет» с собой в вертикальном направлении импульс  $mv_0 \sin \alpha$ . Что касается платформы с орудием, то она после выстрела не будет двигаться в вертикальном направлении в обратную сторону: этому помешают рельсы, выступающие в роли внешнего тела. Более того, вертикальная составляющая импульса снаряда тоже не будет сохраняться в ходе полета, как и у всякого брошенного тела. Изменять ее будет сила тяжести, а также трение воздуха.

Посмотрим теперь, как обстоит дело в горизонтальной плоскости. До выстрела никакие силы в горизонтальном направлении на тела  $M$  и  $m$  не действуют. Это не значит, однако, что горизонтальная проекция полного импульса будет сохраняться. Важно, чтобы и при самом выстреле не появилось внешних сил. А они появляются.

Горизонтальная составляющая импульса снаряда составляет угол  $\beta$  с направлением рельсов. Чтобы полный импульс в этом направлении не изменился, платформа должна начать двигаться в противоположном направлении, т. е. тоже под углом  $\beta$  к рельсам. Этого, конечно, не будет: появится упругая сила, действующая на платформу со стороны рельсов в горизонтальном направлении.

Итак, при выстреле картина внешних сил изменится: несколько возрастет реакция опоры, препятствующая движению платформы вертикально вниз, и, кроме того, в горизонтальной плоскости появится упругая сила, перпендикулярная рельсам. В направлении этих сил проекция полного импульса не должна сохраняться. Она, как мы видим, и не сохраняется. Остается одно направление, в котором импульс будет сохраняться: направление вдоль рельсов. Ни одна из перечисленных выше сил не дает проекции на это направление. Силы трения можно не учитывать, поскольку они малы по сравнению с другими силами в задаче.

Запишем в виде уравнения закон сохранения импульса для этого направления. Сумма проекций импульсов после выстрела должна быть равна их сумме до выстрела (т. е. нулю в данном случае). Нужная нам составляющая импульса снаряда равна  $mv_0 \cos \alpha \cos \beta$ , как это видно из рис. 1.48. После выстрела платформа будет двигаться с некоторой скоростью  $V$ , так что ее импульс станет равным  $MV$ . Окончательно имеем

$$mv_0 \cos \alpha \cos \beta - MV = 0.$$

Второе слагаемое мы сразу записали со знаком «минус», учитывая, что приращению импульсов снаряда и платформы должны быть разного знака (явление отдачи). В полученном уравнении  $V$  означает поэтому лишь величину скорости. Пользуясь этим уравнением, можно определить скорость снаряда тотчас после выстрела, если известны все прочие величины (в том числе и скорость  $V$ , легко доступная измерению).

В приведенном нами примере отчетливо видны две основные особенности, связанные с применением закона сохранения импульса.

Во-первых, пример показывает, что в ряде случаев действительно можно избежать «обычного» пути решения, основанного на законах Ньютона (§ 1.4). Это имеет ощутимые преимущества, когда трудно выяснить, как меняются силы, действующие на тела (например, при выстреле). Закон сохранения импульса позволяет отвлечься от всех промежуточных этапов, через которые проходит данная система тел, и сравнивать импульсы тел, когда интересующий нас процесс закончился (например, после выстрела).

Во-вторых, из приведенного примера видно, что применимость закона сохранения импульса в конкретном случае определяется не только картиной внешних сил до и после интересующего нас процесса, но и в ходе его (например, при выстреле). Однако чтобы применить закон, нам достаточно лишь знать, что в данном направлении не появляется внешних сил.

**4. Реактивное движение.** Явление отдачи лежит в основе принципа реактивного движения.

Так же как орудие испытывает отдачу при выстреле, так и любое тело будет испытывать отдачу, если оно выбрасывает струю жидкости или газа. Силу, с которой струя действует на тело, называют *реакцией* струи (аналогично реакции опоры, § 1.5). В соответствии с третьим законом Ньютона, она тем больше, чем большее ускорение испытывают выбрасываемые частицы жидкости или газа (т. е. чем больший импульс они уносят). Следовательно, реакция струи зависит от массы вещества, выбрасываемой в единицу времени, и скорости струи относительно тела:

Теоретические основы реактивного движения разработали русские ученые — Н. И. Кибальчич, И. В. Мещерский, К. Э. Циолковский. Различают два основных типа двигателей, использующих отдачу.

В двигателях одного типа выбрасываются продукты сгорания топлива, запасенного в самом движущемся устройстве. Такие двигатели называют *реактивными*. Их особенностью и одновременно недостатком является ограниченность времени действия, которое определяется запасом топлива.

Двигатели другого типа, в отличие от реактивных, используют в качестве одной из компонент горючей смеси среду, в которой они работают, — воздух. Отсюда их название — *воздушно-реактивные*, или *турбореактивные*, двигатели. Они лишены отчасти недостатка, который характерен для реактивных двигателей. Зато имеют другой: могут работать только в условиях наличия атмосферы воздуха, что ограничивает высоту, на которую может подниматься летательный аппарат.

Управляемые космические аппараты снабжаются всегда несколькими двигателями. Это нужно, в частности, для обеспечения возможности маневра и ориентации. Если необходимо, например, ориентировать искусственный спутник, не меняя его орбиты, потребуется пара сил, которая поворачивала бы его в нужном направлении (§ 1.7). В этом

случае нужны по крайней мере два вспомогательных реактивных двигателя помимо основного.

Последние годы отмечены большими успехами в применении реактивного движения. Широкое распространение получили реактивные и турбореактивные самолеты. С помощью реактивных двигателей был впервые в мире запущен первый советский искусственный спутник Земли, положивший начало широким исследованиям космического пространства. Ручная стыковка космических кораблей с экипажем на борту, осуществленная в 1969 г. советскими космонавтами, создала предпосылки для проведения длительных полетов человека в космическом пространстве. Принцип реактивного движения используется и в судостроении (корабли на «подводных крыльях»).

## § 1.9. Закон сохранения энергии

**1. Работа силы.** Для описания движения и причин, меняющих характер движения, в механике вводят целый ряд физических величин: перемещение, скорость, ускорение, массу, силу, импульс. Введение каждой из них в дополнение к другим позволяет установить все новые и новые особенности механического движения. Необычайно плодотворным оказалось введение еще одного понятия — работы силы.

Если точка приложения силы перемещается, говорят, что сила совершает *работу*. Эта работа измеряется произведением силы на перемещение в направлении силы.

Сила  $F$  и перемещение  $\Delta S$  точки ее приложения — векторы. Направления их могут и не совпадать, составляя некоторый угол  $\alpha$ . Тогда нужно учесть, что в направлении силы точка ее приложения переместится на  $\Delta S \cos \alpha$  (рис. 1.49, а). Работа  $A$  будет определяться, следовательно, соотношением

$$A = F \Delta S \cos \alpha. \quad (1.47)$$

Здесь  $\Delta S \cos \alpha$  — проекция вектора перемещения  $\Delta S$  на направление вектора силы  $F$ .

Соотношение (1.46) можно трактовать и несколько иначе. Величина  $F \cos \alpha$  — проекция вектора силы на направление перемещения. Значит, можно сказать, что работу на пути  $\Delta S$  совершает только та составляющая силы, которая совпадает с направлением перемещения. Другая ее составляющая,  $F \sin \alpha$ , не совершает работы, поскольку в ее направлении нет перемещения (рис. 1.49, б).

Работа является величиной скалярной, хотя она и определяется произведением двух векторных величин. О работе нельзя сказать, куда она направлена.

Из соотношения (1.47) видно, что работа силы может быть равна нулю. Это может быть в двух случаях:

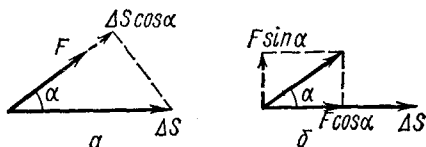


Рис. 1.49



1) если сила направлена под углом  $\pi/2$  к вектору перемещения (нулю равна, например, работа силы, выступающей в роли центробежной, поскольку эта сила всегда перпендикулярна скорости тела);

2) если само перемещение отсутствует (тело находится в равновесии).

Работа может быть положительной и отрицательной. Формально это соответствует тому, что  $\cos\alpha$  в формуле (1.47) может иметь любой знак.

Одновременно могут совершаться две работы — положительная и отрицательная. Это будет в том случае, когда на тело действуют две силы, направленные противоположно друг другу. В этом случае можно сказать, что одна из сил совершает работу против действия другой силы, или, короче, работу против силы. Чтобы не было путаницы, нужно четко оговаривать, о работе какой именно силы идет речь.

Одинаковую работу можно совершить за разное время в зависимости от скорости перемещения точки приложения данной силы. Поэтому говорят о скорости, с которой совершается работа. Величину, измеряемую работой в единицу времени, называют *мощностью*

$$P = \frac{A}{t}.$$

Единицу измерения работы можно получить из соотношения (1.47). Как видим, единицей работы является такая работа, которая совершается силой, равной единице, при перемещении точки ее приложения в направлении силы на расстояние, равное единице. Если  $F=1\text{ н}$  и  $\Delta S=1\text{ м}$ , то  $A=1\text{ н}\cdot\text{м}$ . Эта единица работы носит название *джоуль* (*дж*). Размерность ее  $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{сек}^2}$ . Есть и другая единица работы — *эрг*. Эта работа совершается силой в  $1\text{ дн}$  на пути в  $1\text{ см}$ :  $1\text{ дн}\cdot 1\text{ см}=1\text{ эрг}$ . Легко видеть, что  $1\text{ дж}=10^7\text{ эрг}$ .

Единицей измерения мощности, согласно определению этой величины, является работа, равная единице, совершаемая за время, равное единице. Если  $A=1\text{ дж}$  и  $t=1\text{ сек}$ , то  $P=1\frac{\text{дж}}{\text{сек}}$ . Эта единица носит название *ватт* (*вт*). Очевидно  $1\text{ вт}=10^7\frac{\text{эрг}}{\text{сек}}$ .

**2. Работа против упругой силы.** Работа силы имеет характерные особенности, смотря по тому, против какой силы она совершается.

Рассмотрим вначале работу, которую совершает сила, деформирующая тело. Будем считать, что деформация однозначно связана с величиной приложенной силы, т. е. тело является абсолютно упругим. Для наглядности возьмем случай, когда сила деформирует пружину, один конец которой закреплен.

Будем растягивать пружину медленно, с тем чтобы отдельные ее участки не приобрели значительной скорости. Тогда в каждый момент времени пружина будет как бы в равновесии. Деформация пружины будет тем больше, чем больше приложенная сила. При не слишком больших силах должен выполняться закон Гука. Если жесткость пружины

жины  $k$  и мы хотим удлинить ее на  $\Delta l$ , надо приложить к ней силу, которая постепенно возрастет до  $F = k\Delta l$ .

Вычислим работу, которую надо совершить, чтобы растянуть пружину на  $\Delta l$ . При подсчете работы надо учесть, что полное перемещение точки приложения силы равно  $\Delta l$ , а сама сила меняется по величине. Если закон Гука выполняется, сила должна возрастать с ростом деформации по линейному закону (рис. 1.50, а).

На графике зависимости силы  $F$  от деформации  $\Delta l$ , которой она должна соответствовать, работой будет являться величина, численно равная площади, ограниченной графиком зависимости силы, осью отсчета деформации и ординатой, соответствующей выбранному значению  $\Delta l$  (она заштрихована на рисунке). Подсчет работы совершенно аналогичен вычислению пути, пройденного телом при равнопеременном движении (рис. 1.10). Таким образом, работа оказывается равной

$$A = \frac{k(\Delta l)^2}{2}. \quad (1.48)$$

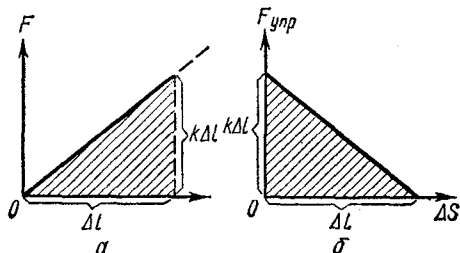


Рис. 1.50

Результатом совершенной работы явилась деформация пружины.

Чтобы удержать пружину в растянутом состоянии, нужно прикладывать к ней силу. Но можно и отпустить ее, постепенно уменьшая силу. При этом сила, удерживающая пружину, будет совершать отрицательную работу, так как перемещение точки приложения силы будет противоположно направлению силы.

Зато положительной будет работа, совершаемая упругой силой пружины: она направлена как раз в сторону сокращения пружины. Когда деформация пружины полностью исчезнет, совершенная ею на пути  $\Delta l$  работа достигнет некоторой величины. Вычислим и эту работу.

По мере сокращения пружины ее упругая сила будет падать. Если растянутая пружина сократится на  $\Delta S$ , деформация ее убавится и станет равна  $\Delta l - \Delta S$ . Уменьшится и ее упругая сила с  $k\Delta l$  до  $k(\Delta l - \Delta S)$ . График зависимости упругой силы пружины  $F_{упр}$  от  $\Delta S$  представится в виде прямой линии (рис. 1.50, б). Сократившись на  $\Delta S = \Delta l$  пружина полностью восстановит свою форму, и ее упругая сила станет равна нулю. Площадь, заштрихованная на рис. 1.50, б, дает нам величину работы, которая оказывается в точности равной работе, совершенной при растяжении пружины.

Это очень важный результат: растянутая пружина сама оказывается способной совершить работу, которая равна работе, совершенной при ее растяжении.

Полученный результат легко обобщить и на другие виды деформаций. Величина  $\Delta l$  в формуле (1.48) будет тогда иметь другой смысл, а вместо жесткости  $k$  нужно взять другую величину, характеризующую свойства материала и вид деформации.

Вовсе не обязательно, чтобы выполнялся закон Гука. Важно, чтобы тело вело себя как абсолютно упругое, т. е. могло бы полностью восстановить свою форму. Вычисление величины работы несколько усложнится, но основной результат будет тот же: деформированное упругое тело способно совершить работу, в точности равную работе внешней силы, совершенной при его деформации. Иначе говоря, оно имеет запас работы.

**3. Работа против силы тяжести.** Рассмотрим теперь случай, когда работа совершается в поле тяготения Земли против силы тяжести. Вычислим работу, которую совершает внешняя сила, поднимающая тело массы  $m$  на высоту  $h$  (малую по сравнению с радиусом Земли).

Внешняя сила, очевидно, равна в этом случае силе тяжести  $mg$ . Конкретная форма пути тела, очевидно, может быть различной. В нашей задаче это, однако, несущественно.

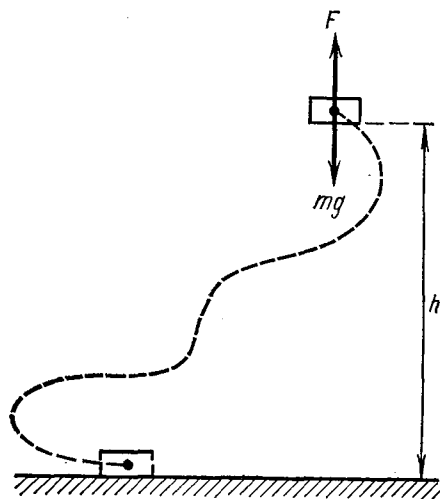


Рис. 1.51

Работа силы определяется проекцией перемещения на направление силы, которая в данном случае направлена по вертикали. Значит, проекцией суммарного перемещения фактически будет являться высота  $h$ , на которую тело поднимается (рис. 1.51).

Таким образом, работа силы  $F$ , медленно поднимающей тело  $m$  на высоту  $h$ , равна

$$A = mgh, \quad (1.49)$$

независимо от того, какова форма пути. Чтобы тело удерживалось на высоте  $h$ , к нему должна быть приложена внешняя сила, уравновешивающая силу тяжести.

Посмотрим теперь, как будет обстоять дело, если поднятое тело  $m$  постепенно опускать, пока оно вновь не коснется опоры (при  $h=0$ ).

Сила  $F$  по-прежнему будет равна  $mg$ . Работа этой силы будет на сей раз отрицательна. Зато положительной будет работа силы тяжести. К тому моменту, когда тело  $m$  достигнет опоры, сила  $mg$  совершит положительную работу, равную  $A = mgh$ , независимо от конкретной формы пути.

Отсюда можно заключить, что сила тяжести, действующая на поднятое тело, способна совершить работу, равную той работе, которая совершена при подъеме тела.

Как видим, результат вполне аналогичен полученному в предыдущем параграфе при рассмотрении работы против упругой силы: тело, поднятое в поле тяготения Земли, имеет запас работы.

**4. Работа против силы трения.** Наконец, рассмотрим случай, когда работа совершается против силы трения. Как мы увидим, картина будет совершенно иной, чем в предыдущих случаях.

Посмотрим, каковы результаты работы, совершаемой против силы трения при перемещении тела на некоторое расстояние. Чтобы не учитывать действия других сил (и совершаемой против них работы), нам придется перемещать данное тело вдоль горизонтальной поверхности. Условимся, кроме того, перемещать тело так, чтобы скорость его не менялась. Тогда сила, совершающая работу, будет равна силе трения. В зависимости от условий, в которых находится тело, характер силы трения может быть разный. Это может быть либо сила сухого трения (сила трения скольжения), либо сила вязкого трения (§ 1. 5).

Если величина силы трения равна  $F_{\text{тр}}$ , при перемещении тела на некоторое расстояние  $S$  сила  $F$ , равная  $F_{\text{тр}}$ , совершит работу

$$A = F_{\text{тр}}S.$$

Здесь сила  $F_{\text{тр}}$  при не слишком больших скоростях описывается формулой (1.38) или (1.40), смотря по характеру трения.

Одним из результатов работы является изменение положения тела относительно горизонтальной поверхности — оно переместилось вдоль поверхности в новое место на расстояние  $S$  от прежнего. Изменив положение тела, мы, однако, не создали запаса работы: новое положение тела ничем не отличается от старого. Этому результату сопутствует и другой: некоторое нагревание самого тела и среды, с которой оно соприкасалось при движении (шероховатая поверхность, жидкость или газ). Нагревания не будет только в одном случае: если тело перемещается в вязкой среде с весьма малой скоростью. Но в этом случае не имеет смысла говорить о работе против силы трения, поскольку сила трения будет равна нулю (а следовательно, равна нулю и работа).

Таким образом, можно сделать вывод: в отличие от работы против упругой силы или силы тяжести, работа, совершенная против силы трения, приводит лишь к нагреванию соприкасающихся тел, запаса работы при этом не создается.

**5. Потенциальная энергия.** Обобщим полученные результаты, касающиеся работы против различных видов сил: упругой силы, силы тяжести и силы трения.

В первых двух рассмотренных примерах, совершая работу, мы тем самым как бы создавали запас работы. В случае пружины этот запас выражался в том, что она деформирована, т. е. изменено взаимное расположение ее частей. Поднимая тело над поверхностью Земли, мы тоже изменяли взаимное расположение частей системы, состоящей из двух тел — поднимаемого тела и Земли.

Значит, можно сказать, что в этих случаях запас работы определяется взаимным расположением частей системы тел — конфигурацией системы. Изменяя свою конфигурацию, система сама может совершать работу.

Что касается третьего случая — работы против силы трения, — он принципиально отличается от первых двух. Изменяя взаимное расположение тел, мы не создали запаса работы, хотя работа тоже была совершена.

Чтобы охарактеризовать способность системы тел совершать работу за счет изменения своей конфигурации, вводят понятие потенциальной энергии. *Потенциальной энергией системы* тел называют величину, измеряемую той максимальной работой, которую система может совершить, изменяя свою конфигурацию.

Говоря именно о максимальной работе, имеют в виду весь запас работы, которую система может совершить при благоприятных обстоятельствах. Этим, кроме того, подчеркивают и ограниченность запаса работы. Например, потенциальная энергия пружины жесткости  $k$  согласно (1.48) равна

$$W_{\text{п}} = \frac{k(\Delta l)^2}{2} \quad (1.50)$$

(если ее деформация  $\Delta l$  подчиняется закону Гука). Больше этой работы растянутая (или сжатая) пружина совершить не может.

Тело массы  $m$ , поднятое на высоту  $h$ , имеет согласно (1.49) запас работы в виде потенциальной энергии

$$W_{\text{п}} = mgh. \quad (1.51)$$

Для краткости называют эту энергию потенциальной энергией поднятого тела. Надо, однако, иметь в виду, что фактически это потенциальная энергия двух тел — поднятого тела и Земли (см. далее).

Итак, величина потенциальной энергии системы может уменьшиться до нуля, если совершена вся запасенная работа. Значит, некоторой конфигурации тел отвечает потенциальная энергия, равная нулю. Другими словами, потенциальная энергия отсчитывается от некоторого уровня.

Выбор этого уровня довольно условен. Он должен лишь соответствовать конфигурации тел, которая считается практически доступной. Можно, например, считать, что потенциальная энергия тела, лежащего на поверхности стола, равна нулю. Но можно также было бы считать, что она равна нулю, когда тело находится на полу, на поверхности Земли и т. д.

Работа будет тем больше, чем больше приложенная сила и чем больше проекция перемещения на направление силы.

Полная потенциальная энергия системы тел равна сумме потенциальных энергий всех ее частей. Для увеличения потенциальной энергии нужно, как мы видели, чтобы внешние силы совершили положительную работу против упругих сил и сил тяготения.

Что касается сил трения, работа против них не приводит к увеличению потенциальной энергии системы.

**6. Кинетическая энергия.** Тела могут совершать работу не только за счет изменения взаимного расположения. Всякое движущееся тело также имеет запас работы. Останавливаясь, оно испытывает ускорение под действием какого-то тела. При этом в соответствии с третьим законом Ньютона оно, в свою очередь, должно действовать с некоторой силой на тормозящее тело. Работа будет совершаться до тех пор, пока перемещается точка приложения силы, т. е. до полной остановки.

Запас работы тела, обусловленный тем, что оно движется, связывают с другой разновидностью энергии — кинетической.

*Кинетической энергией системы* тел называют величину, измеряемую работой, которую система может совершить благодаря остановке всех входящих в нее тел.

Вычислим кинетическую энергию тела массы  $m$ , движущегося со скоростью  $v$ . Для простоты рассмотрим случай, когда тело останавливается, испытывая постоянное ускорение. В этом случае на тело должна действовать некоторая сила, не меняющаяся в течение всего времени торможения. Если ускорение тела  $a$ , то эта сила должна быть равна  $ma$ . С такой же силой и само тело  $m$  будет действовать на тормозящее тело. Для определения работы, совершенной телом  $m$ , надо узнать еще и длину пути  $S$  до полной его остановки. В соответствии с формулами § 1.2, примененными к случаю равнозамедленного движения, длина пути будет равна

$$S = \frac{v^2}{2a}.$$

Отсюда получаем выражение для работы

$$A = maS = ma \frac{v^2}{2a} = \frac{mv^2}{2}.$$

Это и есть кинетическая энергия  $W_k$ :

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (1.52)$$

Как видим, работа, которую может совершить движущееся тело, не зависит от величины ускорения при его торможении, а следовательно, не зависит от его пути. Свой запас работы тело может «истратить» на любом отрезке пути.

Результат, выражаемый формулой (1.52), мы получили на примере равнозамедленного движения. Но он будет таким же и во всех других случаях, только вычисления будут несколько сложнее.

Легко убедиться, что работа, которую нужно совершить, чтобы покоящееся тело массы  $m$  получило скорость  $v$ , также равна  $\frac{mv^2}{2}$ . Это можно показать с помощью формул § 1.2, считая для простоты, что движение равноускоренное. Значит, сообщая покоившемуся телу скорость, мы создаем тем самым запас работы у этого тела, в точности равный совершенной нами работе.

**7. Закон сохранения механической энергии.** Как видим, в механике различают две разновидности запасенной работы — потенциальную и кинетическую энергии. Очевидно, полная работа, которую может совершить данная система тел, равна сумме потенциальной и кинетической энергий всех тел, входящих в систему, — полной энергии

$$W = W_p + W_k.$$

В механике полную энергию системы называют *механической энергией*.

Говоря о запасе работы, мы имели в виду, что его можно израсходовать или увеличить. Поэтому естественно поставить вопрос о количественных соотношениях при изменении запаса работы. Рассмотрим вначале случай изолированной системы тел. Всякая работа в такой системе, очевидно, будет совершаться только силами, с которыми тела системы взаимодействуют друг с другом.

Оказывается, при определенных обстоятельствах механическая энергия изолированной системы тел остается неизменной. На основании сказанного в предыдущих параграфах мы можем установить, что это за обстоятельства.

Работа данной силы, совершаемая против упругой силы, равна создаваемому при этом запасу работы — потенциальной энергии упругого тела. Следовательно, при упругих деформациях в системе тел не происходит потери механической энергии: один запас работы переходит в другой, такой же.

Работа силы, совершаемая против силы тяготения, также приводит к созданию запаса работы, точно равного совершаемой работе. Значит, наличие сил тяготения в системе тел не может привести к уменьшению запасов работы, т. е. механической энергии. И только когда работа данной силы совершается против действия силы трения, при этом не создается запаса работы, а происходит лишь нагревание взаимодействующих тел. Значит, если среди сил взаимодействия тел есть и силы трения, запас работы в такой системе тел будет уменьшаться.

Отсюда заключаем, что в изолированной системе тел механическая энергия сохраняется неизменной, если в ней нет сил трения:

$$W_{\text{п}} + W_{\text{к}} = \text{const.} \quad (1.53)$$

Это закон сохранения механической энергии. Его мы получили, применяя законы Ньютона при рассмотрении работы, совершаемой против различных сил. Поэтому можно сказать, что закон сохранения механической энергии является следствием законов Ньютона.

Если система тел не является изолированной, нужно учитывать силы взаимодействия с внешними телами. Внешние силы также могут производить работу, действуя на тела данной системы. Если эта работа положительна и совершается против упругих сил или сил тяготения, запас работы данной системы тел будет расти. Увеличение механической энергии системы может сопровождаться изменением обеих ее разновидностей — потенциальной и кинетической энергии. Таким образом, если в отсутствие сил трения внешние силы совершили работу  $A$ , то результатом работы будет приращение кинетической и потенциальной энергии  $\Delta W_{\text{к}}$  и  $\Delta W_{\text{п}}$ , причем

$$A = \Delta W_{\text{п}} + \Delta W_{\text{к}}. \quad (1.54)$$

Закон сохранения механической энергии, выражаемый формулой (1.53), мы обобщили на случай неизолированных систем. Уравнение (1.54) представляет собой запись закона сохранения механической

энергии в более общем виде. Если работа внешних сил равна нулю, то суммарное приращение механической энергии также равно нулю:

$$\Delta W_{\text{п}} + \Delta W_{\text{к}} = 0.$$

Это как раз означает, что в отсутствие внешних сил и сил трения полная энергия системы не меняется в соответствии с формулой (1.53). Возможны лишь взаимные превращения кинетической и потенциальной энергии.

Закон сохранения механической энергии является частным случаем более общего закона сохранения и превращения энергии.

**8. Свободное падение (пример применения закона сохранения энергии).** К задаче о свободном падении мы обращались уже неоднократно, затрагивая каждый раз все новые особенности этого практически важного случая движения (§ 1.2, 1.5). Рассмотрим теперь вопрос о применении закона сохранения энергии к этому случаю.

Выясним, какова должна быть форма записи закона сохранения энергии для тела массы  $m$ , упавшего с высоты  $h$  и имевшего нулевую начальную скорость. Для простоты будем считать, что силы трения отсутствуют. Конкретная форма записи зависит от того, какие тела мы включим в данную систему тел, чью энергию нам придется учитывать. Здесь возможны два варианта.

Можно, например, считать, что в систему, энергией которой мы интересуемся, входит только тело  $m$ , а Земля является внешним телом. Мы получим, таким образом, неизолированную систему.

На высоте  $h$  тело  $m$  не имело кинетической энергии, оно покоилось. Кроме того, и потенциальная его энергия была равна нулю. Действительно, потенциальная энергия системы измеряется величиной работы, которую она может совершить при изменении взаимного расположения тел, входящих в систему. Наша система состоит всего из одного тела, и нет смысла говорить об изменении ее конфигурации. Итак, полная энергия тела на расстоянии  $h$  от Земли равна нулю.

Изменение энергии должно быть равно работе внешней силы, в роли которой выступает сила тяготения  $mg$ . На пути  $h$  эта сила совершит работу  $A = mgh$ , так что энергия тела станет равна по величине  $W = mgh$ . Эта энергия может быть запасена только в виде кинетической энергии  $W_{\text{к}}$ , так как по-прежнему не имеет смысла говорить о потенциальной энергии системы, состоящей только из одного тела. Кинетическая же энергия может быть записана в виде  $\frac{mv^2}{2}$ , где  $v$  — скорость тела, упавшего с высоты  $h$ . Следовательно, для величин, входящих в формулу (1.54), имеем

$$A = mgh, \quad \Delta W_{\text{п}} = 0, \quad \Delta W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Поэтому

$$mgh = \frac{mv^2}{2}. \quad (1.55)$$



Это и есть форма записи закона сохранения энергии для данного случая. Отсюда, между прочим, получаем

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Этот результат соответствует формуле (1.15'), которая получена совсем другим путем (см. § 1.2).

Но есть и второй путь рассмотрения. Можно считать, что Земля тоже входит в систему тел, чья энергия нас интересует. Такую систему можно рассматривать как практически изолированную.

Пока оба тела покоились (в системе координат, связанной с Землей), их кинетическая энергия была равна нулю. Однако система имела запас работы, равный  $mgh$ , в виде потенциальной энергии.

В тот момент, когда упавшее тело касается Земли ( $h=0$ ), потенциальная энергия равна нулю. Зато появится кинетическая энергия у тела  $m$ , которую можно записать в виде  $\frac{mv^2}{2}$ . Это одновременно будет и полная механическая энергия системы.

Поскольку система изолирована и силы трения в ней отсутствуют, механическая энергия ее будет всегда одинакова. Поэтому можно приравнять полную энергию системы в начале движения ( $W=mgh$ ) и в конце движения  $\left(W = \frac{mv^2}{2}\right)$

$$mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

Результат, как видим, тот же самый, что и при первом способе рассмотрения (см. формулу (1.55)). Однако смысл общего уравнения (1.54) был в этих двух случаях различным.

С точки зрения закона сохранения энергии становится понятно, почему тело, брошенное вверх, вернется назад со скоростью, равной по величине его начальной скорости, если только отсутствует трение (см. § 1.2). В действительности эта скорость будет несколько меньше из-за трения воздуха. Падающее тело совершает работу против силы трения и теряет, таким образом, свою механическую энергию.

**9. О системах единиц.** Далеко не все единицы измерения величин являются независимыми. Одни из них могут являться комбинациями других. Например, единица силы может быть выражена через единицы массы, длины и времени. Поэтому различаются основные единицы и производные.

В качестве основных приняты единицы длины, времени и массы.

Численное значение измеряемой величины зависит от выбора эталона для основных единиц. Поэтому возможно несколько различных систем единиц.

В СССР в качестве предпочтительной системы единиц принята международная система СИ, в которой единицей длины является 1 м, массы — 1 кг, времени — 1 сек.

Однако довольно широко используется пока и другая система — СГС, названная по первым буквам основных ее единиц (1 см, 1 г,

1 сек). Поэтому нередко возникает необходимость перевода значений величин из одной системы единиц в другую. Ниже дается сводка единиц измерения для этих двух систем — СИ и СГС.

Измеряемая величина	Единицы измерения	
	СИ	СГС
Длина	1 м	1 см
Время	1 сек	1 сек
Масса	1 кг	1 г
Скорость	1 м/сек	1 см/сек
Ускорение	1 м/сек <sup>2</sup>	1 см/сек <sup>2</sup>
Сила	1 н (=1кг·м/сек <sup>2</sup> )	1 дн (=1г·см/сек <sup>2</sup> )
Импульс	1 кг·м/сек	1 г·см/сек
Работа и энергия	1 дж (=1кг·м <sup>2</sup> /сек <sup>2</sup> )	1 эрг (=1г·см <sup>2</sup> /сек <sup>2</sup> )
Мощность	1 вт (=10 <sup>7</sup> эрг/сек)	1 эрг/сек

## ГЛАВА 4. КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ, ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

### § 1.10. Механические колебания

**1. Колебательные процессы.** В повседневной жизни мы часто сталкиваемся с *колебательными процессами* (или просто *колебаниями*). К их числу относятся многие явления, отличающиеся от прочих некоторыми характерными свойствами. Для того чтобы колебания могли возникнуть, необходимо выполнение некоторых условий.

Устройства, в которых могут осуществляться колебательные процессы, называются *колебательными системами*. Рассмотрим колебания простейшей из таких систем — математического маятника — шарика, подвешенного на длинной (в сравнении с диаметром шарика) нерастяжимой нити (рис. 1.52). Всякая колебательная система имеет *положение равновесия*. Покоящаяся система обязательно находится в таком положении. Сама по себе система не может выйти из положения равновесия; для этого необходимо воздействие внешней силы.

Если равновесие *устойчиво*, выведенная из него система стремится вернуться в него. Система же, выведенная из *неустойчивого* положения равновесия, сама по себе в это положение не возвращается. В дальнейшем мы будем иметь в виду устойчивое равновесие. Колебательные системы, о которых идет речь, являются частным случаем *механических систем* — систем различных тел. Отдельные части системы могут действовать друг на друга с силами, которые называются *внутренними* для данной системы. Кроме того, посредством внешних сил на элементы системы могут действовать тела, не включенные в систему.



в нем не может, так как имеет не равную нулю скорость. Он много раз останавливается, когда достигает наибольшего отклонения в ту или иную сторону и меняет направление движения на противоположное. И лишь когда маятник израсходует всю приобретенную извне энергию, он остановится в положении равновесия и окажется в состоянии покоя.

Теоретически это произойдет через бесконечно большой промежуток времени. На самом же деле от начала колебаний до полной остановки маятника проходит лишь конечный отрезок времени. Длительность этого отрезка времени зависит от того, насколько быстро теряет энергию маятник. Мы можем сделать процесс колебаний более продолжительным, если например, устраним трение его о воздух. Для этого достаточно поместить маятник вместе со штативом, на котором он подвешен, под стеклянный колпак вакуумной установки и откачать из-под колпака воздух. Наблюдая за движением маятника, которое можно возбудить и под колпаком (например, с помощью электромагнита), мы увидим, что по-прежнему  $\alpha_1 < \alpha_0, \alpha_2 < \alpha_1$  и т. д., но разности  $\alpha_0 - \alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2$  и т. д. будут меньше, чем при колебаниях в воздухе. Таким образом, размах колебаний маятника будет убывать медленнее, и процесс успокоения маятника окажется более продолжительным.

Дальнейшее уменьшение потерь энергии маятником можно осуществить, выбирая для нити материал с возможно меньшим внутренним трением. Однако полностью исключить эти потери невозможно. Поэтому мы лишь мысленно можем представить себе, как выглядели бы колебания маятника в отсутствие потерь энергии. Очевидно, при этом выполнялись бы равенства  $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \dots$  и т. д., т. е. размах колебаний маятника не изменялся бы со временем. Такое представление находится в соответствии с законом сохранения энергии: значения потенциальной энергии одинаковы при наибольшем отклонении маятника в обе стороны и равны кинетической энергии маятника в точке  $O$ .

Такой процесс называется *свободными незатухающими колебаниями* маятника. Хотя на практике он никогда не имеет места, во многих случаях его удобно рассматривать в качестве более или менее хорошего приближения к реальному процессу. Разумеется, это приближение будет тем лучше, чем медленнее теряется энергия в реальном процессе.

Мы рассмотрели два различных процесса: реализуемый на практике (затухающие колебания) и идеализированный, практически недостижимый (свободные незатухающие колебания), который мы также относим к числу колебательных процессов. Процессы, подобные незатухающим колебаниям, когда состояния системы повторяются через одинаковые промежутки времени, называются *периодическими*. Затухающие колебания не являются периодическим процессом, однако при медленном затухании они близки к периодическим. Поэтому можно сказать, что колебательный процесс есть периодическое или близкое к нему движение системы около положения равновесия. В то же время, как мы увидим в дальнейшем, не всякий периодический процесс является колебательным.

Если изучать колебания математического маятника при все большем затухании (например, колебания маятника в безвоздушном пространстве, в воздухе, воде, глицерине), то окажется, что с возрастанием затухания его движение все меньше походит на периодическое. Это и понятно: с увеличением затухания возрастают разности  $\alpha_0 - \alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2$  и т. д., которые равны нулю в периодическом процессе.

При очень большом трении движение маятника становится *аперриодическим*. В этом случае освобожденный от действия внешней силы в начальный момент времени маятник движется к точке  $O$ . Вначале он набирает скорость, затем, постепенно теряя ее, приближается к положению равновесия. Когда маятник оказывается в положении равновесия, скорость его равна нулю, и он остается в этом положении. В некоторых случаях, прежде чем остановиться, маятник один раз проходит через точку  $O$  с неравной нулю скоростью и затем возвращается к ней с противоположной стороны. Подобные процессы не являются колебательными, однако в теории колебаний (в разделе физики, рассматривающем колебательные процессы) они тоже изучаются как свойственные колебательным системам.

Хотя и невозможно полностью исключить потери энергии при колебаниях, мы часто сталкиваемся с незатухающими колебаниями (которые являются, таким образом, периодическими процессами). Примерами незатухающих колебаний служат движение маятника часов, движение молоточка электрического звонка и многие другие явления. Во всех таких случаях неизбежные потери энергии колебательной системой по-полняются за счет внешнего источника энергии.

Существуют различные методы введения энергии внешнего источника в колебательную систему. Простейший из них — метод *вынужденных колебаний*. Это случай, когда на колебательную систему действует периодическая внешняя сила. Убыль энергии за счет потерь в такой системе равна энергии, поступающей извне.

В дальнейшем мы подробно рассмотрим незатухающие свободные, затухающие и вынужденные колебания. Кроме математического маятника будут рассмотрены также более сложные колебательные системы. Как мы увидим в дальнейшем, колебательный процесс, совершаемый математическим маятником, наиболее прост, если только нить отклоняется от вертикали на достаточно малые углы. В случае свободных незатухающих колебаний смещение шарика из положения равновесия синусоидально зависит от времени. Такие колебания называются *гармоническими*. У других колебательных систем эта зависимость может оказаться иной. Например, если положить шарик в чашку, дно которой имеет сферическую форму (рис. 1.53), то после малого смещения из положения равновесия лежащий на дне шарик начинает совершать гармонические колебания. Однако при достаточно большом первоначальном смещении колебания шарика не будут гармоническими. То же относится и к колебаниям математического маятника. Гармонические процессы играют в теории колебаний очень существенную роль как вследствие их распространенности, так и ввиду их важности для анализа более сложных процессов.

В этой главе речь пойдет только о *механических* колебаниях, хотя существуют и другие виды колебаний. Особенно важное значение имеют *электромагнитные* колебания (см. раздел «Электричество и магнетизм»).

**2. Графики колебательных процессов.** В простейшем случае конфигурация системы может быть задана посредством одной координаты (*система с одной степенью свободы*). Если конфигурация изменяется со временем, это изменение может быть представлено в виде функциональной зависимости координаты от времени.

Примером системы, конфигурация которой определяется одной величиной, служит математический маятник. При известной длине нити положение шарика определяется углом, на который нить отклонена от вертикали. С другой стороны, угол отклонения нити от вертикали легко определить, если известна величина смещения шарика из положения равновесия. Таким образом, конфигурация математического маятника может быть определена заданием одной из этих двух величин.

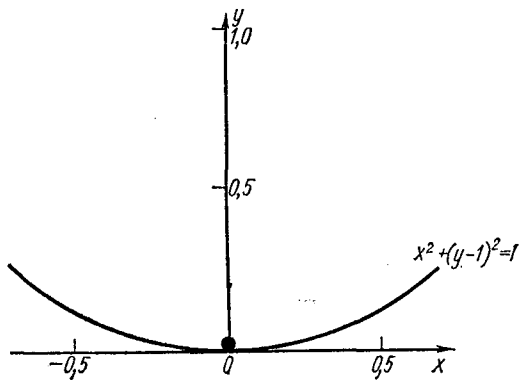


Рис. 1.53

Точно так же одной величины достаточно, что-

бы задать положение шарика на дне чашки, если шарик при своем движении все время остается в одной и той же вертикальной плоскости, проходящей через точку равновесия шарика.

Зависимость координаты от времени может быть изображена графически на плоскости с помощью прямоугольной системы координат, где по оси абсцисс откладывается время, а по оси ординат — координата системы.

На рис. 1.54 изображены графики незатухающих (а) и затухающих (б) колебаний математического маятника. В обоих случаях по оси ординат откладывается угол  $\alpha$  отклонения нити от вертикали. При этом углы, соответствующие отклонению в одну (например, в правую) сторону, считаем положительными, а при отклонении в другую сторону — отрицательными. В дальнейшем под «синусоидальной» будем понимать зависимость функции  $f$  от какого-либо аргумента  $z$ , имеющую вид  $f = \sin(\gamma z + \delta)$ . При различных значениях  $\delta$  график этой функции по-разному располагается относительно точки  $z=0$ . В соответствии со сказанным ранее для незатухающих свободных колебаний имеет место синусоидальная зависимость координаты от времени (угол  $\alpha$  пропорционален дуговому смещению). По виду второго графика нетрудно сделать заключение о том, что размах колебаний маятника со временем уменьшается.

Третий график (рис. 1.54, в) относится к процессу, который тоже можно рассматривать как колебательный. По такому закону изменяется положение упругого (например, стального) шарика, вертикально падающего на твердую горизонтальную плиту. Символом  $h$  обозначено расстояние шарика от плиты. После удара о плиту шарик снова подскакивает вверх и в идеализированном случае отсутствия потерь энергии (при соударении с плитой и из-за трения о воздух) поднимается

на ту же высоту, с которой начал падение, если оно произошло без начальной скорости.

При всем различии между графиками  $a$  и  $b$  (рис. 1.54) у них есть одна общая черта. Для каждого из них существует свой отрезок времени (соответственно  $T_a$  и  $T_b$ ), по прошествии которого форма кривой повторяется. Из рис. 1.54 видно, что независимо от выбора начального момента времени значение функции, изображаемой таким графиком, в конце отрезка совпадает со значением в начальный момент. Такие функции и соответствующие им графики называются *периодическими*, а интервал независимой переменной величины (в нашем случае — времени), через который значения функции повторяются, — *периодом*.

Периодические функции (и графики) соответствуют периодическим процессам (в том числе периодическим колебаниям), в которых все состояния системы повторяются через определенный промежуток времени — период процесса. Заметим, что отрезок времени, кратный периоду, также соответствует определению периода. Поэтому обычно под периодом процесса понимают наименьший промежуток времени, для которого это определение справедливо. Движение, совершаемое колебательной системой за один период, называется *полным колебанием*. Таковым является, например, движение математического маятника между двумя последовательными наибольшими отклонениями в одну и ту же сторону при свободных незатухающих колебаниях.

На периодичности сходство графиков  $a$  и  $b$  (рис. 1.54) заканчивается. Если графику  $a$  соответствует функция

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.56)$$

(смысл величин  $\alpha_0$ ,  $\omega$  и  $\varphi$  будет разъяснен позже), то график  $b$  представ-

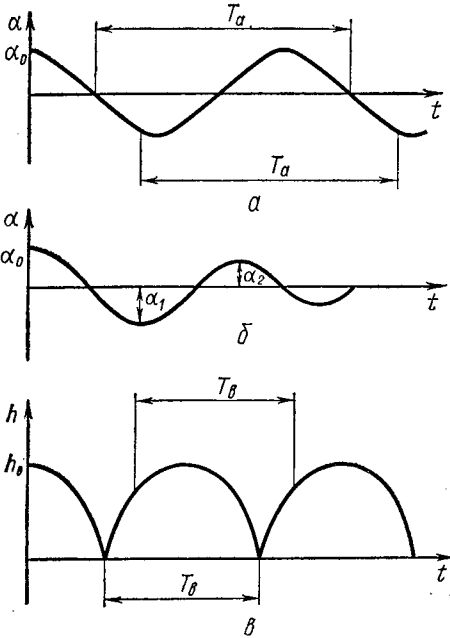


Рис. 1.54

ляет собой последовательность параболических дуг, причем для каждой дуги

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (1.57)$$

(здесь время отсчитывается от начала дуги, а  $v_0 = \sqrt{2gh_0}$ ).

### 3. Незатухающие свободные колебания математического маятника.

В дальнейшем нас будут интересовать наиболее простые колебательные системы, способные совершать гармонические колебания (потери энергии мы пока учитывать не будем). Выясним характерные свойства таких систем на примере математического маятника.

На графике рис. 1.54, а мы задавали конфигурацию маятника с помощью угла  $\alpha$ . Обозначим через  $s$  расстояние от точки  $O$  до шарика, измеренное по дуге, вдоль которой шарик движется. Будем считать  $s$  положительным, если шарик смещен вправо от точки  $O$ , и отрицательным, если он смещен влево. Величина  $s$  также может служить координатой, определяющей конфигурацию маятника.

Движение шарика складывается из свободного падения, вызываемого силой тяжести, и движения к точке подвеса, вызываемого натяжением нити. В результате шарик движется по дуге окружности, имея касательное и центростремительное ускорения. Касательное ускорение вызывается силой тяжести и является проекцией ускорения свободного падения на направление касательной к дуге. Если углу  $\alpha$  приписывать тот же знак, что и соответствующему смещению  $s$ , то для касательного ускорения  $a$  получим выражение

$$a = -g \sin \alpha. \quad (1.58)$$

Если нить маятника отклоняется на малые углы, то справедливо приближенное равенство

$$\sin \alpha \approx \alpha, \quad (1.59)$$

которое выполняется тем точнее, чем меньше  $\alpha$ : например, при  $\alpha = 10^\circ$  разность между  $\alpha$  и  $\sin \alpha$  составляет 0,6%, а при  $\alpha = 5^\circ$  — 0,08%. Имея в виду также, что  $\alpha = s/l$ , где  $l$  — длина нити, формулу (1.58) перепишем в виде

$$a = -\frac{g}{l} s. \quad (1.60)$$

Сила  $f_b = ma$ , придающая шарiku ускорение  $a$ , может быть определена с помощью формулы (1.60)

$$f_b = -\frac{mg}{l} s.$$

Знак этой силы противоположен знаку смещения, откуда следует, что сила всегда направлена в сторону положения равновесия и поэтому называется *возвращающей*, или *восстанавливающей*.

В тот момент, когда шарик проходит точку  $O$ , его касательное ускорение равно нулю, поскольку равна нулю проекция силы тяжести на касательную к траектории шарика. После того как шарик пройдет



точку  $O$ , возникает ускорение, направленное к положению равновесия, гормозящее движение шарика. С удалением его от точки  $O$  абсолютная величина ускорения возрастает. Постепенно шарик останавливается и затем начинает двигаться в обратную сторону. В момент остановки его отклонение от положения равновесия достигает наибольшего значения. При движении шарика в сторону точки  $O$  абсолютная величина его скорости возрастает и в точке  $O$  достигает наибольшего значения. Затем маятник начинает отклоняться в противоположную сторону.

Такой характер движения маятника возможен потому, что сила и ускорение всегда направлены к положению равновесия, т. е. знаки  $f_b$  и  $a$  противоположны знаку смещения  $s$ . Формально это различие

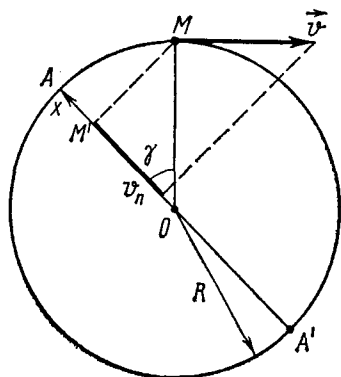


Рис. 1.55

знаков обеспечивается минусами в правых частях выражений для  $a$  и  $f_b$ .

Для определения закона движения маятника, т. е. зависимости смещения  $s$  шарика от времени, рассмотрим равномерное движение точки  $M$  по окружности (рис. 1.55). Это движение представляет пример периодического неколебательного движения. Однако проекция точки  $M$  на какой-либо диаметр этой окружности (например,  $AA'$ ) совершает колебательное движение, причем роль положения равновесия играет центр окружности (точка  $O$ ), положения наибольшего удаления от нее находятся в точках  $A$  и  $A'$ .

Абсолютная величина скорости точки  $M$  со временем не изменяется, но скорость  $v_n$  ее проекции (равная проекции скорости  $\vec{v}$  на диаметр) зависит от времени. В точках  $A$  и  $A'$  она равна нулю, в точке  $O$  она достигает наибольшего значения, равно  $|\vec{v}|$ . Ускорение точки  $M'$  является проекцией ускорения точки  $M$  на диаметр (ускорение точки  $M'$  всегда направлено вдоль диаметра, и его можно рассматривать не как вектор, а как скалярную величину). Ускорением точки  $M$  является центростремительное, равное по абсолютной величине  $v^2/R$  ( $v$  есть  $|\vec{v}|$ ) и направленное по радиусу окружности к центру.

Введем одномерную систему координат  $x$  на диаметре  $AA'$ , начало которой поместим в точке  $O$  (рис. 1.55). Положение точки  $M$  на окружности будем характеризовать углом  $\gamma$ , который образует радиус-вектор точки с радиусом  $OA$ . Положительные углы будем откладывать в направлении движения часовой стрелки. В этих обозначениях ускорение  $a'$  точки  $M'$  связано с абсолютной величиной  $a$  ускорения точки  $M$  следующим образом:

$$-a' = a \cos \gamma,$$

откуда

$$a' = -\frac{v^2}{R} \cos \gamma = -\frac{v^2}{R^2} x. \quad (1.61)$$

Таким образом, ускорение  $a'$  и координата  $x$  точки  $M'$  связаны друг с другом таким же соотношением, что и ускорение  $a$  и координата  $s$  шарика математического маятника (величины  $g/l$  и  $v^2/R^2$  являются постоянными положительными коэффициентами).

Проведем теперь опыт, схема которого изображена на рис. 1.56. Рядом с математическим маятником, состоящим из шарика  $M_2$ , подвешенного на нити длины  $l$ , расположен экран  $\mathcal{E}$ , причем его плоскость параллельна плоскости качания маятника. По другую сторону от маятника находится подставка, на которой установлен электромотор  $\mathcal{EM}$ , вращающий горизонтальный диск  $D$ . На диске укреплен вертикальный стержень с шариком  $M_1$  на конце. С помощью вольтовой дуги

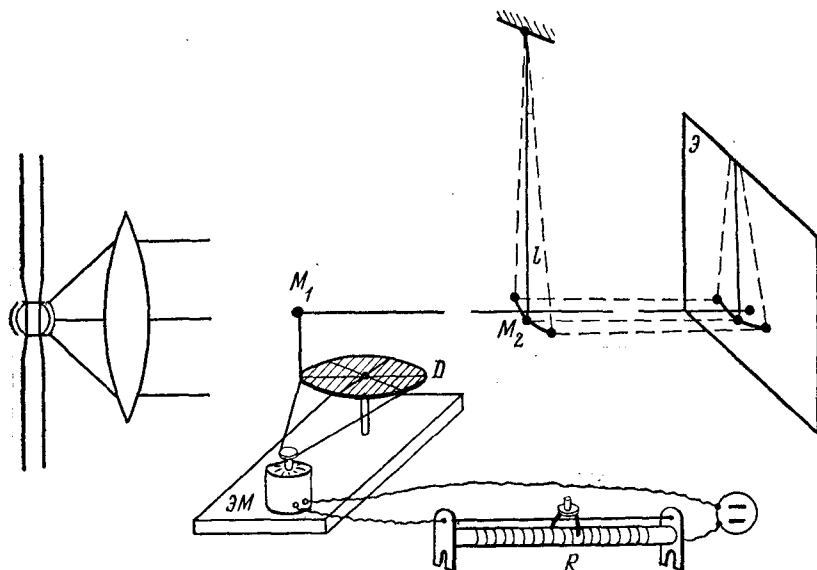


Рис. 1.56

и конденсора создается параллельный световой пучок, которым освещается диск с шариком, маятник и экран.

При вращении диска тень от шарика  $M_1$  на экране совершает колебательное движение, поскольку тень шарика является его проекцией на плоскость экрана. Ясно, что эта проекция движется так же, как и рассмотренная нами проекция на диаметр движущейся по окружности точки.

Заставим маятник колебаться таким образом, чтобы размах колебаний (наибольшее расстояние шарика  $M_2$  от положения равновесия) равнялся радиусу диска. Кроме того, поместим подставку так, чтобы тени от обоих шариков в крайних положениях оказались в одних и тех же точках (1 и 2) экрана (рис. 1.57). Предположим, что скорость  $v$  движения шарика  $M_1$  по окружности равна  $R\sqrt{g/l}$  (эта скорость может регулироваться с помощью реостата  $R$ , изображенного на рис. 1.56).

Докажем, что если оба шарика одновременно окажутся в одном и том же (первом или втором) крайнем положении, их тени на экране совпадут не только в этот момент, но будут совпадать и в дальнейшем.

Напомним прежде всего, что при выводе формулы (1.60) мы считали углы отклонения нити маятника от вертикали малыми. Очевидно, что при этом дуга, по которой движется шарик, почти не отличается от прямой. В дальнейшем будем считать движение шарика прямолинейным и обозначать его смещение символом  $x$ .

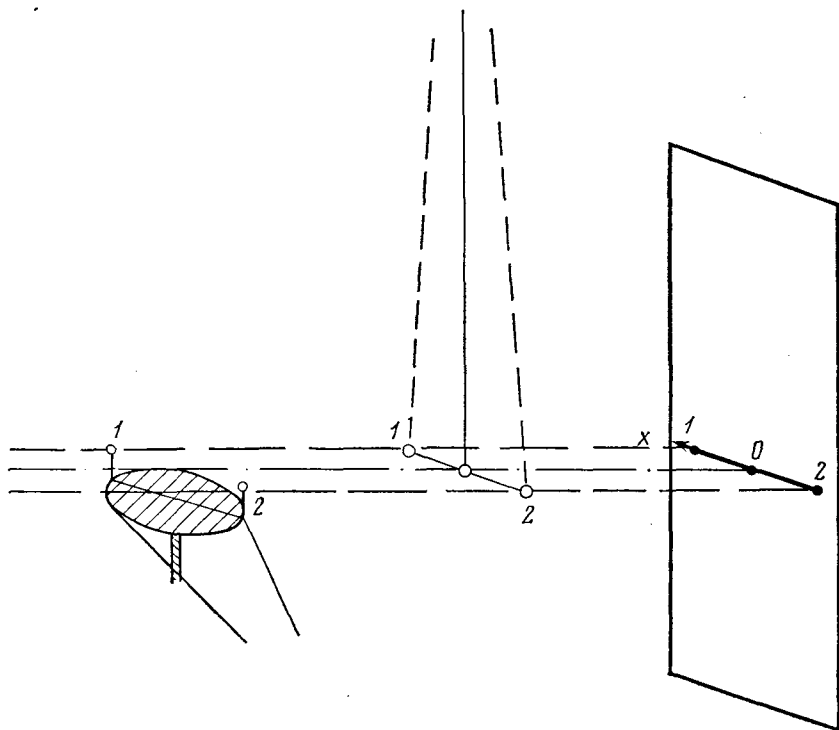


Рис. 1.57

Формулы (1.60) и (1.61) становятся тождественными благодаря нашему выбору величины скорости  $v$ . Их можно записать тогда в виде

$$a = -Kx, \quad (1.62)$$

где  $a$  — ускорение тени любого из двух шариков,  $x$  — ее смещение от проекции точки равновесия и  $K = g/l = v^2/R^2$ . Итак, по условиям нашего опыта ускорения проекций обоих шариков на экране одинаковым образом зависят от их смещений, а наибольшие отклонения обеих проекций от положений равновесия одинаковы и помещаются в одних и тех же точках экрана.

Предположим теперь, что в начальный момент времени  $t=0$  обе проекции оказались в точке 1 экрана, соответствующей наибольшему положительному смещению. Скорости их равны нулю, ускорения оди-

наковы, равны  $a_0 = -Kx_0$  ( $x_0$  — наибольшее смещение проекций от положения равновесия) и направлены к точке  $O$ , т. е. в данном случае отрицательны. За малый промежуток времени  $\Delta t$  ускорение изменится незначительно, поэтому скорости и перемещения обеих проекций можно вычислить по формулам равноускоренного движения: в конце промежутка  $\Delta t$  будем иметь

$$v_1 = a_0 \Delta t, \quad x_1 = x_0 + \frac{a_0 (\Delta t)^2}{2}.$$

Подчеркнем, что  $v_1 < 0$ ,  $x_1 > 0$ . Эти выражения справедливы для проекций обоих шариков.

Таким образом, при  $t = \Delta t$  проекции обоих шариков имеют одинаковые скорости ( $v_1$ ), одинаковые координаты ( $x_1$ ), а следовательно, и одинаковые ускорения  $a_1 = -Kx_1$ . Повторяя снова эти рассуждения, мы приходим к выводу, что обе проекции будут все время двигаться с одинаковыми скоростями и занимать на экране одинаковое положение. Вследствие того, что плоскость экрана и плоскость качания маятника параллельны, тень шарика  $M_2$  движется так же, как и сам шарик.

Следовательно, закон движения математического маятника (при малых углах отклонения) совпадает с законом движения проекции на диаметр равномерно движущейся по окружности точки. Из тригонометрии известно, что график движения этой проекции представляет собой синусоиду.

Таким образом, смещение шарика математического маятника изменяется с течением времени по гармоническому закону. Эта же закономерность имеет место для угла отклонений нити от вертикали, что выражается формулой (1.56).

**4. Основные величины, характеризующие гармонический колебательный процесс.** Формула (1.56) представляет собой наиболее общий вид записи гармонического колебательного процесса. Применительно к описанию зависимости угла  $\alpha$  отклонения нити математического маятника от вертикали входящие в формулу величины имеют следующий смысл.

Наибольшее и наименьшее значения, которые принимает синусоидальная функция, равны соответственно  $+1$  и  $-1$ . Будучи умноженными на  $\alpha_0$ , эти значения дают величины наибольших углов отклонения нити при движении в положительном и отрицательном направлениях. На графике рис. 1.54,а  $\alpha_0$  есть наибольшее удаление точек кривой от оси времени.

Наибольшее удаление колебательной системы от положения равновесия называется *амплитудой* гармонического колебательного процесса. Амплитуда равна множителю при синусоидальной функции, соответствующей данному колебательному процессу, в нашем случае — величине  $\alpha_0$ .

Множитель  $\omega$  при независимой переменной  $t$  связан с периодом процесса. В соответствии с определением периода  $T$  процесса независимо от выбора момента времени  $t$ :

$$\sin [\omega t + \varphi] = \sin [\omega (t + T) + \varphi],$$

откуда

$$\omega T = 2\pi \quad \text{и} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.63)$$

Как уже было отмечено, в течение одного периода колебательная система совершает одно полное колебание. Очевидно, что число  $\nu$  полных колебаний в секунду (это число может быть и дробным) определяется формулой

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.64)$$

Величина  $\nu$  называется *линейной частотой* (или просто *частотой*) колебательного процесса.

Для того чтобы исчислять аргумент синусоидальной функции в радианах, вводится величина  $\omega = 2\pi\nu$ , сопоставляющая одно полное колебание с изменением аргумента на  $2\pi$  радиан. При этом  $\omega$  есть число радиан, на которое изменяется аргумент синуса за 1 секунду.

Обратимся снова к колебательному движению проекции (на диаметр) точки, движущейся равномерно со скоростью  $v$  по окружности радиуса  $R$  (рис. 1.55). Очевидно, что период  $T$  колебаний проекции равен времени обращения точки по окружности

$$T = 2\pi \frac{R}{v},$$

следовательно,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{K}}.$$

Используя выражение  $K$  через характерные величины в задаче (так называемые *параметры*), найдем формулы периода и круговой частоты колебаний, например для математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (1.65)$$

Наконец, величина  $\varphi$  связана с выбором начала отсчета времени. Выражение  $\omega t + \varphi$  в теории колебаний называется *фазой*, а величина  $\varphi$  — *фазовым сдвигом*, или *начальной фазой*. На рис. 1.58 представлены графики смещения  $x$  шарика математического маятника (амплитуда колебаний равна  $x_0$ ) при различных значениях фазового сдвига.

Все случаи расположения графика относительно начала отсчета времени исчерпываются значениями  $\varphi$  в пределах от 0 до  $2\pi$ . Как сле-

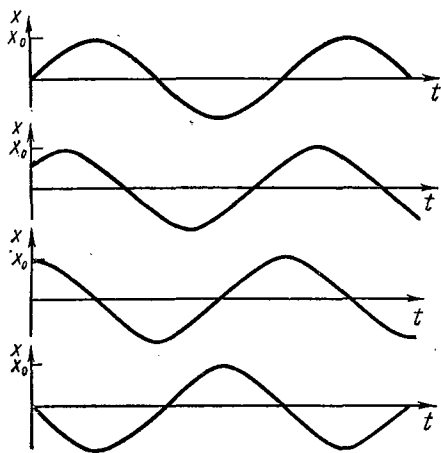


Рис. 1.58

дует из графиков рис. 1.58, замена значения  $\varphi=0$  на  $\varphi=2\pi$  не изменяет расположение графика. На самом деле такой переход означает сдвиг начала отсчета времени на один период. Результат такого сдвига на графике заметить невозможно вследствие того, что график периодичен. Разумеется, то же самое можно сказать о замене любого значения  $\varphi$  на  $\varphi+2\pi n$ , где  $n$  — целое число.

Необходимо отметить, что, говоря о периодических процессах, мы имеем в виду процессы, длящиеся бесконечно, от  $t=-\infty$  до  $t=+\infty$ . Именно поэтому смещение графика процесса вдоль оси времени на целое число периодов не может быть замечено. Если же процесс имеет конечную продолжительность, его сдвиг во времени будет сразу заметен (сдвинутся моменты начала и конца процесса). Однако такой процесс периодическим считать нельзя, даже если за время его существования и выполняются условия периодичности. Соответственно периодическим может быть назван только такой график, который удовлетворяет условию периодичности для всех значений независимой переменной.

На практике мы почти всегда сталкиваемся с процессами конечной продолжительности. Использование периодических функций для описания тех из них, которые удовлетворяют условию периодичности на конечном отрезке времени (т. е. являются «обрывками» периодических процессов), — это еще одна идеализация, которой мы пользуемся для упрощения анализа явлений.

Заметим, кроме того, что все конфигурации математического маятника (или другой аналогичной колебательной системы) за период колебания повторяются дважды. Исключение составляют конфигурации, соответствующие крайним положениям системы. На рис. 1.59 конфигурация, определяемая смещением  $x_1$ , за время периода повторяется дважды: при  $t=t_1$  и при  $t=t_2$ . Однако состояния системы при  $t=t_1$  и  $t=t_2$  различны: в первом случае скорость направлена к положению равновесия, во втором — от него. Состояние при  $t=t_1$  совпадает с состоянием при  $t=t_3$ , и  $t_3-t_1$  есть период этого колебательного процесса.

Итак, мы выяснили физический смысл величин  $\alpha_0$ ,  $\omega$  и  $\varphi$  в формуле (1.56). Задание их полностью определяет характер колебаний математического маятника. И вообще, любой гармонический колебательный процесс в системе с одной степенью свободы полностью определен, если известны его амплитуда, круговая частота  $\omega$  и фазовый сдвиг  $\varphi$ .

## 5. Другие простейшие колебательные системы.

Груз, подвешенный на пружине (рис. 1.60, а), также представляет собой колебательную систему. Когда система находится в покое, под действием веса груза пружина несколько растя-

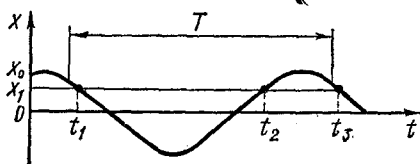


Рис. 1.59

нута и действует на груз силой, равной его весу и направленной вверх. Будем считать пружину линейной, т. е. такой, что дополнительное усилие  $f_b$ , возникающее в ней при смещении груза из положения равновесия, пропорционально величине  $x$  этого смещения. Соответствующий коэффициент пропорциональности  $k$  называется *коэффициентом жесткости* пружины. Это дополнительное усилие всегда направлено к положению равновесия и при возникновении в системе колебательного

процесса играет роль возвращающей силы. Иными словами,

$$f_b = -kx.$$

Пусть  $m$  — масса груза,  $a$  — его ускорение. Тогда  $ma = -kx$ , или

$$a = -\frac{k}{m}x.$$

Тем же способом, что и ранее, найдем выражение периода  $T$  и круговой частоты  $\omega$  этой колебательной системы через ее механические параметры

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (1.66)$$

Физический маятник (рис. 1.60, б) представляет собой абсолютно

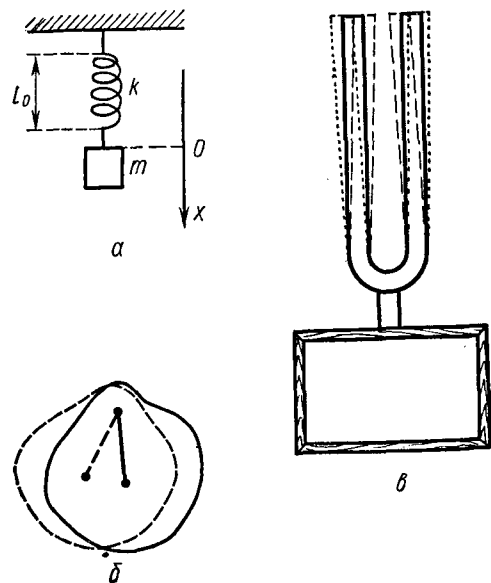


Рис. 1.60

твердое тело, которое может вращаться вокруг горизонтальной оси, не проходящей через его центр тяжести. При устойчивом равновесии физического маятника его центр тяжести находится в вертикальной плоскости, проходящей через ось вращения. Физический маятник представляет собой колебательную систему, свободные незатухающие колебания которой гармоничны, если углы, на которые он поворачивается в процессе колебаний, малы.

Камертон (рис. 1.60, в) состоит из двух металлических стержней прямоугольного сечения, расположенных вертикально на общей подставке. Он является более сложной колебательной системой, чем все предыдущие. Принцип его действия можно объяснить на основании представлений о механических волновых процессах. Но сейчас нам важно отметить, что после того, как камертон возбужден (например, ударом резинового молоточка), концы его стержней совершают медленно затухающие колебания, близкие к гармоническим.

Для всех колебательных систем, о которых шла речь, справедливо соотношение (1.62). При этом переменные величины, входящие в него, в разных случаях могут иметь различный физический смысл.

Например, для груза, подвешенного на пружине,  $x$  есть смещение груза,  $a$  — линейное ускорение. Для математического маятника эти величины имеют тот же смысл, когда идет речь о движении шарика, но если имеется в виду отклонение нити от вертикали, то  $x$  — угол,  $a$  — угловое ускорение, а под возвращающей силой следует подразумевать момент силы  $f_b$  относительно точки подвеса маятника. То же самое можно сказать и о физическом маятнике. Независимо от конкретного устройства колебательной системы  $x$  есть величина (координата), определяющая конфигурацию колебательной системы.

Формула (1.62) устанавливает, в частности, пропорциональность величин смещений и ускорений колебательной системы. Все колебательные системы, для которых справедлива формула (1.62), называются *линейными*. Очевидно, что не только ускорение, но и возвращающая сила в таких системах пропорциональна смещению. Более сложным является поведение *нелинейных* колебательных систем, для которых такой пропорциональности нет. Можно условно считать, что для них также справедливо соотношение (1.62), но при этом величина  $K$  не является постоянной, а зависит от  $x$ . Примерами нелинейных систем могут служить груз, подвешенный на пружине, коэффициент жесткости которой зависит от деформации пружины ( $k$  зависит от  $x$ ); математический маятник, совершающий колебания большой амплитуды (когда нить отклоняется от вертикали на углы, для которых приближенное равенство  $\sin \alpha \approx \alpha$  несправедливо).

В дальнейшем речь пойдет лишь о линейных колебательных системах. Именно они способны совершать гармонические колебания. Как следует из разобранных ранее примеров, свободные незатухающие колебания линейных систем с одной степенью свободы имеют определенную частоту. Она называется *собственной частотой* системы.

Во всех случаях, с которыми мы будем сталкиваться в дальнейшем изложении, колебательный процесс можно будет характеризовать смещением какой-либо точки. Поэтому свободные незатухающие колебания линейных систем будем записывать в виде

$$x = A \sin(\omega t + \varphi). \quad (1.67)$$

**6. Размерности величин, характеризующих колебательный процесс.** В Международной системе единиц СИ введенные нами величины имеют следующие размерности.

1. В формуле (1.67), поскольку  $x$  имеет размерность длины, амплитуда смещения  $A$  также имеет размерность длины и измеряется в метрах.

2. Синусоидальная функция всегда берется от безразмерной величины. Поэтому фаза  $\omega t + \varphi$  есть безразмерная величина, которую можно рассматривать как некоторый угол (заметим, что многие величины могут иметь вполне конкретный физический смысл и при этом быть безразмерными; кроме угла в качестве примера можно назвать, скажем, относительное удлинение стержня). Измеряется фаза в радианах. Напомним, что радиан есть безразмерная единица угла (угол вообще



и радиан в частности измеряется отношением длин дуги и радиуса, двух величин одинаковой размерности, и, следовательно, сам размерности не имеет). Следует еще отметить, что в результате взятия синуса от некоторого угла также получается безразмерная величина. Поэтому амплитуда колебания  $A$  и колебательное смещение  $x$  имеют одинаковую размерность.

3. Поскольку  $\omega t$  есть некоторый угол, размерность величины  $\omega$  имеет вид  $1/\text{сек}$ . Размерность линейной частоты  $\nu$  также имеет вид  $1/\text{сек}$ . Для числа полных колебаний в секунду, т. е. для величины  $\nu$  введена единица *герц*: 1 герц — это одно полное колебание в секунду, 10 герц — десять полных колебаний в секунду, 0,5 герца — половина полного колебания в секунду, т. е. одно полное колебание в две секунды и т. д. Сокращенное обозначение герца — *гц*, размерность —  $1/\text{сек}$ .

**7. Общие свойства колебательных систем.** Сравним поведение математического маятника и груза, подвешенного на пружине. Когда амплитуды колебаний можно считать малыми, для обеих колебательных систем справедлива формула (1.67). Одинаковый характер зависимости смещения от времени объясняется общностью свойств обеих систем. Колебательный характер их движения обеспечивается тем, что в них заложены два различных свойства — *инертность* и *восстанавливающая способность* (возвращающая сила). Инертные свойства в обоих случаях присущи грузам. Возвращающая сила в одном случае возникает благодаря наличию пружины, в другом — благодаря наличию нити и поля тяготения. Возвращающая сила действует всегда в сторону положения равновесия и все время стремится восстановить это положение. Благодаря действию этой силы маятник, прошедший положение равновесия, останавливается и начинает двигаться в обратную сторону.

Восстанавливающая сила возвращает груз к положению равновесия, но с приближением груза к этому положению она становится все меньше и меньше. В самом этом положении сила равна нулю, а груз проходит его по инерции, после чего все вновь повторяется.

В природе, в технике и в быту широко распространены всевозможные предметы, обладающие совокупностью двух названных свойств. Все эти предметы можно объединить введенным уже ранее понятием колебательных систем. Говоря о колебательных системах, мы имеем в виду, что система может совершать свободные колебания (без внешнего воздействия). В этом смысле, например, поршень автомобильного двигателя не является колебательной системой, так как периодическое движение он совершает только под действием внешней силы, создаваемой продуктами сгорания бензина.

Заметим, что не только механические, а вообще любые колебательные системы должны обладать совокупностью качеств, аналогичных инертности и восстанавливающей способности. Например, для электрических колебаний в контуре аналогом массы служит коэффициент самоиндукции катушки, а аналогом коэффициента упругости пружины является обратная величина емкости конденсатора.

**8. Энергия колебаний. Затухающие колебания.** Для вычисления энергии колебаний обратимся вновь к примеру математического маятника.

При колебаниях маятника его механическая энергия  $W$  представляет собой сумму потенциальной и кинетической энергии шарика. Потенциальная энергия определяется высотой подъема шарика над наименьшим уровнем, соответствующим положению равновесия. Поэтому, если при выводе закона движения маятника мы могли считать движение шарика прямолинейным, то теперь необходимо учитывать некоторое искривление его траектории, так как именно вследствие этого он поднимается над уровнем положения равновесия. Кинетическая энергия, как всегда, равна  $\frac{mv^2}{2}$ .

Потенциальную энергию маятника в наименьшем положении шарика будем считать равной нулю. Поэтому, когда маятник проходит положение равновесия, вся его механическая энергия состоит из одной лишь кинетической энергии. С другой стороны, когда маятник находится в крайних положениях, шарик, имеет только потенциальную энергию. Ввиду симметрии движения маятника в обе стороны от положения равновесия потенциальная энергия шарика в обоих крайних положениях одинакова.

Сила натяжения нити не производит работы по перемещению шарика, так как ее направление всегда перпендикулярно вектору скорости шарика. Поэтому к шарiku можно применить закон сохранения механической энергии тела в поле тяготения. В соответствии с этим законом сумма кинетической и потенциальной энергии шарика во всех точках его траектории одинакова и равна значениям потенциальной энергии в крайних положениях и величине кинетической энергии в положении равновесия. Разумеется, все это справедливо лишь для колебаний в отсутствие затухания (т. е. в отсутствие сил трения).

Если известны длина нити  $l$ , масса шарика  $m$  и амплитуда свободных незатухающих колебаний маятника  $A$ , можно вычислить энергию колебаний. Для этого достаточно найти, например, потенциальную энергию шарика в крайнем положении. Наибольшая высота  $h$ , на которую поднимается шарик (рис. 1.61), связана с углом  $\alpha_0$  наибольшего отклонения нити следующим образом:

$$h = l - l \cos \alpha_0 = 2l \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} = \frac{2l^2 \alpha_0^2}{1 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{\alpha_0^2 l^2}{2} = \frac{A^2}{2l}.$$

Здесь мы учли, что  $A \approx \alpha_0 l$ . Полная энергия  $W$  равна в этом случае потенциальной, откуда

$$W = mgh = \frac{mg}{l} \cdot \frac{A^2}{2}. \quad (1.68)$$

С другой стороны, потенциальную энергию в крайнем положении можно рассматривать как взятую с обратным знаком работу возвращающей силы  $f_0$  на пути от положения равновесия до точки наибольшего смещения. Мы не будем проводить этот расчет, а укажем лишь, что в результате вывода получим формулу (1.68).

Точно так же полную энергию колебаний груза, подвешенного на пружине, можно рассматривать как взятую с обратным знаком работу возвращающей силы на пути от  $x=0$  до  $x=A$ , причем роль этой силы играет сумма силы тяжести  $mg$  и упругой силы пружины. На основании формулы (1.66) можно утверждать, что и в этом случае возвращающая сила пропорциональна смещению, а роль величины  $\frac{mg}{l}$  на сей раз играет коэффициент жесткости  $k$  пружины. По аналогии с формулой (1.68) выражение полной энергии колебаний груза, подвешенного на пружине, запишем в виде

$$W = k \frac{A^2}{2}. \quad (1.69)$$

На рис. 1.54 приведен график затухающих колебаний. Мы не будем выводить закон движения маятника при затухающих колебаниях. Отметим только без доказательства, что в обозначениях этого рисунка характерное свойство медленно затухающих колебаний можно выразить пропорциями

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} = \frac{\alpha_4}{\alpha_3} = \dots$$

Разумеется, в разных колебательных процессах численная величина этих отношений различна.

Возводя эти равенства в квадрат и имея в виду, что наибольший угол отклонения нити математического маятника пропорционален наибольшему смещению шарика, на основании формулы (1.68) приходим к выводу, что

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_4}{W_3} = \dots \quad (1.70)$$

В этой формуле величины  $W_1$ ,  $W_2$  и т. д. обозначают потенциальную энергию при соответствующих наибольших отклонениях.

При медленном затухании колебаний можно пользоваться понятиями, которые мы ввели для незатухающих колебаний. Например, отрезок времени  $T$  между двумя последовательными наибольшими отклонениями в одну сторону называется *периодом затухающих колебаний*, а величина  $\nu = 1/T$  — *частотой затухающих колебаний*. Формула (1.70) означает, что за каждый период затухающих колебаний энергия колебаний убывает на одну и ту же долю. Как впервые установил Галилей, период и частота в процессе затухающих колебаний остаются неизменными. Иначе говоря, частота затухающих колебаний не зависит от их амплитуды (которая в ходе затухающих колебаний постепенно уменьшается).

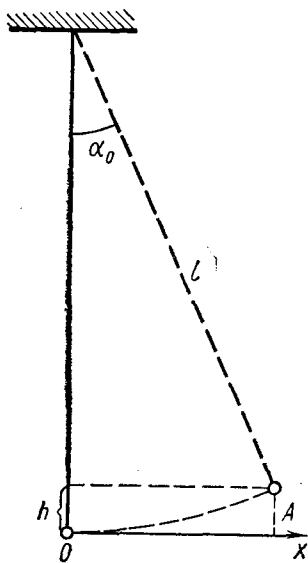


Рис. 1.61

**9. Вынужденные колебания, резонанс.** Несмотря на то что полностью исключить потери энергии в колебательном процессе, как мы выяснили, невозможно, часто приходится наблюдать колебательные процессы неизменной или почти неизменной амплитуды. В этих процессах убыль механической энергии восполняется от внешнего источника. Одним из видов таких незатухающих колебаний являются так называемые *вынужденные колебания*. В отличие от свободных, вынужденные колебания совершаются системой под действием некоторой внешней (*вынуждающей*) силы, периодически изменяющейся с течением времени (в простейшем случае по закону синуса).

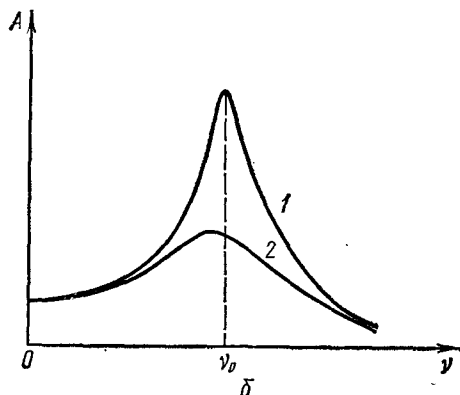
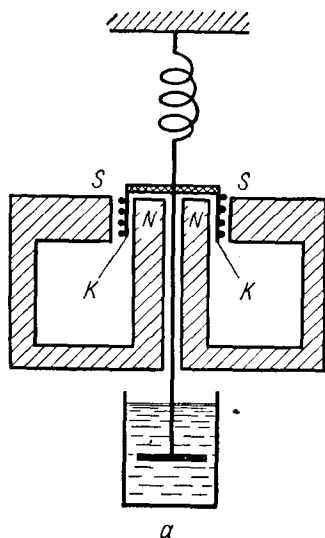


Рис. 1.62

С вынужденными колебаниями мы часто сталкиваемся в повседневной жизни. Однако простейший вид, когда вынуждающая сила представляет синусоидальную функцию времени, встречается сравнительно редко. Тем не менее именно этот случай мы рассмотрим вначале, а затем обратимся к более сложному вопросу периодической несинусоидальной силы. Заметим сразу же, что этот последний, более общий случай может быть исследован на основании выводов о действии синусоидальной силы. По этой причине, когда говорят о вынужденных колебаниях, не уточняя характер зависимости силы от времени, обычно имеют в виду синусоидальный закон этой зависимости.

На рис. 1.62, *a* изображен подвешенный на пружине груз, соединенный с системой электродинамического громкоговорителя. В разрезе изображен «горшкообразный» магнит (он имеет цилиндрическую форму), один полюс которого *N* находится на конце центрального стержня магнита, а другой *S* — на противоположном краю кольцевого зазора. Силовые линии магнитного поля в зазоре горизонтальны и расходятся по радиусу от оси стержня. В зазоре находится динамическая катушка, витки которой, намотанные на каркас *K*, в сечении изображены точками.

В дальнейшем, при изучении вопроса о взаимодействии электрического тока с магнитным полем, будет показано, что на проводник с током в магнитном поле действует некоторая сила, направление которой меняется на противоположное при перемене направления тока в проводнике. Эта сила равна нулю только в том случае, если проводник расположен параллельно силовым линиям поля.

В устройстве, изображенном на рис. 1.62, *а*, направление тока везде перпендикулярно к направлению силовых линий, что соответствует максимальному по абсолютной величине значению силы. Сила, действующая на катушку, всегда вертикальна, а ее направление (вверх или вниз) зависит от направления тока в катушке.

Если подавать на катушку переменное, синусоидально зависящее от времени электрическое напряжение, на нее будет действовать сила, зависящая от времени по закону синуса. Необходимый при измерениях отсчет амплитуды колебаний может производиться с помощью оптической трубы. Спица с пластинкой на конце (в нижней части рисунка), проходящая сквозь канал в центральном стержне магнита, предназначена для введения в систему затухания. Поместив пластину в стакан, мы можем изменять трение в системе. Для этого достаточно заполнять стакан жидкостями различной вязкости. Вынуждающая сила, действующая на груз маятника, в рассматриваемом случае имеет вид

$$f = f_0 \sin \omega t. \quad (1.71)$$

Круговая частота  $\omega$  вовсе не обязана быть равной собственной круговой частоте колебательной системы  $\sqrt{k/m}$ , которую мы обозначим теперь через  $\omega_0$  (в величину  $m$  мы должны включить не только массу груза, но и массу динамической катушки, а также массу спицы с пластинкой).

Опыт показывает, что через некоторое время после того, как начала действовать внешняя сила, движение системы становится гармоническим с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Иными словами, по истечении некоторого времени (так называемого *времени установления*) смещение определяется функцией  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Отметим без доказательства, что при этом амплитуда смещения  $A$  оказывается зависящей от  $\omega$  и  $f_0$ , а фазовый сдвиг  $\varphi$  — от  $\omega$ .

Рассмотрим вопрос о зависимости амплитуды смещения от частоты. Амплитуду  $f_0$  силы будем считать для простоты одной и той же при всех частотах  $\omega$ . На рис. 1.62, *б* изображены две кривые зависимости амплитуды смещения от частоты вынуждающей силы. Кривая 1 соответствует меньшему трению в системе, кривая 2 — большему. При сравнительно малых потерях энергии за период (т. е. при малом трении) наибольшее значение амплитуды смещения достигается при частоте внешней силы  $\nu = \nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ , т. е. при собственной частоте колебательной системы. При больших потерях частота, на которой достигается наибольшая амплитуда, несколько меньше  $\nu_0$ . Кроме того, сама кривая 2 лежит ниже кривой 1.

Как видим, частота колебаний груза всегда равна частоте вынуждающей силы, но его реакция на действие силы существенно зависит от

частоты. Наиболее ярко выражена реакция на воздействие силы, частота которой совпадает с собственной частотой маятника (некоторым расхождением этих частот при наличии трения мы пренебрегаем). Явление, состоящее в том, что амплитуда вынужденных колебаний оказывается наибольшей при совпадении частоты внешней вынуждающей силы с собственной частотой маятника, получило название *резонанса*.

Потери механической энергии могут происходить только при движении тел или при изменении их деформации, так как только при этом условии система совершает работу против сил сухого или вязкого трения, благодаря которой механическая энергия системы постепенно переходит в тепло. Поэтому, когда груз неподвижен, нет и потерь механической энергии, так что при  $\nu=0$  кривые 1 и 2 совпадают.

С увеличением  $\nu$ , начиная от малых частот, кривые 1 и 2 расходятся. При этом кривая 1 имеет довольно острый резонансный пик, а на кривой 2 резонансный пик оказывается несколько «размытым». На зависимости степени «размытости» резонансного пика от величины потерь механической энергии основан метод измерения этих потерь. Если бы мы смогли осуществить колебания маятника, лишённого затухания, амплитуда таких колебаний при резонансе равнялась бы бесконечности. Правда, для этого внешний источник должен был бы иметь бесконечно большую мощность и раскачивал бы систему бесконечно долго, что, конечно, невозможно.

**10. Сложение колебаний.** Рассмотрим вопрос о сложении колебаний, направленных по одной и той же прямой. Если какая-нибудь система, например груз, подвешенный на пружине, может совершать колебательное движение вдоль одной прямой, то суммой двух колебаний мы назовем движение, при котором смещение системы в каждый момент времени есть сумма смещений, соответствующих каждому колебанию в отдельности.

На рис. 1.63, а, например, представлена сумма двух *синфазных* колебаний (т. е. колебаний, сдвиг фаз между которыми равен нулю) одинаковой амплитуды. В итоге получается колебание удвоенной амплитуды, причем той же частоты и фазы, что и исходные колебания.

Другой пример — сложение двух *противофазных* колебаний равной амплитуды (рис. 1.63, б). В каждый момент времени смещения, соответствующие слагаемым колебаниям, одинаковы по величине и противоположны по направлению. В результате сложения таких колебаний получается нулевое смещение, т. е. система остается неподвижной в положении равновесия.

Разумеется, вопрос о сложении колебаний нельзя решать всегда только с помощью графических представлений. Гораздо больше возможностей открывает аналитический метод. Два предыдущих примера относятся к случаю, когда слагаемые колебания имеют одну и ту же частоту. При этом для сдвига фаз между колебаниями, равного нулю, мы получили сумму амплитуд, а для сдвига, равного  $\pi$ , — их разность.

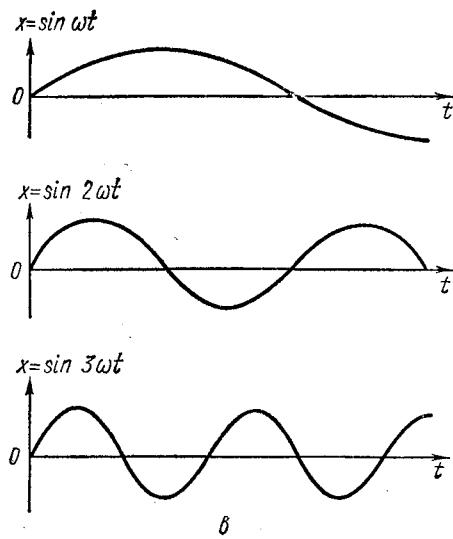
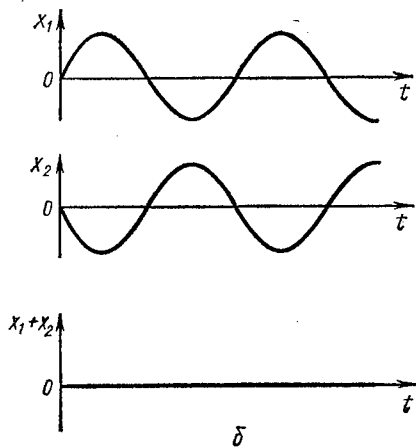
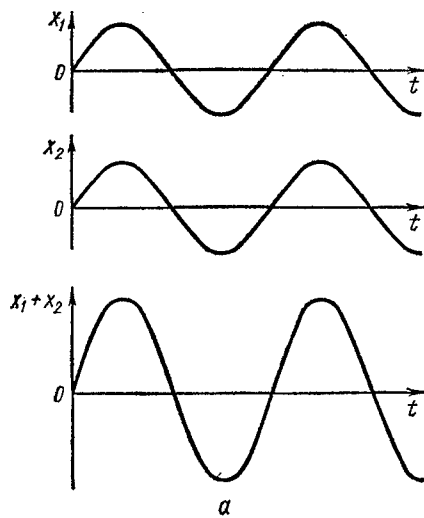


Рис. 1.63

Мы без труда могли бы получить общую формулу для суммы двух колебаний одинаковой частоты с произвольными амплитудами и произвольной разностью фаз. Однако в дальнейшем нам эта формула не потребуется. Отметим только, что в результате такого сложения всегда получится гармоническое колебание той же частоты, что и слагаемые колебания. Обратимся теперь к вопросу о сложении колебаний различных частот. Для простоты рассмотрим случай колебаний с одинаковыми амплитудами:  $x_1 = A \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$  и  $x_2 = A \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ . Их сумма имеет вид

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= A [\sin(\omega_1 t + \varphi_1) + \sin(\omega_2 t + \varphi_2)] = \\ &= 2A \sin \frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2}{2} \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2}{2}. \end{aligned}$$

Очевидно, даже при равенстве амплитуд слагаемых колебаний при равных их частотах мы не получаем гармонического колебания с какой-либо одной частотой, так как от времени зависит не только аргумент синуса, но и аргумент косинуса.

Особое значение в физике имеет проблема, связанная с суммированием многих колебаний, частоты которых кратны одной, наименьшей частоте. Разумеется, амплитуды всех слагаемых при этом вовсе не обязательно должны быть одинаковы, как это мы предполагали во всех наших предыдущих расчетах.

На рис. 1.63, в представлены графики синуса с частотами, кратными основной частоте  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  (фазовый сдвиг во всех случаях принят равным нулю). Коэффициенты кратности в данном случае равны 1, 2 и 3. Разумеется, можно рассматривать синусоиды и с большим значением этого коэффициента. Синусоидальные (гармонические) колебания с частотами, кратными основной, носят название *гармоник* (первая гармоника — колебание с основной частотой, вторая — с удвоенной и т. д.).

Существенно, что, складывая две периодические функции с одинаковым периодом, мы вновь получим периодическую функцию с тем же периодом. Но для любой гармоники в качестве периода может быть выбран период основной (первой) гармоники. В самом деле, если период основной гармоники равен  $T$ , то период второй равен  $T/2$ , период третьей —  $T/3$  и т. д. Это значит, что через промежуток времени  $T$  процессы, соответствующие всем гармоникам, повторяются. Следовательно, складывая несколько гармоник (включая первую), мы получим функцию с периодом  $T$ . Очевидно, этот результат не зависит от того, каковы будут амплитуды гармоник. Он не изменится и в том случае, если в гармонике будут введены различные фазовые сдвиги, так как периодичность функций при этом не нарушится.

Итак, суммируя синусоиды, входящие в систему гармоник, получим периодическую функцию с периодом первой гармоники. Очень важна также справедливость обратного утверждения: всякая периодическая функция может быть представлена в виде суммы синусоидальных функций, образующих систему гармоник. Иногда число слагае-



мых в такой сумме равно бесконечности. Амплитуды и фазовые сдвиги этих синусоидальных функций должны быть соответствующим образом подобраны. Период основной гармоники равен при этом периоду исходной функции. Это значит, что любой колебательный периодический, но не гармонический процесс может быть представлен как сумма гармонических колебательных процессов, частоты которых кратны основной частоте  $\nu = 1/T$ , где  $T$  — период исходного негармонического процесса. Относя амплитуды гармоник к соответствующим частотам, мы получим *амплитудный спектр* (или просто *спектр*) периодического несинусоидального процесса.

Эти рассуждения мы применим к задаче о вынужденных колебаниях, предполагая, однако, что действующая на систему периодическая сила — несинусоидальная во времени. Представляя эту силу как совокупность синусоидальных во времени воздействий и пользуясь графиком реакции колебательной системы на синусоидальную силу (аналогичным тем, которые приведены на рис. 1.62, б), мы можем найти реакцию системы в отдельности на каждую синусоидальную силу из всех, входящих в сумму. Движение системы, соответствующее синусоидальной силе, представляет собой синусоидальный во времени колебательный процесс. Очевидно, что результат действия несинусоидальной внешней силы представляет собой сумму этих синусоидальных колебаний.

Из всей суммы наибольшую амплитуду будет иметь слагаемое, частота которого ближе всего к собственной частоте колебательной системы. Таким образом, основная реакция системы приходится на долю той гармоники внешней силы, частота которой ближе всего к этой собственной частоте. Допустим, что затухание в колебательной системе невелико, т. е. резонансный пик достаточно ярко выражен. Допустим также, что одна из гармоник внешней силы имеет частоту, совпадающую с собственной частотой системы (или близкую к этой частоте). Реакция системы на действие этой гармоники будет представлять собой синусоидальное колебание весьма большой амплитуды (сравнительно с амплитудами других синусоидальных колебаний, вызываемых другими гармониками силы).

В этом случае движение системы будет близко к синусоидальному, а частота такой синусоиды будет равна частоте той гармоники внешней силы, которая вызывает наибольшую ответную реакцию.

### 11. Роль колебательных систем и значение резонанса в технике.

В повседневной жизни мы часто сталкиваемся с устройствами, которые представляют собой колебательные системы. В ряде случаев эти устройства используются именно как колебательные системы (например, маятники в часах, камертоны и т. д.). Иногда колебательная система получается при использовании различных амортизирующих устройств. Например, подрессоренный железнодорожный вагон представляет собой колебательную систему. Вертикальные толчки, которые испытывает вагон на стыках рельсов, весьма далеки по своему характеру от синусоидального воздействия, однако при постоянной скорости движения вагона эти толчки периодичны, и основная гармоника такого периоди-

ческого воздействия может попасть в резонанс с собственной частотой вертикальных колебаний вагона. В этом случае амплитуда таких колебаний будет гораздо больше, чем при других скоростях движения вагона (от скорости движения зависит число толчков в секунду, а стало быть, и период внешнего воздействия).

Во многих случаях способность системы совершать колебательное движение может оказаться даже крайне нежелательной. Бывает так, что вследствие работы двигателя или вращения каких-либо плохо отцентрированных устройств в различных конструкциях возникают вибрации, которые, как правило, несинусоидальны во времени, но их основная частота может попасть в резонанс с собственной частотой перекрытий или корпуса здания, в котором расположена машина. Резонанс может возникнуть и у какой-нибудь детали самой машины. В подобных случаях это явление может повести к разрушениям и с ним приходится бороться.

Разумеется, явление резонанса находит и полезное применение. Например, сложная форма корпуса скрипки позволяет деке (крышке корпуса) инструмента резонировать при звуках всех частот, извлекаемых из инструмента (правда, резонанс выражен не ярко, так как при конструировании скрипки не приходится отдавать предпочтение какой-либо одной частоте). Это свойство корпуса повышает количество звуковой энергии, отдаваемой в окружающую среду, и играет существенную роль в формировании *тембра* (звуковой «окраски») скрипичных звуков.

**12. Звуковые колебания.** Слышимые нами звуки представляют собой колебания воздушной среды с частотами от 16 *гц* до 20 *кгц*. Колебания с частотами ниже 16 *гц* называются *инфразвуками*, с частотами выше 20 *кгц* — *ультразвуками*. Многие звуки не имеют периодического характера — это всевозможные шумы. Хорошо выраженный периодический характер имеет большинство звуков, извлекаемых из музыкальных инструментов, гласные звуки человеческого голоса, свист и т. д. Эти звуки называются *тональными*.

Тональные звуки имеют различную *высоту* — чем больше частота колебаний, тем выше звук. Хорошо известно, однако, что звуки одной и той же высоты, извлеченные с помощью различных музыкальных инструментов, отличаются друг от друга по тембру. Причина различия тембров заключается в том, что почти всем тональным звукам соответствуют несинусоидальные процессы. При одной и той же основной частоте звуки, производимые с помощью разных инструментов или разных человеческих голосов, имеют разные *спектры*, т. е. разные амплитуды гармоник одинаковых номеров (в звуковых процессах гармоника называются *обертонами*).

Различие в спектрах источников звука воспринимается на слух как различие в тембрах. Почти синусоидальные колебания воздуха создает звучащий камертон. Его звук, таким образом, лишен обертонов.

## § 1.11. Волны в сплошных средах

**1. Механические волновые процессы.** Несмотря на то что все вещества состоят из молекул и, следовательно, имеют дискретную (прерывистую) структуру, окружающие нас предметы кажутся нам состоящими из непрерывных, сплошных материалов. Происходит это потому, что как сами молекулы, так и расстояния между ними очень малы в сравнении с размерами предметов, и во многих опытах молекулярная структура веществ не проявляется. В этих опытах вещества ведут себя как сплошные и называются *сплошными средами*. Все среды, которые мы будем рассматривать далее в этой главе — твердые, жидкие и газообразные — можно считать сплошными.

В дальнейшем мы будем пользоваться еще понятием *частицы* сплошной среды. Под этим мы будем понимать такую мысленно выделенную часть среды, которая в данном опыте движется как единое целое. Если частицы сплошной среды перемещаются друг относительно друга, среда деформируется. Деформируются, конечно, и сами частицы, и поэтому нельзя говорить, что они движутся в точности как единое целое (как абсолютно твердое тело). Но различие перемещений в пределах каждой частицы должно быть незначительным, чтобы положение частицы в пространстве можно было характеризовать положением одной из ее точек. Мы будем считать, что наравне со сплошными средами частицы обладают свойством непрерывности. Поэтому их размеры, хотя и малые, должны быть все же намного больше размеров молекул и межмолекулярных расстояний. С другой стороны, они должны быть достаточно малы, чтобы можно было (с необходимой степенью точности) задать их положение координатами одной точки.

Важнейшим свойством сплошных сред является их способность передавать механическое движение. Мы будем считать, что в среде может существовать состояние равновесия. В этом состоянии среда покоится и сама собой из этого состояния выйти не может. Вывести ее из состояния покоя способно только внешнее воздействие.

Предположим, что в ограниченной области покоящейся среды благодаря воздействию внешней силы частицы среды выведены из состояния равновесия. Это может осуществиться по-разному. В одних случаях частицы смещаются из положения равновесия и затем без придания им начальной скорости освобождаются от действия внешней силы. В других случаях они остаются в положении равновесия, но приобретают начальные скорости. Возможно, наконец, что происходит смещение частиц и, кроме того, им сообщаются начальные скорости. Примерами локального (т. е. местного) нарушения равновесного состояния среды могут служить взрыв снаряда в воздухе или в воде, всплеск на поверхности воды от брошенного в нее камня и тому подобное.

Возникшее в ограниченной области нарушение равновесия не остается в пределах только этой области. Оно будет распространяться на другие покоящиеся части среды. Процесс передачи этих нарушений называется *волной*, а само нарушение равновесия называется *возбуждением волны*. Способность сплошных сред передавать изменение сос-

тояния связана с их упругими и инертными свойствами. Это те же свойства, которые необходимы системе для того, чтобы она могла совершать колебательное движение.

Процессы распространения волн тесно связаны с колебательными. В сущности волна переносит обычно именно колебательное движение: либо периодическое (в частности — гармоническое), либо затухающее, либо ярко выраженное аperiodическое. В двух последних случаях потери энергии колеблющимися частицами среды определяются, как правило, не вязкостью вещества, а передачей энергии другим частицам.

Механические волновые процессы невозможны в отсутствие сплошной среды, в которой распространяется, или, как еще говорят, *бежит* волна. Волны другой природы — электромагнитные — могут распространяться и в пустоте: они представляют собой процесс распространения электромагнитного поля.

Механические волны не связаны с переносом среды. Например, если частицы среды совершают гармоническое колебательное движение, волна передает этот тип движения без переноса среды. В самом деле; частица при таком движении удаляется от своего положения равновесия не более, чем на величину амплитуды колебаний то в одну, то в другую сторону. Ясно, что в этом случае не произойдет преимущественного смещения среды в одну какую-нибудь сторону. А это и означает, что не будет переноса среды.

Распространение механических волн в сплошных средах изучает раздел физики, именуемый *акустикой*. Первоначально акустика возникла как учение о звуках (в первую очередь музыкальных) и ограничивалась вопросами теории музыкальных инструментов и распространения гармонических колебаний в воздухе. Со временем круг проблем акустики чрезвычайно расширился. Сейчас ею изучаются вопросы распространения всевозможных (не обязательно гармонических) колебаний в самых различных средах, вопросы *генерации* (возбуждения) колебаний, вопросы восприятия звука человеком (в чем она соприкасается с биофизикой) и многие другие. Диапазон частот, интересующих акустику, очень широк: от низких инфразвуков (доли герца) до высоких ультразвуков (сотни миллионов герц). В настоящее время большой интерес вызывают работы по генерации и исследованию механических колебательных процессов еще более высоких, так называемых *гиперзвуковых*, частот (миллиарды герц и выше).

**2. Волны в струне.** Рассмотрим главные особенности волновых процессов на примере волн в струне. Струна рассматривается как непрерывное (сплошное) образование и в этом смысле является одной из простейших систем, в которых могут существовать волны. Изготовить струну можно из какой-нибудь гибкой нити (например, капроновой лески), натянув ее и закрепив на концах. Благодаря натяжению, при поперечном смещении любого ее элемента возникают силы, стремящиеся восстановить прямолинейную форму струны. Размер струны в продольном направлении гораздо больше, чем в поперечном. Мы будем поэтому рассматривать струну как геометрическую линию (линию,

ишенную поперечных размеров). В качестве частиц сплошной среды в данном случае будем выбирать малые отрезки струны. В дальнейшем речь пойдет о волнах, связанных со смещениями струны в поперечном направлении. Под действием внешних сил струна может принимать различную форму. Для каждой формы струны размер «частицы» струны следует выбирать так, чтобы при смещении из положения равновесия частица оставалась бы практически прямолинейной.

Введем систему координат, в которой ось  $x$  совпадает со струной, находящейся в положении равновесия. Тогда положение каждой частицы можно будет характеризовать координатой на прямой.

Каждая частица имеет хотя и малые, но конечные размеры. Поэтому под ее координатой можно понимать, например, положение одного из ее концов или средней точки.

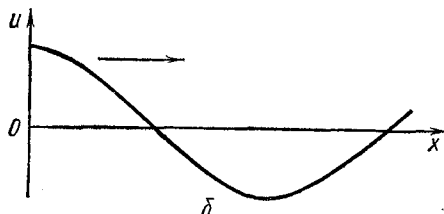
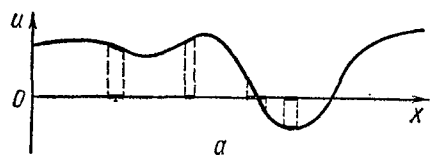


Рис. 1.64

Как было сказано, размер частицы должен быть намного больше размеров молекул. Однако в дальнейших опытах и рассуждениях это ограничение не существенно, и мы не будем ставить предел уменьшению размеров частицы. В случае необходимости будем считать, что эти размеры могут быть как угодно малыми.

Поперечные смещения частиц струны могут происходить в разных плоскостях. Если струна горизонтальная, эти смещения могут лежать в горизонтальной плоскости, или в вертикальной, или в какой-нибудь из наклонных. Мы будем считать, что эти смещения лежат в плоскости чертежа.

На рис. 1.64 тонкой прямой горизонтальной линией (ось  $x$ ) изображено положение струны в состоянии равновесия. Кривая изображает струну, отклоненную от положения равновесия, а утолщения выделены отрезки, которые при данной форме струны можно считать частицами. Как видим, их длина зависит от степени искривления струны в данной точке.

Положения частицы на струне обозначены через  $x$ . Смещение частицы из положения равновесия обозначим символом  $u$ . Смещение  $u$  разных частиц различно, поэтому  $u$  есть функция  $x$  (т. е.  $u=u(x)$ ). Если, кроме того, смещение каждой частицы со временем изменяется, то  $u$  есть функция двух независимых переменных:  $u=u(x,t)$ .

**3. Бегущие волны в струне.** Представим себе, что по струне в положительном направлении оси  $x$  бежит синусоидальная волна. Это значит, что в каждый момент времени форма струны синусоидальна, и эта форма изгиба перемещается в положительном направлении оси  $x$ . Частицы струны в этом направлении не перемещаются, они движутся вдоль оси  $u$ . Распространение синусоидальной волны по струне можно представить следующим образом.

Допустим, что на струну плотно надета синусоидально изогнутая трубка. Если трубка движется в направлении оси  $x$ , а струна в этом направлении не перемещается, движение струны такое же, как при распространении синусоидальной волны. Перемещение частиц струны происходит при этом только вдоль оси  $u$ . К этому их вынуждает синусоидальный изгиб трубки.

Волна движется по струне с вполне определенной скоростью  $c$ , о величине которой речь пойдет в дальнейшем. Это значит, что со скоростью  $c$  перемещается вдоль оси  $x$  синусоидальная форма изгиба струны.

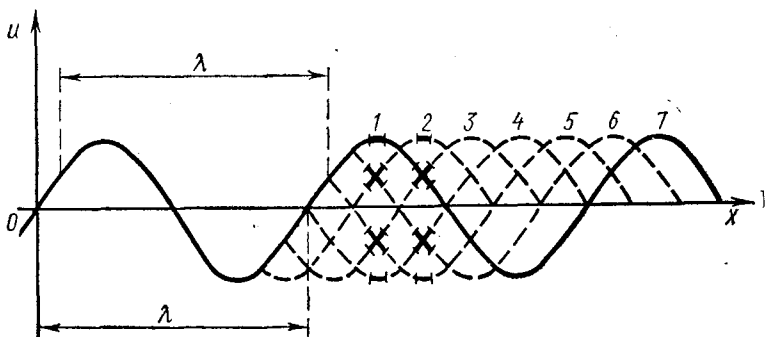


Рис. 1.65

В синусоидальной волне смещения частиц струны гармоничны. Гармоничность является следствием того, что эта форма изгиба перемещается вдоль струны с постоянной скоростью. На рис. 1.65 изображены формы, принимаемые через равные промежутки времени струной, по которой бежит синусоидальная волна. Утолщениями отмечены положения двух частиц.

Итак, частицы в волне совершают гармонические колебания. Все эти колебания имеют одну и ту же амплитуду (она называется *амплитудой волны*), одну и ту же частоту (она называется *частотой волны*), но различные фазовые сдвиги. Сдвиги, таким образом, зависят от координаты  $x$ . Эту зависимость можно заметить, например, на рис. 1.65, если сравнить положения двух выделенных частиц в одинаковые моменты времени.

Следует сказать, что в несинусоидальной волне движения частиц негармоничны.

Период  $\lambda$  синусоидальной формы изгиба струны в волне называется *длиной волны*. С помощью рис. 1.65 можно прийти к выводу, что при смещении волны на отрезок  $\lambda$  каждая частица струны совершает одно полное колебание. Иными словами, за время  $T$  полного колебания частиц волна проходит путь  $\lambda$ . Поэтому скорость  $c$  волны определяется выражением

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu, \quad (1.72)$$

где  $\nu$  — частота волны.

Приведем без доказательства формулу зависимости смещений  $u$  частиц струны в функции их координаты  $x$  и времени  $t$  для синусоидальной волны, бегущей в положительном направлении оси  $x$ :

$$u(x, t) = A \sin(\omega t - kx). \quad (1.73)$$

В этой формуле  $A$  есть амплитуда волны,  $\omega$  — круговая частота волны,  $k$  — волновое число — величина, связанная с пространственным периодом  $\lambda$  синусоидальной волны:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Нетрудно проверить, что из формулы (1.73) вытекают все характерные признаки синусоидальной бегущей волны, о которых говорилось выше.

Во-первых, в каждый фиксированный момент времени форма изгиба струны синусоидальная: если  $t = t_0$ ,  $u(x) = -A \sin(kx - \varphi_1)$ , где  $\varphi_1 = \omega t_0$ . С течением времени эта форма изгиба движется в сторону возрастающих значений координаты  $x$ , потому что любое фиксированное значение фазы  $\omega t - kx$  с увеличением  $t$  передается большим значениям  $x$ .

Во-вторых, каждая частица движется вдоль оси  $u$ , совершая гармонические колебания: если  $x = x_0$ ,  $u(t) = A \sin(\omega t - \varphi_2)$ , где  $\varphi_2 = kx_0$ . Амплитуды и частоты всех частиц одинаковы, а фазовый сдвиг является линейной функцией координаты  $x$ .

Направление распространения волны определяется соотношением знаков слагаемых в выражении фазы. Если эти знаки различны, фиксированные значения фазы с течением времени смещаются в сторону больших значений  $x$ , и в этом же направлении распространяется волна. Если знаки одинаковы, волна бежит в отрицательном направлении оси  $x$ , поскольку в этом направлении смещаются фиксированные значения фазы. Поэтому волна, бегущая в сторону убывающих значений  $x$ , определяется выражением

$$u(x, t) = A \sin(\omega t + kx).$$

**4. Стоячие синусоидальные волны в струне.** В дальнейшем нам придется сталкиваться с явлениями взаимного наложения волн. При таком наложении частицы среды участвуют сразу в нескольких волновых движениях. Опыт показывает, что при этом смещение каждой частицы представляет собой сумму ее смещений, соответствующих всем налагающимся волнам. Поэтому явление наложения называют *сложением* волн, а результирующее движение — их *суммой*.

Одним из простейших примеров такого рода явлений служит наложение двух волн в струне, бегущих в противоположных направлениях. Если обе волны имеют одинаковые амплитуды и частоты, то результирующее смещение определяется формулой

$$-u(x, t) = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx) = 2A \sin \omega t \cos kx. \quad (1.74)$$

В правой части формулы содержится произведение функции времени  $t$  и функции координаты  $x$ . При этом выражение  $2A \cos kx$  можно рас-

сма­тривать как рас­пределе­ние ам­плитуд гар­мониче­ских ко­леба­ний ча­стиц. Мно­жи­тель  $\sin \omega t$  оди­на­ков для всех ча­стиц стру­ны, по­это­му ча­сто­ты их ко­леба­ний оди­на­ко­вы, а фа­зы оди­на­ко­вы на от­ре­з­ках оси  $x$ , в пре­делах ко­то­рых  $\cos kx$  име­ет оди­н и тот же знак. При пе­ре­ходе че­рез точки, в ко­то­рых  $\cos kx=0$ , фа­за скач­ком ме­ня­ет­ся на  $\pi$ . В бе­гу­щей вол­не из­ме­не­ние фа­зы в за­ви­си­мо­сти от  $x$  (при фик­си­ро­ван­ном  $t$ ) мож­но рас­сма­тривать как пе­ре­дачу ко­леба­тель­но­го дви­же­ния от од­них ча­стиц к дру­гим. В сто­ячей вол­не та­кой пе­ре­да­чи дви­же­ния нет.

Из фор­мулы (1.74) сле­ду­ет, что в сто­ячей вол­не име­ют­ся точки, где ам­плитуда ко­леба­ний ча­стиц стру­ны дос­ти­га­ет наи­боль­ше­го (рав­но­го  $2A$ ) зна­че­ния. В этих точ­ках мно­жи­тель  $\cos kx$  равен еди­ни­це. Та­кие точки на­зы­ва­ют­ся *пуч­но­стя­ми* сто­ячей вол­ны. В тех же точ­ках, где  $\cos kx$  равен ну­лю, ча­стицы стру­ны непод­вижны. Эти точки на­зы­ва­ют­ся *уз­ла­ми* сто­ячей вол­ны.

Лег­ко ус­та­но­вить, что каж­дый узел рас­по­ла­га­ет­ся по­се­ре­ди­не ме­жду дву­мя пуч­но­стя­ми, каж­дая пуч­ность — по­се­ре­ди­не ме­жду дву­мя уз­ла­ми. Рас­сто­я­ние от каж­дой пуч­но­сти до бли­жай­ших уз­лов есть  $\pi/2k=\lambda/4$ , т. е. равно че­твер­ти дли­ны вол­ны. Рас­сто­я­ние ме­жду со­сед­ни­ми уз­ла­ми или пуч­но­стя­ми равно  $\lambda/2$  (по­ло­вине дли­ны вол­ны).

На рис. 1.66 сплош­ной синусоидальной кривой изоб­ра­жена стру­на в мо­мент дос­ти­же­ния ча­сти­ца­ми наи­боль­ших от­кло­не­ний. Че­рез че­тверть пе­ри­ода ко­леба­ний стру­на рас­пря­м­ля­ет­ся. Од­на­ко при этом все ча­стицы, не ле­жа­щие в уз­лах, име­ют не рав­ные ну­лю ско­ро­сти и, про­хо­дя по инер­ции по­ло­же­ние рав­но­ве­сия, от­кло­ня­ют­ся в дру­гую сто­ро­ну. Спу­стя еще че­тверть пе­ри­ода стру­на при­ни­ма­ет форму, сим­мет­рич­ную пер­во­на­чаль­ной от­но­си­тель­но оси  $x$  (штриховая ли­ния на рис. 1.66). Утол­ще­ни­я­ми вы­де­ле­ны по­ло­же­ния трех ча­стиц, а циф­ра­ми 1, 2, 3 обо­зна­че­ны упо­мя­ну­тые мо­мен­ты вре­ме­ни, ко­то­рым со­от­вет­ст­вую­ют эти по­ло­же­ния.

Из гра­фи­ков рис. 1.66 сле­ду­ет, что ча­стицы на двух со­сед­них по­лу­вол­но­вых от­ре­з­ках стру­ны, раз­де­лен­ных уз­лом, сме­ще­ны в про­ти­во­по­ло­жные сто­ро­ны. Это со­от­вет­ст­вует упо­мя­ну­то­му ра­нее из­ме­не­нию фа­зы на  $\pi$  при пе­ре­ходе че­рез узел.

Заме­тим, что вы­вод фор­мулы (1.74) мож­но рас­сма­тривать как сло­же­ние ко­леба­ний (о нем шла речь в § 1.10). Фа­зовые сдвиги в двух встре­ч­ных вол­нах по-раз­но­му за­ви­сят от  $x$ : в од­ной он убыва­ет про­пор­ци­о­наль­но  $x$ , в дру­гой — воз­ра­ста­ет. По­это­му су­ще­ст­вую­ют точки, где фа­зы ко­леба­ний ча­стицы, со­от­вет­ст­вую­щие этим вол­нам, от­ли­ча­ют­ся в дан­ный мо­мент вре­ме­ни на  $2\pi n$  ( $n$  — це­лое). В та­ких мес­тах оба ко­леба­ния син­фа­зны, и ам­плитуда сум­мар­но­го ко­леба­ния равна сум­ме ам­плитуд сло­га­е­мых. Это наи­боль­шее зна­че­ние, ко­то­рое мож­ет име­ть ам­плитуда сум­мар­но­го ко­леба­ния, и в этих точ­ках на­хо­дятся пуч­но­сти сто­ячей вол­ны. В тех точ­ках, где фа­зы бе­гу­щих волн

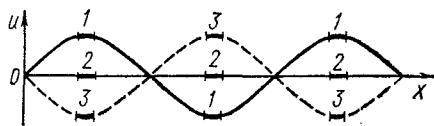


Рис. 1.66



отличаются на  $2\pi \left( n + \frac{1}{2} \right)$ , слагаемые колебания противофазны. Из формулы (1.74) следует, что в этих точках находятся узлы.

Не составляет труда проверить (предоставляем это читателю), что бегущая волна, в свою очередь, может быть представлена как сумма двух стоячих.

**5. Основные величины, характеризующие волновые процессы.** Мы уже ввели в наш обиход различные величины, так или иначе характеризующие волновой процесс. Сейчас сделаем несколько замечаний о некоторых из них.

В бегущей волне, задаваемой формулой  $u = A \sin(\omega t - kx)$ , амплитуда колебаний любой частицы равна  $A$ , как это следует из формулы (1.73), и в системе СИ измеряется в метрах.

Физический смысл и размерность круговой частоты  $\omega$  колебаний частиц (а также периода  $T$  и линейной частоты  $\nu$ ) остаются теми же, что и в случае колебаний математического маятника.

Среди пространственных волновых характеристик рассмотрим волновое число  $k$  и длину волны  $\lambda$ , которая, как уже было сказано, определяет период синусоидальной формы изгиба струны. Длина волны измеряется в метрах, и размерность волнового числа есть  $1/\text{метр}$ . Длину волны можно определить как расстояние между любыми двумя ближайшими частицами струны, колеблющимися в одинаковой фазе.

Скорость  $c$  распространения волны в струне зависит от свойств самой струны и определяется ее погонной плотностью  $\rho$  (массой единицы длины) и натяжением  $S$ . Скорость волны вычисляется по формуле

$$c = \sqrt{\frac{S}{\rho}}. \quad (1.75)$$

Заметим, что в соответствии с этой формулой скорость не зависит от частоты  $\nu$ , а следовательно (по формуле  $\lambda = cT$ ), и от длины волны  $\lambda$ . Это значит, что в данном случае отсутствует *дисперсия* (зависимость скорости волны от частоты).

В акустике скорость волны называется *скоростью звука*. В разных веществах и при разных условиях скорость звука неодинакова. Например, в воздухе при  $0^\circ\text{C}$  скорость равна  $333 \text{ м/сек}$ , а при  $20^\circ\text{C}$  —  $343 \text{ м/сек}$ , в воде — соответственно  $1407 \text{ м/сек}$  и  $1484 \text{ м/сек}$ . В газах и жидкостях может существовать только один тип волн — так называемые *продольные* волны, колебательные смещения частиц в которых ориентированы в направлении распространения волны. В *поперечных* волнах смещения лежат в плоскости, перпендикулярной этому направлению. Нами рассмотрены поперечные волны в струне. Для возбуждения продольных волн в струне следовало бы придавать частицам смещения, направленные вдоль оси  $x$ . В твердых телах могут существовать волны обоих типов, и каждому из них соответствует свое значение скорости звука, зависящее, конечно, и от свойств среды. Например, скорости продольных волн в стали, меди и алюминии равны соответственно  $5940 \text{ м/сек}$ ,

4560 м/сек и 6320 м/сек, а скорости поперечных волн — 3220 м/сек, 2250 м/сек и 3100 м/сек.

**6. Отражение волн. Колебания ограниченной струны.** Рассматривая бегущие волны, мы предполагали струну настолько длинной, что ее концы не оказывают влияния на изучаемый процесс. На самом деле волна рано или поздно дойдет до точки закрепления струны. Выясним, как будет вести себя волна после этого.

Допустим, что к концу струны приходит волна. Возле точки закрепления характер волнового движения должен измениться, так как эта точка струны будет оставаться неподвижной и в колебательном движении принимать участия не может. Опыт показывает, что это изменение характера волнового движения сводится к возникновению еще одной волны, бегущей в обратном направлении. Волну, приходящую к точке закрепления, называют *падающей*, а движущуюся в противоположную сторону — *отраженной*. Само явление называется *отражением* волны. Смысл этого названия в том, что падающая волна, не имея возможности проникнуть за неподвижную точку, отражается от конца струны, т. е. начинает двигаться в обратную сторону, сохраняя свою амплитуду, частоту и скорость распространения. Наложение падающей и отраженной волн приводит к образованию стоячей волны в струне. Одним из узлов стоячей волны служит точка закрепления.

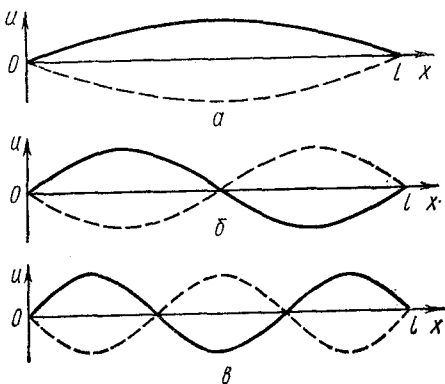


Рис. 1.67

Рассмотрим теперь струну, оба конца которой закреплены и длина которой равна  $l$ . Если в этой струне возбуждена синусоидальная волна, она будет стоячей ввиду отражения волны на обоих концах, причем оба конца окажутся узлами.

На рис. 1.67 приведены три вида таких стоячих волн из числа возможных. Сплошными линиями на рисунке показано распределение смещений при наибольшем отклонении в одну сторону, штриховыми — при наибольшем отклонении в обратную. Другие возможные виды стоячих волн в струне конечной длины можно построить по аналогии с рис. 1.67, увеличивая количество узлов на струне. Однако во всех случаях на струне будет укладываться целое число полуволен (напомним, что расстояние между двумя соседними узлами равно  $\lambda/2$ ).

Если  $n$  есть число узлов на струне, включая и ее концы, то на ней укладывается  $n-1$  полуволна, так что  $\lambda = 2 \frac{l}{n-1}$ . Из формулы (1.72) следует, что  $v = \frac{(n-1)c}{2l}$ . Эта формула справедлива, если в струне дисперсии нет. На основании этой формулы можем заключить, что в

случае *б* на рис. 1.67 частота  $\nu$  колебаний частиц струны вдвое выше, чем в случае *а* (длина волны  $\lambda$  при этом вдвое меньше). Рис. 1.67, *в* соответствует втрое большей частоте и втрое меньшей длине волны, чем рис. 1.67, *а*.

Процессы, изображенные на рис. 1.67 и другие, подобные им (т. е. синусоидальные стоячие волны), называются *собственными колебаниями* струны, а частоты, соответствующие им—*собственными частотами*. Собственные частоты образуют дискретный ряд значений (спектр собственных частот), пропорциональных частоте  $\nu_1$  *основного тона*, когда на длине струны укладывается одна полуволна, как на рис. 1.67, *а*. случаям *б* и *в* отвечают частоты  $\nu_2$  и  $\nu_3$ , причем

$$\nu_2 = 2\nu_1, \quad \nu_3 = 3\nu_1. \quad (1.76)$$

Как было отмечено в § 1.11, движение частиц струны негармонично, если форма изгиба струны отличается от синусоидальной. Перечислим без доказательства следующие факты, относящиеся к такому движению струны, имеющей конечную длину:

1) движение частиц струны является периодическим даже при не-синусоидальной форме ее изгиба;

2) в соответствии с § 1.10 всякое периодическое движение можно представить как сумму гармонических колебаний с частотами, кратными основной (наинизшей) частоте; движение частиц струны можно представить в виде суммы колебаний с собственными частотами данной струны (эта сумма может содержать бесконечное число членов).

Из сказанного вытекает, что всякое движение струны конечной длины можно представить как наложение (сумму) собственных колебаний. В соответствии с этим в музыкальных инструментах, действие которых основано на колебаниях струн, высота каждого звука определяется первой собственной частотой соответствующей струны, а система обертонов образуется остальными собственными частотами.

Струну, оба конца которой неподвижны, уже нельзя привести в движение воздействием на ее конец, поэтому для возбуждения волны в ней применяются другие приемы. Если какую-то часть струны действием внешней силы вывести из положения равновесия и затем отпустить, эта часть струны приходит в движение, после чего благодаря свойству сплошной среды в струне возникнет волна. Такой прием используется при игре на щипковых музыкальных инструментах, например, гитаре. На практике начальное отклонение частиц струны не соответствует синусоидальной зависимости от координаты, поэтому и движение каждой частицы струны, хотя и периодически во времени, но не синусоидально. Это приводит к появлению обертонов и тем самым способствует обогащению звучания инструмента.

Другой способ — ударное возбуждение струны, некоторому участку которой в начальный момент времени посредством короткого удара придается какая-то скорость. Так возбуждаются струны, например, при игре на рояле. Обертоны возникают, конечно, и в этом случае.

**7. Другие примеры волновых процессов.** Ранее были введены понятия продольных и поперечных волн. Продольные волны могут сущест-

зовать, например, в воздушном столбе, заключенном в трубу с жесткими стенками. В качестве «частиц» сплошной среды мы будем здесь рассматривать тонкие слои воздуха, расположенные перпендикулярно оси трубы. Будем считать, что когда воздух в трубе неподвижен и частицы находятся в положении равновесия, все они имеют одинаковую толщину. Волна простейшего типа и в этом случае вызывает синусоидальное во времени движение частиц около их положения равновесия (это можно доказать, используя газовые законы). В любой момент времени распределение смещений  $u$  частиц в зависимости от координаты  $x$  (под  $x$  мы понимаем координату положения равновесия частицы) также синусоидально (на сей раз смещения происходят в направлении оси  $x$ ).

На рис. 1.68 графически изображена зависимость от  $x$  смещений  $u$  в какой-то момент времени, причем они условно откладываются по вертикали. Смысл этого графика в том, что, например, в точке  $x=a$  частица максимально сдвинута из положения равновесия вправо, а в точке  $x=c$  другая частица — на столько же влево. Если амплитуда колебаний частиц есть  $A$ , то первая частица согласно графику имеет координату  $a+A$ , а вторая — координату  $c-A$ .

Следовательно, обе частицы в данный момент смещены из их положений равновесия в сторону точки  $x=b$ . Частица, относящаяся к этой точке, находится в положении равновесия, но, поскольку к ней придвинулись с обеих сторон другие частицы, она пребывает в сжатом состоянии, т. е. при  $x=b$  имеет место сгущение среды, и ее плотность повышена. Точно так же можно показать, что при  $x=d$  среда разрежена, плотность ее ниже средней (равновесной), а соответствующая частица опять-таки находится в положении равновесия. Нормальную плотность (такую же, как в состоянии покоя) среда имеет в точках  $a+A$  и  $c-A$  (где находятся те частицы, для которых точки  $a$  и  $c$  являются положениями равновесия). Сами эти частицы смещены из положений равновесия на величину  $A$ .

На рис. 1.68 изображен также отрезок трубы и распределение в нем частиц соответственно этому графику. Штриховыми линиями изображены плоскости, в которых плотность воздуха максимальна (т. е. максимально давление), так же обозначены плоскости минимального давления. Сплошные линии обозначают границы частиц, причем расстояния между линиями различны за счет деформации частиц в волне (в отсутствие волны расстояния между линиями одинаковы).

Бегающая продольная волна представляет собой, таким образом, систему сгущений и разрежений, перемещающихся со скоростью волны. При этом отсутствует перенос вещества, так как частицы среды движутся периодически около своих положений равновесия.

*Продольные волны* — это прежде всего волны в жидкостях и газах, в том числе и звуковые волны в этих средах. Например, человеческая речь передается в воздухе посредством продольных волн.

*Поперечные волны* в газах и жидкостях существовать не могут, так как эти волны вызывают не изменения объема частиц, а изменения их формы. Но жидкости и газы не оказывают сопротивления изменениям формы. Поэтому поперечные смещения в этих средах не приво-

дят к появлению возвращающей силы, а следовательно, и к возникновению поперечных волн. В то же время продольные волны, связанные одновременно с изменением объема и формы частиц, в газах и жидкостях существуют, потому что эти среды противятся изменению объема.

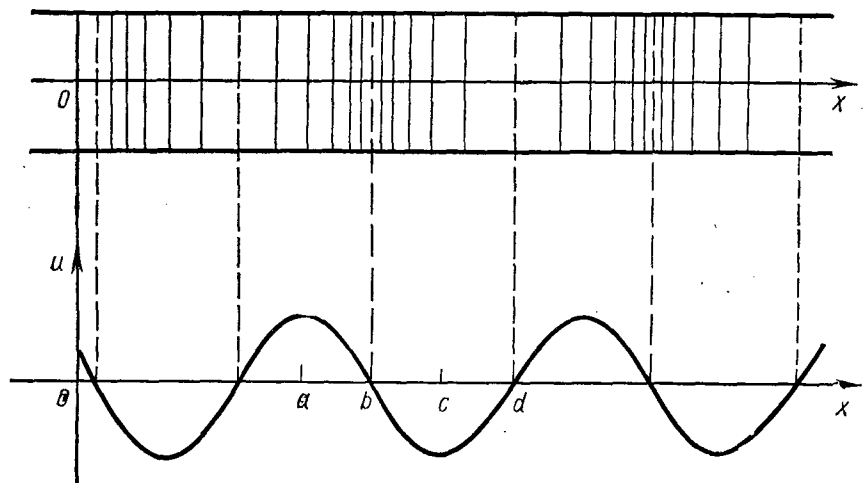


Рис. 1.68

Говоря о жидкостях и газах, мы имели в виду среды, безгранично протяженные во всех трех измерениях. Наличие границы, например, поверхности у жидкости, позволяет осуществить волны более сложного типа. Один из примеров — так называемые *гравитационные* волны на поверхности воды (рис. 1.69).

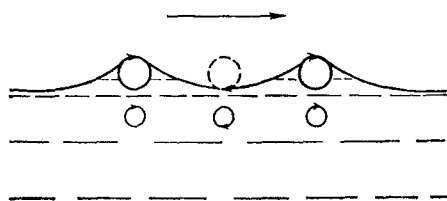


Рис. 1.69

Эти волны возникают, например, если бросить в воду камень. Частицы в такой волне движутся по окружностям, и, следовательно, имеют как продольную, так и поперечную составляющие смещения. Амплитуды колебаний частиц постепенно убывают с глубиной, поэтому гравитационные волны не распространяются на всю толщу воды — это так называемые *поверхностные* волны. Их сложный характер проявляется и в том, что поверхность воды в вертикальном сечении не имеет синусоидальной формы, как это видно на рис. 1.69. Более мелкие волны (рябь) называют *капиллярными*.

На их примере мы рассмотрим явление сложения волн. Положение частицы в струне, в стержне, в столбе воздуха может быть определено одним числом (координатой). Такие системы называются *одномерными*. Положение частицы на поверхности воды может быть определено уже заданием двух координат (мы не рассматриваем частицы, лежащие в толще воды, речь идет только о движении ее поверхности). Подобные системы называются *двумерными*.

На их примере мы рассмотрим явление сложения волн. Положение частицы в струне, в стержне, в столбе воздуха может быть определено одним числом (координатой). Такие системы называются *одномерными*. Положение частицы на поверхности воды может быть определено уже заданием двух координат (мы не рассматриваем частицы, лежащие в толще воды, речь идет только о движении ее поверхности). Подобные системы называются *двумерными*.

На их примере мы рассмотрим явление сложения волн. Положение частицы в струне, в стержне, в столбе воздуха может быть определено одним числом (координатой). Такие системы называются *одномерными*. Положение частицы на поверхности воды может быть определено уже заданием двух координат (мы не рассматриваем частицы, лежащие в толще воды, речь идет только о движении ее поверхности). Подобные системы называются *двумерными*.

В одномерных колебательных системах волны могут распространяться в двух направлениях, в двумерных же картина явления более сложная. От брошенного в воду камня во все стороны расходятся круговые волны. Горбы (и впадины) этих волн образуют концентрические окружности. В любой точке поверхности волна распространяется вдоль радиуса от центра окружностей.

По-иному выглядит картина волн, создаваемых на поверхности воды колеблющейся пластиной (рис. 1.70). Вблизи пластины (но не у ее концов) горбы и впадины волны образуют прямые линии, перпендикулярные к направлению движения волн.

Линии, образуемые горбами или впадинами, называются фронтами волн. В общем случае *фронт волн* называется линия или поверхность, все частицы на которой колеблются в одной и той же фазе. Направление распространения волны в каждой точке поверхности перпендикулярно к фронту.

Помещенный в безграничную воздушную среду источник звука создает в воздухе так называемые *сферические* волны, фронты которых представляют собой концентрические сферы. Другой важный случай — *плоская* волна, фронты которой — параллельные между собой плоскости.

**8. Наблюдение волн.** Наблюдение поперечных волн проще всего осуществить с помощью длинной резиновой трубки, подвешенной к потолку. Трубка в этом случае является аналогом струны, если ее слегка натянуть рукой. Начнем теперь быстро раскачивать свободный конец трубки, мы увидим, как по ней побежит волна (вспомним способ возбуждения струны перемещением ее конца).

Дойдя до верхнего (закрепленного) конца трубки, волна отразится и побежит в обратную сторону. На том участке, который она пройдет после отражения, вместо бегущей будет уже стоячая волна.

Двумерные волны можно наблюдать на поверхности воды. Для этого используются кюветы с прозрачным дном. На рис. 1.71 представлена схема такого опыта.

Параллельный пучок световых лучей, отражаясь от зеркала  $S_1$ , проходит сквозь кювету  $K$  с водой (на поверхности воды возбуждены капиллярные волны) и, отражаясь от зеркала, попадает на экран  $E$ . Преломление света на границе раздела вода — воздух приводит к тому, что лучи, прошедшие сквозь горбы капиллярных волн, образуют сходящиеся пучки (горбы ведут себя аналогично выпуклым, т. е. со-

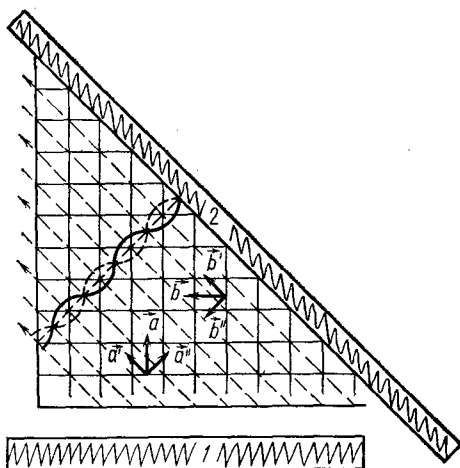
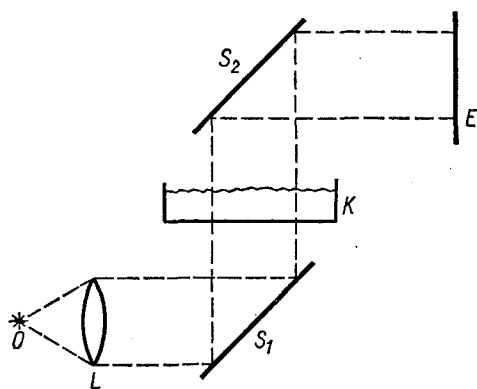


Рис. 1.70



бирающим, линзам) и дают на экране светлые полосы. Соответственно впадины волн изображаются на экране темными полосами. По перемещению полос на экране можно судить о характере движения бегущих капиллярных волн.

Рис. 1.71

**9. Энергия, переносимая бегущей волной.** Бегущая волна переносит с собой некоторое количество энергии. Обращаясь вновь к поперечным волнам в струне, на основании формулы (1.73) приходим к выводу, что в каждый момент времени из двух любых соседних частиц струны большее значение фазового сдвига у той, координата которой меньше. Значит, эта частица движется «вперед», а другая повторяет ее движение.

Частицы действуют друг на друга с силами, равными натяжению  $S$  струны, а линия их действия совпадает с касательной в точке соединения частиц. Если эта точка не находится в положении наибольшего отклонения, где касательная параллельна оси  $x$ , то существуют не равные нулю вертикальные составляющие этих сил. Каждая частица притягивает к себе соседнюю, и первая из них, находясь несколько впереди, «тянет» за собой вторую. Таким образом, вертикальная составляющая силы, приложенной ко второй частице, совпадает по направлению со скоростью частицы и производит над ней положительную работу. Перенос энергии бегущей волной является следствием этого процесса.

Перенос энергии волной есть передача энергии колебательного движения от одних частиц среды к другим. Именно этот процесс позволяет нам, например, слышать звуки: энергия, приносимая звуковой волной, сообщается подвижным частям среднего уха, благодаря чему они приходят в колебательное движение. Их колебания воспринимаются специальными рецепторными клетками, в которых возбуждаются электрические сигналы, передаваемые по нервным волокнам в мозг.

Явление переноса энергии бегущей волной связано со свойством сплошной среды передавать возмущение из одних точек в другие посредством бегущих волн: приходя в область, где среда покоится, волна заставляет частицы среды колебаться, на что и расходует свою энергию. Ясно, что без переноса энергии невозможно было бы и распространение волны на новые области, где среда до этого покоилась. В стоячей волне переноса энергии нет. Но если, например, в струне конечной длины с жестко закрепленными концами возбуждена стоячая

волна, то существует запас колебательной энергии, которая складывается из кинетической и потенциальной энергии движения частиц.

**10. Интерференция волн.** Мы уже выяснили, что наложение двух встречных бегущих волн одинаковой амплитуды и частоты приводит к образованию стоячих волн. Это справедливо как для одномерных волн (например, для волн в струне), так и для двумерных волн с прямолинейным фронтом и трехмерных плоских волн. Узлы и пучности стоячих волн представляют собой точки, где складывающиеся волны либо взаимно ослабляют, либо взаимно усиливают друг друга.

Явление местных усилений и ослаблений амплитуды колебаний при наложении двух или большего числа волн называется *интерференцией*. Стоячая волна служит простейшим примером интерференции. Картины интерференции двумерных волн можно наблюдать с помощью установки, изображенной на рис. 1.71.

Рассмотрим интерференцию капиллярных волн с прямолинейными фронтами. При этом будем пренебрегать отклонением изгиба поверхности воды в капиллярных волнах от синусоидальной формы. Кроме простейшего случая встречных волн с прямолинейным фронтом при одинаковых амплитудах, когда получается стоячая волна, интерференция возникает также при наложении волн, распространяющихся по различным направлениям. В первом случае узлы и пучности располагаются на прямых линиях, параллельных фронту волны, во втором — картина более сложная.

На рис. 1.70 представлена картина интерференции двух волн с линейными фронтами, когда направления распространения волн образуют угол в  $90^\circ$ . При этом одна из волн возбуждается на поверхности воды вертикальным колебательным движением пластинки 1, а другая образуется при отражении первой от неподвижного препятствия 2. Фронты этих волн изображены горизонтальными и вертикальными сплошными линиями. И в этом случае, как мы увидим, возникают прямые линии узлов и пучностей (изображены штриховыми линиями), составляющие углы в  $45^\circ$  с фронтами обеих волн.

Как и в стоячих волнах, наиболее интенсивные колебания поверхности воды происходят там, где движения поверхности, соответствующие отдельным волнам, происходят одновременно, в такт (синфазно). Поверхность неподвижна в тех местах, где колебания, соответствующие отдельным волнам, все время равны по величине и противоположны по направлению (противофазны).

Для обеспечения синфазности колебаний, соответствующих отдельным волнам, необходимо, чтобы разность фаз этих колебаний была кратной  $2\pi$ .

За время полного колебания частицы фаза ее колебания возрастает на  $2\pi$ , а волна при этом смещается на длину волны  $\lambda$ . Поэтому синфазность колебаний какой-нибудь частицы в первой и второй волнах (рис. 1.70) будет иметь место в том случае, если разность путей, проходимых волнами до этой частицы (*разность хода*), равна целому числу длин волн. Точно так же, если частица неподвижна, разность хода равна полуцелому числу значений  $\lambda$ .



Построим два вектора:  $\vec{a}$  — перпендикулярный к фронту падающей волны и  $\vec{b}$  — перпендикулярный к фронту отраженной. Эти векторы указывают направление распространения волн и в нашем случае образуют друг с другом угол  $90^\circ$ . Разложим оба вектора на составляющие  $\vec{a}'$  и  $\vec{b}'$ , направленные по биссектрисе образованного ими угла, и  $\vec{a}''$  и  $\vec{b}''$  — в перпендикулярном направлении. Первому направлению параллельны штриховые линии, второму — перпендикулярная к ним.

Разложение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  означает, что обе волны как бы участвуют в двух движениях: в направлении векторов  $\vec{a}''$  и  $\vec{b}''$  они движутся навстречу и образуют стоячую волну, в направлении штриховых линий они движутся в одну сторону и стоячую волну не образуют. В результате изучаемый процесс представляет собой волну, бегущую в направлении, указанном стрелками. Фронты ее параллельны векторам  $\vec{a}''$  и  $\vec{b}''$  и вдоль этого направления по закону синуса изменяется амплитуда волны, что связано с наличием встречных составляющих движения исходных волн. При этом на штриховых линиях, проходящихся на узлы стоячей волны, амплитуда бегущей волны равна нулю, а на штриховых линиях, проходящихся на пучности стоячей волны, амплитуда вдвое больше амплитуды исходных волн. Разумеется, такой же результат был бы получен, если бы в каждой точке плоскости мы рассчитывали амплитуду колебаний, исходя из разности хода падающей и отраженной волн.

**11. Применение ультразвука.** Из обширной темы о практическом использовании механических волновых процессов рассмотрим вопрос о применении ультразвуковых волн. Напомним, что ультразвуковыми называются колебания с частотами от  $2 \cdot 10^4$  гц до  $10^9$  гц. Практические применения волновых процессов в столь широком диапазоне частот весьма многообразны. Мы сможем остановиться лишь на некоторых из них.

Исключительно важную роль в морском деле играет *гидроакустика*. Вследствие недостаточно высокой прозрачности морской воды возможности визуального обследования ее толщи весьма ограничены. Радиоволны в морской воде очень сильно поглощаются. Поэтому использование радиолокации в тех же целях исключено. Сравнительно малое затухание механических волн в воде позволяет использовать их для локации и определения глубины места.

Гидроакустическая локация обычно осуществляется на низких ультразвуковых частотах ( $20 \div 200$  кгц), реже — на частотах звукового диапазона. С увеличением частоты возрастает затухание ультразвука, и радиус действия локационных приборов уменьшается. Именно поэтому частоты выше  $200$  кгц в гидролокации обычно не используются.

Принцип гидролокации можно уяснить на примере *эхолота* — прибора для вертикальной локации (рис. 1.72). От генератора  $G$  электрическое напряжение  $u$  в форме *импульса* «отрезка синусоиды», как это изображено на рис. 1.72, подается на *излучатель И* — устрой-

ство, преобразующее энергию переменного электрического тока (частота этого тока равна частоте акустического сигнала) в энергию колебательного механического движения, стрелками на рисунке указаны направления передачи сигнала. Это преобразование основано на свойствах некоторых материалов менять свои размеры под действием электрического поля (*пьезоэлектричество*) или магнитного поля (*магнитоstriction*).

Излучатель передает свои колебания граничащей с ним воде, в которой возникает механическая волна, ограниченная по длине (*акустический импульс*), движущаяся вертикально вниз. Падая на какой-либо предмет, находящийся в толще воды под кораблем, и на дно, акустическая волна отражается и попадает на *приемник П*, в котором происходит обратное преобразование механических колебаний в переменный ток. Для этого используются те же материалы, что и в излучателе, поскольку они способны осуществлять также обратное преобразование сигналов. Усиленный электрический сигнал регистрируется на бумаге самописца *С*. Зная скорость распространения звуковой волны (скорость звука) в воде, можно вычислить глубину, на которой находится отражающий предмет, и глубину места.

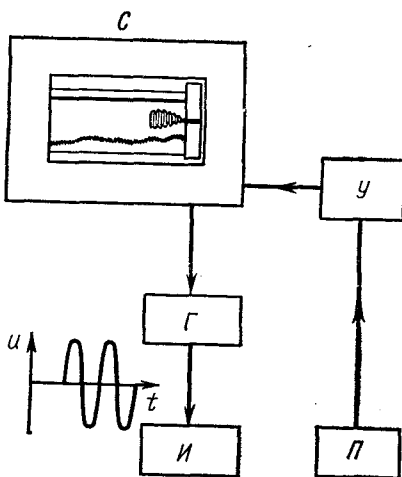


Рис. 1.72

Ультразвуковая локация используется некоторыми животными. На-

пример, хорошо известно, что с ее помощью летучие мыши в полной темноте подземных пещер во время полета не только благополучно минуют различные препятствия, но и ловят обитающих там насекомых.

На том же принципе, что и локация, основана ультразвуковая дефектоскопия, предназначенная для обнаружения дефектов (трещин, раковин) в массивных металлических отливках. Ультразвуковой импульс, посланный в отливку, отражается от любых неоднородностей в материале, благодаря чему эти неоднородности могут быть обнаружены без разрушения отливки.

Приведенные примеры далеко не исчерпывают область практического применения ультразвука, но и сказанного достаточно, чтобы представить себе важность и разнообразие возможностей, которые при этом открываются.

## § 1.12. Движение жидкостей и газов

**1. О сходстве в поведении жидкостей и газов.** Свойства газов и жидкостей в некоторых отношениях сходны. Отметим прежде всего *текучесть* тех и других, т. е. их неспособность сохранять свою форму. Жидкие и газовые тела принимают форму того сосуда, в котором

они находятся.

Как жидкость, так и газ всегда находятся в состоянии некоторого сжатия. Если, например, мы поместим некоторую массу газа в бесконечное пустое пространство, газ начнет неограниченно расширяться, и устойчивое состояние этой массы газа никогда не будет достигнуто. Фактически мы будем со временем иметь дело с отдельными молекулами, находящимися на больших расстояниях друг от друга.

Для того чтобы предохранить газ от неограниченного расширения, его нужно либо поместить в замкнутый сосуд, либо в такое силовое поле, которое препятствовало бы растеканию газа. Примером может служить поле тяготения Земли. В обоих случаях газ будет находиться в состоянии некоторого сжатия, характеризующегося соответствующим давлением.

То же самое можно сказать и о жидкости. Допустим, что жидкость занимает нижнюю часть закрытого сосуда, а над ней находится воздух. Давление в ее внутренних точках складывается из давления воздуха над ней и собственного давления жидкости, определяемого в каждой точке глубиной, на которой эта точка находится. Если из сосуда откачать воздух, его место займет насыщенный пар жидкости, также создающий некоторое давление.

Таким образом, и в жидкости и в газе всегда существует некоторое давление. Иногда его называют *гидростатическим*, даже если речь идет и не о воде. Оно и обеспечивает некоторую степень сжатия среды. Если мы изменим давление, возникнет дополнительное сжатие, представляющее собой объемную деформацию по отношению к исходному состоянию.

Дополнительное давление может быть как положительным, так и отрицательным. Во втором случае оно уменьшает первоначальное давление (а следовательно, и степень сжатия среды). При этом оно, конечно, должно быть меньше первоначального по абсолютной величине. Таким образом, для изменения степени сжатия среды необходимо приложить некоторую силу. Иными словами, среда сопротивляется изменению объема независимо от знака этого изменения, т. е. сопротивляется как сжатию, так и расширению. В то же время, как было сказано, она не сопротивляется изменению формы.

Степень сжатия связана с плотностью среды. Чем сильнее сжата среда, тем выше ее плотность. В дальнейшем мы, как правило, не будем пользоваться понятием степени сжатия, а будем говорить о плотности — легко измеримой величине.

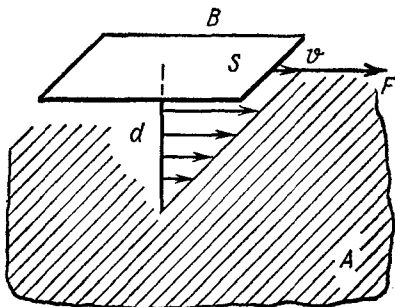
Среда, плотность которой ни при каких обстоятельствах не меняется, называется *несжимаемой*. Несжимаемых сред в природе не существует. Однако если в каком-нибудь процессе плотность практически не меняется, говорят, что среда в этом процессе ведет себя как несжимаемая.

Принципиальному сходству в поведении жидкостей и газов сопутствуют большие количественные различия в их поведении. Например, для того чтобы изменить на 1% плотность воды, взятой при нормальных условиях, следует подвергнуть ее давлению более 200 атм. При

тех же обстоятельствах давление воздуха следует увеличить всего лишь на одну сотую долю атмосферы.

Присущее всем агрегатным состояниям свойство *вязкости* (*внутреннего трения*) у газов и жидкостей имеет много общих черт. Характер так называемой *сдвиговой вязкости* в жидкостях и газах (проявляющейся при смещении, сдвигании одних слоев среды относительно других) можно понять с помощью рис. 1.73.

Предположим, что все пространство над неподвижной плоскостью *A* занято интересующей нас средой. Поместим в эту среду пластинку *B* площади *S* так, чтобы она располагалась параллельно плоскости *A* на расстоянии *d* от нее, и приложим к пластинке силу *F*, также параллельную плоскости. Пластинка начнет двигаться с ускорением в соответствии со вторым законом Ньютона, однако с возрастанием скорости ускорение будет уменьшаться, и по достижении некоторой скорости *v* пластинка станет двигаться равномерно. Многочисленными опытами установлена простая связь между силой *F*, предельной скоростью *v*, площадью *S* пластины и расстоянием *d* от пластины до плоскости



$$F = \mu \frac{Sv}{d}. \quad (1.77)$$

Рис. 1.73

Величина  $\mu$  называется *коэффициентом внутреннего трения* среды, или *динамической вязкостью*. Для выяснения физического содержания формулы (1.77) заметим прежде всего, что слои среды, прилегающие к инородным телам, как бы прилипают к ним и имеют одинаковую с ними скорость. Следовательно, скорость среды у плоскости *A* равна нулю, а возле пластины *B* равна *v*. Промежуточные слои среды имеют скорости, возрастающие пропорционально расстоянию слоя от плоскости *A* (поэтому концы векторов их скоростей лежат на одной прямой).

Явление вязкости состоит в том, что между двумя соседними слоями среды, движущимися в своих плоскостях с разными скоростями (при этом один слой скользит по другому), возникают силы, стремящиеся уравнивать скорости слоев. В частности, на слой, прилегающий к пластине *B* (а значит, и на саму пластину), снизу действует сила со стороны следующего слоя. Эта сила лежит в плоскости прилегающего к пластине слоя и направлена противоположно его движению.

На любой слой, лежащий между плоскостью *A* и пластиной *B*, действуют две силы, лежащие в плоскости слоя: лежащий выше слой действует с силой, направленной в сторону движения пластины, а слой, лежащий ниже, — в противоположную сторону. По абсолютной величине вязкая сила пропорциональна площади сдвигающихся друг относительно друга слоев и перепаду скоростей на единицу длины в

поперечном направлении. Этот перепад скоростей возрастает с увеличением скорости движения пластины  $V$ .

Когда скорость движения пластины возрастет настолько, что тормозящая сила вязкости по величине окажется равной силе  $F$ , пластина станет двигаться равномерно. Также равномерно, но с другими, меньшими скоростями будут двигаться промежуточные слои среды. На каждый из них будут действовать две одинаковые по величине (равные  $F$ ) противоположные силы со стороны двух соседних слоев. Формула (1.77) справедлива для опыта, изображенного на рис. 1.73, лишь приближенно. Она хорошо согласуется с опытом в том случае, если линейные

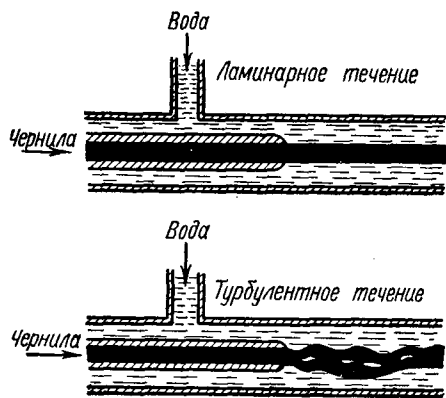


Рис. 1.74

размеры пластины  $B$  значительно больше расстояния  $d$ . В этом случае можно считать, что площади промежуточных слоев равны площади  $S$  пластины, а изменение скорости на единицу длины в поперечном направлении всюду одинаково и равно  $v/d$ .

Коэффициент вязкости  $\mu$  определяет вязкие свойства среды. Чем больше  $\mu$ , тем более вязкой является среда. Например, вода — более вязкое вещество, чем ацетон, и менее вязкое, чем глицерин. У многих газов значения коэффициентов вязкости в сто—двести раз меньше, чем у воды.

Размерность  $\mu$  в системе СГС есть  $\frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{сек}}$ , название единицы вязкости — пуаз. В системе СИ размерность  $\mu$  есть  $\frac{\text{н} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2}$ .

Если вязкость среды мала, то во многих случаях действием вязких сил можно пренебречь и рассматривать среду, лишенную вязкости (в действительности таких сред не существует). Среда, лишенная вязкости, называется *идеальной* (обычно рассматривают *идеальную жидкость*). Заметим, что в часто употребляемое понятие идеального газа (§ 2.3) вкладывается иной смысл.

До сих пор мы часто пользовались понятием слоя, выделенного в движущейся среде. Поступать так мы имеем право только в том случае, если течение среды носит слоистый, *ламинарный* характер (от латинского *lamina* — слой). Такое течение может существовать только при относительно малых скоростях. Увеличение скорости приводит к появлению *турбулентности* (от латинского *turbulentus* — бурный) — интенсивного перемешивания среды вследствие возникающих завихрений. На рис. 1.74 изображено движение чернильной струи в ламинарном и турбулентном потоках воды.

Мы кратко рассмотрели те свойства газов и жидкостей, в которых проявляется сходство этих сред. Во многих других отношениях эти

агрегатные состояния вещества глубоко различны, однако перечисленные нами черты их сходства позволяют в ряде случаев применять одинаковые методы исследования движений газов и жидкостей.

**2. Гидростатика.** Рассмотрим кратко основные положения *гидростатики* — раздела механики, в котором рассматриваются покоящиеся жидкости и газы.

Прежде всего вычислим давление в какой-либо точке жидкости, находящейся в поле тяжести. Считая жидкость несжимаемой, т. е. полагая, что ее плотность  $\rho$  не зависит от давления, найдем силы, действующие на основания призмы (рис. 1.75). Воспользуемся *законом Паскаля*, гласящим, что давление в жидкостях и газах во всех направлениях одинаково; при этом сила давления, действующая на любую площадку, перпендикулярна к этой площадке. Поэтому силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , действующие на основания выделенной нами призмы, направлены вертикально, а силы, действующие на боковые грани призмы, не имеют вертикальных составляющих.

Призма находится в равновесии, значит сила тяжести среды, заключенной в ней, уравновешивается действием внешних сил. Если площади оснований

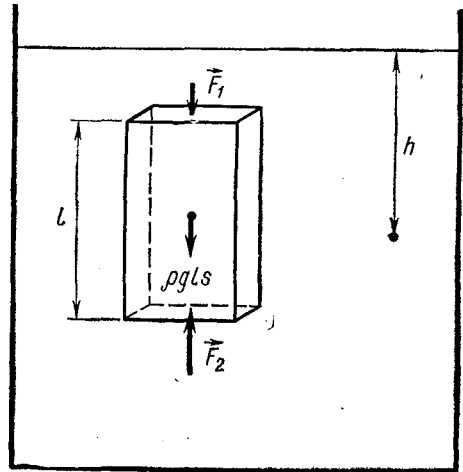


Рис. 1.75

призмы равны  $S$ , а высота  $l$ , то векторная сумма сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , приложенных к основаниям, направлена вверх и согласно предыдущему равна  $\rho g l S$  (весу жидкости в объеме призмы). Вычисляя величины давления по формулам  $p_1 = \frac{|\vec{F}_1|}{S}$  и  $p_2 = \frac{|\vec{F}_2|}{S}$ , найдем

$$p_2 - p_1 = \rho g l. \quad (1.78)$$

В частности, если верхнее основание призмы лежит на поверхности жидкости,  $p_1 = 0$  (речь идет о давлении, создаваемом самой жидкостью, и атмосферное давление на ее поверхности мы не учитываем). Поэтому давление  $p$  в любой точке жидкости определяется формулой

$$p = \rho g h, \quad (1.79)$$

где  $h$  — глубина погружения этой точки. Таким образом, давление в жидкости, находящейся в поле тяжести, создается ее весом в столбе с площадью основания, равной единице, и расположенном над точкой наблюдения. С помощью формулы (1.79) легко подсчитать, например, что в воде давление возрастает на одну атмосферу с увеличением глубины на каждые десять метров.

В газе, находящемся в поле тяготения, зависимость давления от высоты подчиняется более сложному закону, поскольку с изменением давления существенно меняется и плотность газа. Например, плотность воздуха в поле тяготения Земли в сильной степени зависит от высоты. Вследствие этого у газов в поле тяготения отсутствует четко выраженная граница (поверхность), которую имеют жидкости.

Возрастание давления с глубиной, характерное для жидкостей и газов, приводит к появлению выталкивающей силы, которая действует на тела, погруженные в эти среды. Например, сила, выталкивающая призму (рис. 1.75), представляет собой векторную сумму сил давления, действующих на основания призмы со стороны окружающей жидкости. Из предыдущего ясно, что равнодействующая направлена вверх и по абсолютной величине равна весу жидкости в объеме призмы. Точка ее приложения совпадает с центром тяжести призмы (если призма целиком погружена в жидкость). Если бы совпадения не было, то либо при вертикальном положении призмы, либо при ее наклоне должна возникнуть пара сил, вращающая призму, чего на самом деле нет.

Если в жидкости выделена не призма, а объем произвольной формы, то аналогичные рассуждения приводят к выводу, что на заключенное в нем вещество действует выталкивающая сила, приложенная к центру тяжести объема и равная весу жидкости в этом объеме.

Величина этой силы не зависит от того, какое вещество и в каком агрегатном состоянии заключено в выделенном объеме. Отсюда следует *закон Архимеда*: на всякое тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, приложенная к его центру тяжести и равная весу жидкости или газа в объеме тела. Поэтому тело, средняя плотность которого меньше плотности жидкости, будет плавать на поверхности жидкости. Погрузится только часть тела, вытесняющая такое количество жидкости, вес которого равен весу тела. Выталкивающая сила будет приложена в центре тяжести погруженной части тела. Плавание тел в газе (например, воздухоплавание) имеет ту особенность, что газ не имеет отчетливо выраженной поверхности, и плавающее в газе тело держится на той высоте, где средняя (в объеме тела) плотность газа равна средней плотности тела.

Не приводя доказательство закона Паскаля, заметим, что он является следствием текучести жидкостей и газов, о которой говорилось выше.

**3. Уравнение Бернулли.** В дальнейшем нам вновь придется пользоваться понятием «частицы среды». Будем теперь считать каждую такую «частицу» настолько малой, что во всех ее внутренних точках среда имеет практически одинаковую скорость. Поэтому можно говорить о *скорости частицы*. При этом мы, как и прежде (см. § 1.11), не отождествляем частицы с молекулами среды: частицы, хоть и малые, но все же макроскопические объекты.

Движение жидкости или газа может быть весьма сложным. Мы будем рассматривать только *стационарные* течения среды, т. е. такие,

при которых скорость среды в любой точке пространства остается постоянной. Разумеется, скорости частиц со временем могут меняться, но каждая частица, проходя через определенную точку пространства, имеет характерную для этой точки скорость.

Примерами стационарного течения могут служить движение воды в спокойной реке, движение воды в водопроводной трубе (или газа в трубе газовой магистрали) через некоторое время после того, как открывается кран. Другие важные примеры стационарного движения будут приведены в дальнейшем.

Выясним некоторые особенности стационарного течения среды. Частица, находившаяся в некоторой точке пространства, попадает в другую точку, уступая прежнее место новой частице. Попав на место первой, новая частица будет иметь в этой точке такую же скорость, какая была у первой частицы. Вторая частица и дальше будет все время следовать за первой, т. е. траектории обеих частиц будут одинаковы. При стационарном течении траектории всех частиц, проходящих через какую-либо точку пространства, одинаковы. Отметим на чертеже расположение частиц среды в какой-либо момент времени, и возле каждой выбранной частицы построим вектор ее скорости. Кривые, касательные к этим векторам, называются *линиями тока*.

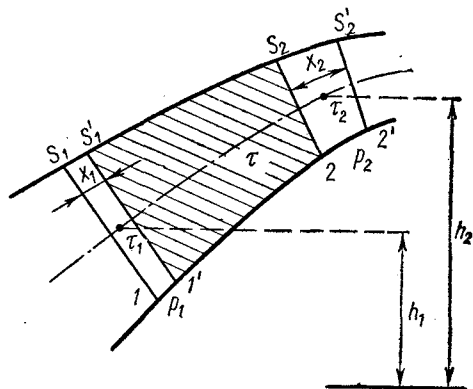


Рис. 1.76

В стационарном течении линии тока совпадают с траекториями частиц, так как траектории всех следующих друг за другом частиц одинаковы, а векторы скоростей частиц касательны к траектории. Если из линий тока образуем поверхность в виде трубки, получим *трубку тока*. В стационарном потоке трубки тока сохраняют свою форму и расположение, а частицы среды не пересекают стенки трубок.

Обратимся теперь к сравнительно простому случаю движения среды — стационарному течению идеальной несжимаемой жидкости по трубке тока переменного сечения, имеющей наклонные участки. Поперечник трубки на всем ее протяжении будем считать столь малым, что во всех точках каждого сечения скорости частиц практически одинаковы.

На рис. 1.76 изображен отрезок трубки, по которой течет жидкость. В начальный момент времени определенная масса жидкости занимает пространство между сечениями 1 и 2, а через некоторое время та же масса располагается между сечениями 1' и 2'.

Обозначим через  $\tau$  объем той части трубки, в которой часть выделенной нами массы жидкости находится и в начальный и в конечный



моменты времени (эта часть на рис. 1.76 заштрихована). Через  $\tau_1$  обозначим объем, в котором часть этой массы находится в начальный момент (и отсутствует в конечный момент времени). Через  $\tau_2$  — объем, где часть массы находится только в конечный момент. Вследствие несжимаемости жидкости начальный и конечный объемы, занятые этой массой, равны между собой

$$\tau_1 + \tau = \tau_2 + \tau,$$

откуда  $\tau_1 = \tau_2$ . Таким образом, оказались равными объемы, ограниченными соответственно сечениями  $1$  и  $1'$  и сечениями  $2$  и  $2'$ .

Если отрезки  $x_1$  и  $x_2$  достаточно малы, можно считать, что приблизительно равны площади сечений

$$S_1 \approx S'_1 \quad \text{и} \quad S_2 \approx S'_2,$$

поэтому будем считать, что

$$\tau_1 = S_1 x_1 \quad \text{и} \quad \tau_2 = S_2 x_2.$$

Механическая энергия жидкости представляет собой сумму ее кинетической и потенциальной энергии. Изменение механической энергии равно работе внешних сил (в число которых не входит сила тяжести, так как ее действие учитывается в потенциальной энергии). На то количество жидкости, за движением которого мы следим, внешние силы действуют со стороны соседних частей жидкости через стенки трубки и поперечные сечения.

Силы, действующие со стороны стенок, работы не производят: в соответствии с законом Паскаля эти силы перпендикулярны к стенкам (вязких сил нет, поэтому остаются только силы гидростатического давления), и векторы скоростей частиц жидкости, движущихся вдоль стенок, образуют с векторами сил угол в  $90^\circ$ .

Отличная от нуля работа, производимая соседними частями жидкости, осуществляется силами давления, действующими через граничные сечения. Работа силы, действующей на сечение  $1$ , равна  $p_1 S_1 x_1$ , а работа силы, действующей на сечение  $2$ , равна  $-p_2 S_2 x_2$  (знак минус появился за счет того, что жидкость перемещается навстречу действующей силе). Алгебраическая сумма этих работ равна приращению механической энергии жидкости, первоначально занимавшей объем между сечениями  $1$  и  $2$ , а затем оказавшейся в объеме между сечениями  $1'$  и  $2'$ . Заштрихованный объем (рис. 1.76) есть общая для начального и конечного положений этой жидкости часть пространства.

На местах частиц жидкости, располагавшихся в этом объеме первоначально, в конечный момент времени оказались другие частицы, однако вследствие стационарности течения они имеют те же скорости, какие имели частицы, бывшие там в начальный момент. Поэтому кинетическая энергия заштрихованного объема осталась неизменной. Разумеется, потенциальная энергия жидкости в этом объеме в начальный и конечный моменты времени также одинакова.

Приращение механической энергии  $\Delta W$  наблюдаемой массы жидкости представляет собой, следовательно, разность механических энер-

гий незаштрихованных объемов

$$\Delta W = \frac{\rho v_2^2}{2} \tau_2 + \rho \tau_2 g h_2 - \frac{\rho v_1^2}{2} \tau_1 - \rho \tau_1 g h_1.$$

Через  $h_1$  и  $h_2$  здесь обозначены высоты центров тяжести соответствующих объемов жидкости над некоторым нулевым уровнем. Пользуясь выражениями работы сил давления и равенствами  $\tau_1 = S_1 x_1 = \tau_2 = S_2 x_2$ , после сокращения получим

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 - \frac{\rho v_1^2}{2} - \rho g h_1,$$

или

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 = C. \quad (1.80)$$

Буквой  $C$  мы обозначили постоянную величину. Она не зависит от времени и выбора сечения в трубке, так как является одинаковой для двух произвольных сечений, а время в расчеты вообще не входит. Таким образом, сумма трех величин, стоящих в каждой части равенства (1.80), имеет одно и то же значение в любые моменты времени и в любом сечении трубки. Первый из этих членов есть давление в среде, второй и третий — объемные плотности кинетической и потенциальной энергии среды. Соотношение (1.80) называется *уравнением Бернулли*. Его можно переписать в виде

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = C. \quad (1.80')$$

Эта формула имеет многочисленные важные приложения.

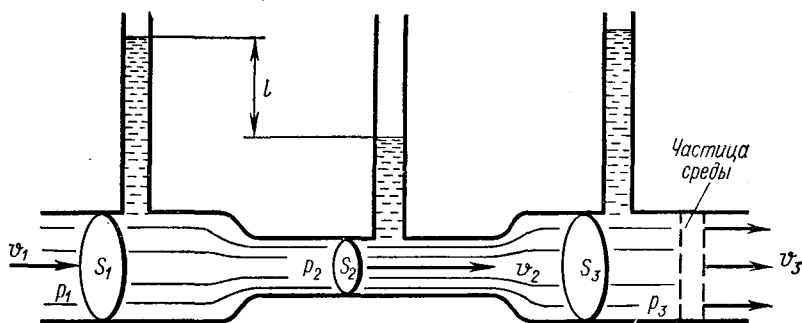


Рис. 1.77

**4. Некоторые применения уравнения Бернулли.** Рассмотрим прежде всего движение воды в горизонтальной трубе, изображенной на рис. 1.77. На всем протяжении, за исключением переходных участков, труба имеет цилиндрическую форму. Можно считать, что во всех точках любого сечения цилиндрических отрезков трубы скорости частиц одинаковы. Поэтому в качестве частицы мы можем выбрать слой между

двумя сечениями, настолько близкими, что на толщине слоя скорость практически не изменяется.

Считая воду несжимаемой средой, мы приходим к выводу, что в узком отрезке трубы скорость воды больше, чем в широком. При этом равенство объемов воды, протекающих через любое сечение в единицу времени, приводит к соотношениям

$$S_1 v_1 = S_2 v_2, \text{ или } \frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}. \quad (1.81)$$

При переходе из широкого отрезка трубы в узкий и затем опять в широкий выбранные нами частицы не изменяют положения своего центра тяжести, поэтому потенциальная энергия жидкости останется неизменной. Применим теперь уравнение Бернулли к цилиндрическим участкам трубы (мы имеем право это делать, так как частицы жидкости не проходят сквозь стенки трубы, как и сквозь стенки трубки тока и, кроме того, во всех точках любого поперечного сечения цилиндрических отрезков скорости равны). В соответствии с этим уравнением

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}. \quad (1.82)$$

На основании соотношения (1.81) правая часть этого равенства положительна, следовательно,  $p_1 > p_2$ .

Если мы проведем аналогичное сравнение для среднего и правого отрезков трубы, то получим, что  $p_3 > p_2$ . Таким образом, в той части потока, где скорость меньше, давление больше, и, наоборот, давление меньше там, где выше скорость. Эти выводы пригодны только для определенной трубки тока (всю трубу на рис. 1.77 можно считать единой токовой трубкой). При переходе к другой трубке значение постоянной  $C$  в формулах (1.80) и (1.80') меняется, и никаких заключений о соотношении между скоростями и давлениями в разных трубках мы сделать не можем.

Причину установленной нами связи между скоростью и давлением в горизонтальной трубе можно понять и с точки зрения законов Ньютона: для сообщения частице воды большей скорости при переходе в суженный отрезок трубы необходимо пониженное давление там, где скорость выше. Последующее замедление при переходе в более широкий правый отрезок трубы предполагает существование тормозящего перепада давлений, чему и соответствует неравенство  $p_3 > p_2$ .

Отметим важное обстоятельство: в суженной части трубы, где давление понижено (а скорость течения повышена), линии тока расположены ближе друг к другу, чем в расширенных частях трубы. В дальнейшем из сближения линий тока мы будем делать вывод об увеличении скорости движения среды и о понижении в ней давления.

Соотношение между давлениями в отрезках трубы, найденное нами с помощью уравнения Бернулли, подтверждается показаниями вертикальных манометрических трубок: чем больше площадь сечения трубы, тем выше уровень воды в трубке. Если диаметры крайних отрезков трубы одинаковы, то и давления в них, а значит, и уровни воды в манометрах

метрических трубках, практически одинаковы. Точного равенства давлений (и уровней воды в манометрических трубках), однако, нет, что объясняется действием вязких сил, которое в уравнении Бернулли не учтено. Расчеты, проведенные с помощью уравнения Бернулли, тем лучше совпадают с опытом, чем меньше роль вязкости в изучаемом явлении.

**5. Движение тел в реальных средах.** Рассмотрим подробнее вопрос о движении тел в реальной (имеющей вязкость) жидкости. Силы, которые при этом действуют на движущееся тело, совпадают с силами, действующими на такое же неподвижное тело, обтекаемое жидкостью, если абсолютные значения скорости тела в первом случае и скорости потока во втором одинаковы. В дальнейшем мы будем рассматривать обтекание неподвижных тел набегающим потоком среды, так как именно в этом случае распределение скоростей удовлетворяет условию стационарности (напомним, что стационарность означает постоянство скоростей движения среды во всех точках пространства; если тело движется, то распределение скоростей в среде, связанное с обтеканием тела, перемещается в пространстве вместе с телом, что противоречит условию стационарности).

Для определения сил, действующих на тело, мы будем пользоваться качественными оценками распределения давлений в среде, основанными на применении уравнения Бернулли. Строго говоря, уравнение Бернулли к вязкой среде не применимо, однако в тех частях пространства, где силы вязкости среды существенной роли не играют, это уравнение можно использовать.

Роль вязких сил существенна в тонком слое у поверхности тела. Частицы среды, перемещающиеся внутри этого слоя, постепенно теряют свою кинетическую энергию (заметим, что течение от этого не перестает быть стационарным). За пределами пограничного слоя распределение скоростей сходно с распределением в идеальной жидкости, что и позволяет в этой области использовать уравнение Бернулли. Исключение составляет зона турбулентного потока, которая в идеальной жидкости не возникает и где уравнение Бернулли также не применимо, поскольку течение там не является ламинарным.

На рис. 1.78, *a* показана картина обтекания пластинки потоком жидкости для того случая, когда пластинка имеет бесконечную длину в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, а среда простирается во все стороны безгранично и на большом расстоянии от пластинки всюду имеет одинаковую скорость (изображенную на рисунке вектором  $\vec{v}$ ). Ясно, что картины обтекания будут одинаковы во всех плоскостях, параллельных плоскости чертежа.

Набегающая жидкость под влиянием пластинки несколько изменяет направление своего движения, как это показано на рис. 1.78, *a*. Изменение направления связано с передачей жидкости некоторого импульса (количества движения)  $\vec{J}$  пластинкой. На рис. 1.78, *a* этот импульс направлен по вертикали. Это значит, что со стороны пластинки на жидкость действует некоторая сила —  $\vec{F}_n$ , а на пластинку со

стороны жидкости — сила реакции  $\vec{F}_n$ , которая перпендикулярна вектору  $\vec{v}$  и называется *подъемной силой*.

Н. Е. Жуковский доказал, что такая картина обтекания может быть представлена как симметричное обтекание, изображенное на рис. 1.78, б, на которое накладывается движение жидкости по замкнутому контуру вокруг пластинки (на рис. 1.78, б контур обозначен штриховой линией, направление движения жидкости указано стрелками).

Движение жидкости по замкнутому контуру называется *циркуляцией*. Наложение циркуляции на симметричное распределение линий

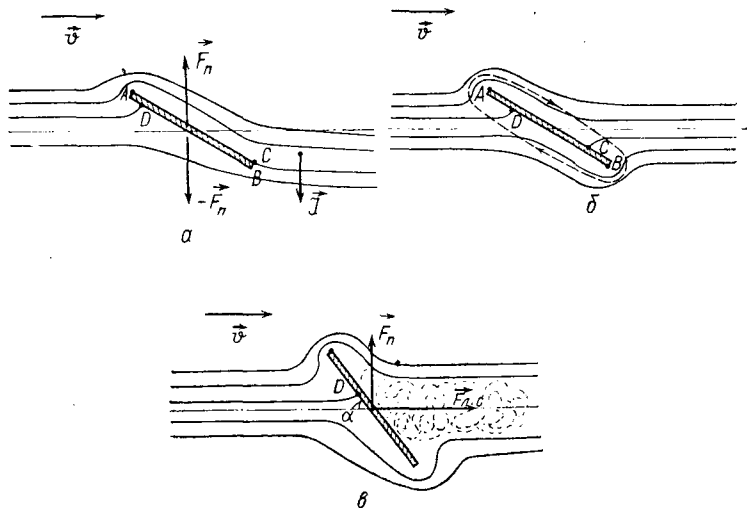


Рис. 1.78

тока нарушает симметрию, причем над пластинкой (возле точки А) скорости симметричного потока и циркуляции складываются. Это означает увеличение скорости движения жидкости в сравнении со скоростью при симметричном обтекании и приводит к сгущению линий тока (рис. 1.78, а). Возле точки В скорость циркуляции вычитается из скорости потока, и полная скорость жидкости здесь меньше, чем при симметричном обтекании. В соответствии с уравнением Бернулли давление в жидкости около точки В выше, чем около точки А. Это и объясняет возникновение подъемной силы в рамках теории, развитой Н. Е. Жуковским. Два различных способа, которыми мы объяснили возникновение подъемной силы (передача импульса и возникновение циркуляции), соответствуют различным методам описания одного и того же явления.

Помимо подъемной силы на пластинку действует также сила *лобового сопротивления* ( $\vec{F}_{x,c}$  на рис. 1.78, в). Эта сила направлена параллельно вектору  $\vec{v}$ , она проявляется в увлечении тел потоком движущегося

щейся среды и в тормозящем влиянии неподвижной среды на движущиеся в ней тела. Отметим, что в основе этих причин лежат вязкие свойства среды. Идеальная (лишенная вязкости) среда лобового сопротивления не создает. В то же время при наличии циркуляции подъемная сила существует и в идеальной среде.

Выясним, как возникает лобовое сопротивление. Одной из причин является непосредственное действие вязких сил на тело. Как было сказано, это действие проявляется прежде всего в тонком слое среды у поверхности тела. Оно тормозит жидкость, протекающую по слою, которая при этом теряет некоторое количество движения. Следовательно, тело и жидкость действуют друг на друга с силами, параллельными вектору  $\vec{v}$ , причем сила, действующая на тело (лобовое сопротивление), направлена по потоку, а сила, действующая на жидкость — навстречу ему.

На рисунках 1.78, а и 1.78, б линии тока, разделяющиеся на передней стороне пластинки и огибающие ее сверху и снизу, вновь сходятся на ее обратной стороне (у точки С), так что ламинарность потока не нарушается. Важно заметить, что давление у точки С выше, чем у точек А и В (это следует из взаимного расположения линий тока). Встречное давление частицы среды могут преодолеть только благодаря избытку кинетической энергии, который они имеют за счет повышенной скорости у точек А и В. Этого запаса оказывается в точности достаточно для смыкания линий тока идеальной жидкости, а при наличии вязкости часть кинетической энергии переходит в тепло. Линии тока не смыкаются, между ними возникает турбулентная зона, которая изображена на рис. 1.78, в. В турбулентной зоне давление ниже, чем в ламинарной части потока, поэтому на пластинку действует сила, обусловленная разностью давлений в точках D и С и направленная вдоль вектора  $\vec{v}$ .

Таким образом, лобовое сопротивление складывается из двух сил: обусловленной непосредственным действием вязких сил (*сопротивление трения*) и обусловленной перепадом давления, связанным с образованием турбулентной зоны (*сопротивление давления*). Такое разделение лобового сопротивления справедливо при обтекании любых тел, а не только пластинки. Значения сопротивлений трения и давления зависят от формы тел и их ориентации относительно потока (в частности, если угол  $\alpha$  на рис. 1.78, в мал или равен нулю, турбулентное движение в среде практически не возникает).

Сопротивление давления особенно сильно зависит от формы тел. Для некоторых из них сопротивление давления гораздо больше, чем сопротивление трения. У поверхности других, *обтекаемых*, тел практически отсутствует область турбулентного движения, и сопротивление давления очень мало. Лобовое сопротивление при этом примерно равно сопротивлению трения.

Обтекаемые тела имеют вытянутую форму, подобно форме тела, изображенного на рис. 1.79. Заостренный задний конец препятствует образованию турбулентности позади тела. Для сравнения отметим,

что из трех тел с одинаковым поперечником — диска, поставленного перпендикулярно потоку, шара и обтекаемого тела — наибольшее лобовое сопротивление имеет диск, наименьшее — обтекаемое тело.

**6. Использование подъемной силы.** Существуют устройства, позволяющие использовать подъемную силу потоков различных сред (воздуха, воды и пр.).

**1. Крыло самолета.** На рис. 1.80 изображено распределение линий тока при обтекании крыла, применявшегося в старых,

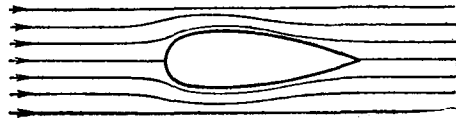


Рис. 1.79

сравнительно тихоходных самолетах (форма поперечного сечения крыла, изображенная на рис. 1.80, называется *профилем Жуковского*). В верхней части крыла линии тока расположены теснее, чем в набегающем потоке, в нижней части, наоборот, —

реже. Следовательно, на крыло действует сила, направленная вверх. Она перпендикулярна потоку и поэтому является подъемной силой. Существует, разумеется, и лобовое сопротивление.

На рис. 1.80 показаны силы, действующие на крыло: подъемная сила  $\vec{F}_n$ , лобовое сопротивление  $\vec{F}_{л.с.}$ , а также их равнодействующая  $\vec{F}_p$ . Угол  $\alpha$ , который крыло образует с горизонтом, называют *углом атаки*. Качество крыла тем выше, чем больше его подъемная сила и чем меньше лобовое сопротивление. Некоторая положительная (т. е. направленная вверх) подъемная сила существует даже при  $\alpha=0$ . С увеличением  $\alpha$  подъемная сила возрастает (линии тока еще более сгущаются над крылом и разрежаются под ним), но растет также и лобовое сопротивление. Благодаря обтекаемой форме крыла при углах  $\alpha$ , меньших некоторого *критического значения* ( $\alpha_{кр}$ ), лобовое сопротивление оказывается значительно меньшим, чем подъемная сила.

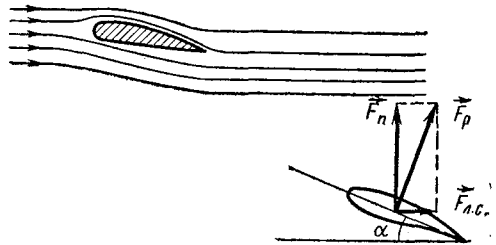


Рис. 1.80

При  $\alpha=\alpha_{кр}$  и еще больших значениях угла атаки

характер обтекания крыла становится иным (рис. 1.81): воздух не обтекает крыло полностью, как при малых  $\alpha$  (рис. 1.80), у верхней кромки крыла происходит отрыв линий тока, и за ним образуется область турбулентного движения воздуха. Это приводит к увеличению лобового сопротивления. Ясно, что при полете угол атаки крыла самолета должен быть меньше критического.

**2. Воздушный винт (пропеллер).** Профиль воздушного винта самолета, как это видно из рис. 1.82, сходен с профилем крыла. При вращении винта, благодаря обтеканию его лопастей возду-

хом, возникает подъемная сила, направленная вдоль оси винта. Эта сила и движет самолет вперед.

Силу тяги винта можно объяснить и как реакцию воздушных масс, отбрасываемых назад винтом. Поток воздуха, создаваемый винтом, движется навстречу самолету, благодаря чему увеличивается скорость перемещения самолета относительно среды и возрастает подъемная сила крыла.

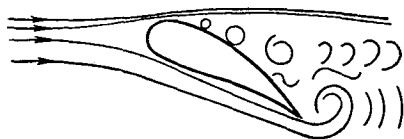


Рис. 1.81

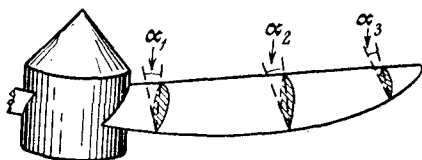


Рис. 1.82

Для того чтобы правильно распределить нагрузку вдоль лопасти, приходится изменять вдоль нее угол атаки. Наибольший угол  $\alpha_1$  (наибольший наклон элемента лопасти к плоскости вращения винта) имеет место вблизи оси вращения, где линейная скорость движения минимальна. Наименьший угол  $\alpha_3$  задается на конце лопасти, там, где наибольшая линейная скорость движения элемента лопасти.

3. Колесо турбины. Если пропеллер сообщает кинетическую энергию воздушным массам, приводя их в движение, то колесо турбины выполняет обратную задачу преобразования энергии движения среды в энергию вращательного движения ротора. Обычно ротор турбины одновременно служит ротором генератора электрического тока. В турбинах различных конструкций используется энергия потоков воды, водяного пара, газов.

Один из типов колеса водяной турбины изображен на рис. 1.83. Вода, проходящая сверху вниз по трубе (водоводу), попадает на турбинные лопатки, которым придана изогнутая обтекаемая форма. При изменении направления движения воды лопатки испытывают реакцию воды и вращают вал турбины.

При конструировании турбин стремятся уменьшить трение воды о лопатки и добиться минимальной скорости движения воды, прошедшей колесо. В этом случае отдача энергии воды турбине будет наибольшей.

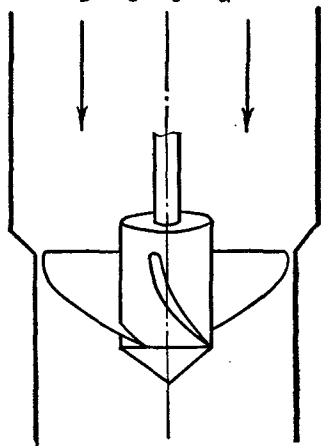


Рис. 1.83



## РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕПЛОТА

### ГЛАВА 1. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

#### § 2.1. Основы молекулярно-кинетической теории вещества

1. **Молекулярное строение вещества.** Молекулярно-кинетическая теория базируется на большом экспериментальном материале. Все основные ее положения являются результатом большого числа наблюдений. Первым основным положением молекулярно-кинетической теории является утверждение о молекулярном строении физических тел. *Молекулой* называется минимальная частичка вещества, сохраняющая его химические свойства.

Опытным путем обнаружить отдельные молекулы, а тем более увидеть их, трудно из-за малости их размеров. Однако современная техника позволяет справиться с этой задачей. Например, электронные микроскопы дают возможность наблюдать отдельные молекулы белковых веществ. Более мелкие молекулы, например, кислорода или азота, не видны даже в электронный микроскоп. Однако и в этом случае существуют методы, позволяющие не только обнаруживать, но и анализировать строение молекул.

Количество разных видов молекул очень велико. Молекулы могут состоять из одного атома. Такими являются молекулы инертных газов: гелия, аргона, неона и других. Есть молекулы, содержащие по два атома, например азот, кислород; и молекулы, содержащие много атомов — молекулы белков и полимеров.

Как известно из курса химии, масса одной молекулы  $M$  и масса 1 килограмм-молекулы (*кг-моль*) вещества  $\mu$  пропорциональны. Отношение этих масс  $M/\mu$  для любого вещества одинаково и равно числу молекул, содержащихся в 1 *кг-моле* вещества. Это число  $N_0$  равно  $6 \cdot 10^{26}$  молекул. При нормальных условиях 1 *кг-моль* газа занимает объем  $V_0 = 22,4 \cdot 10^3$  л. Значит в 1  $\text{см}^3$  газа содержится  $N_0/V_0$  молекул, т. е. примерно  $3 \cdot 10^{19}$  молекул.

Таким образом, каждое физическое тело состоит из большого числа молекул. Именно поэтому размеры физических тел могут быть очень

малыми. Например, можно изготовить золотую фольгу толщиной 0,1 мк. Такая пленка просвечивает и имеет желто-зеленый цвет. Еще тоньше может быть пленка жидкости. Ее толщина может достигать 0,01 мк. Если предположить, что молекулы жидкости — шарики, и в пленке расположены в один ряд, то их диаметр не должен превышать толщину пленки. На самом деле размеры молекул гораздо меньше, они составляют  $(3 \div 4) \cdot 10^{-10}$  м. Такие размеры имеют молекулы водорода и азота.

**2. Движение атомов и молекул.** Вторым положением молекулярно-кинетической теории, также основанным на экспериментальных фактах, является утверждение, что молекулы находятся в непрерывном движении.

Простой опыт убеждает в этом. Расположим два цилиндра — один с углекислым газом, а другой с водородом, один над другим, разделив их стеклянной пластинкой. Сверху расположим цилиндр с водородом, а ниже — с углекислым газом, плотность которого в 22 раза больше, чем у водорода. Если убрать перегородку между цилиндрами, то через некоторое время в обоих цилиндрах окажется однородная смесь газов. Образование однородной смеси происходит в результате движения молекул газов — путем взаимного проникновения молекул одного газа и промежутки между молекулами другого. Это явление называется *диффузией*. Диффузия происходит и в жидких телах и даже в твердых, хотя и гораздо медленнее.

Другим опытным подтверждением существования движения молекул может служить так называемое *броуновское движение* мелких частиц.

Если приготовить взвесь туши или органических смол (канифоли, гуммигута) в воде, то взвешенные частицы будут иметь малые размеры, примерно  $10^{-7} \div 10^{-6}$  м. Но они будут достаточно велики для того, чтобы их можно было наблюдать в микроскоп. Эти частицы находятся в состоянии непрерывного движения. Это явление и называется броуновским движением, в честь открывшего его английского ботаника Р. Брауна.

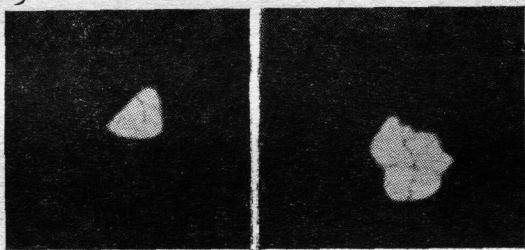
Оно объясняется следующим образом. Молекулы, сталкиваясь с частицей, сообщают ей некоторое количество движения. В каждый данный момент частица испытывает с разных сторон разное число ударов. Результирующая сила, действующая на частицу, заставляет ее совершать скачки. Скачки чередуются в разных направлениях. Благодаря большой по сравнению с массой молекулы массе частицы скорость ее достаточно мала, и ее движение можно наблюдать в микроскоп.

Характерной особенностью движения броуновской частицы является то, что никакого систематического направления в траектории частиц не наблюдается.

На рис. 2.1, а, б представлены полученные с большой экспозицией фотографии траектории одной броуновской частицы в глицерине. Время экспозиции 5 и 10 мин соответственно. Фотографии подтверждают, что никакого систематического направления в движении частицы

не наблюдается. В обоих случаях частица перемещается внутри области, центр которой остается на месте. Но размеры области, в которой успеет побывать частица, тем больше, чем больше время наблюдения. Эту особенность можно объяснить, если сделать предположение о хаотичности направлений движения молекул жидкости. Хаотичность означает, что в среднем по каждому направлению перемещается одинаковое количество молекул.

Все направления в объеме жидкости равноценны. Ни по одному из них нет преимущественного движения молекул. Если в произвольный момент времени векторно сложить количества движения всех молекул, то полное количество движения окажется равным нулю. Это означает, что жидкость в целом, точнее говоря, ее центр тяжести, не движется.



а

б

Рис. 2.1

Полное количество движения, полученное броуновскими частицами от хаотически движущихся молекул в среднем за достаточно большой промежуток времени, равно нулю. Поэтому движение броуновской частицы тоже происходит хаотически.

Движение молекул носит различный характер в разных телах. В твердом теле молекулы могут двигаться лишь в небольших пределах, совершая колебания около некоторых неподвижных точек. В газе, наоборот, молекулы способны перемещаться по всему объему, занятому газом. В жидкости движение молекул носит промежуточный характер. Молекулы могут перемещаться внутри объема, занятого жидкостью. Однако скольжение молекул друг относительно друга чередуется с колебаниями около временных положений равновесия.

**3. Скорости и кинетическая энергия молекул.** Взболтаем в воде мелкие частицы органической смолы — гуммигута и получим суспензию. Плотность гуммигута около  $1200 \text{ кг/м}^3$ . После взбалтывания частицы постепенно начинают оседать на дно сосуда. Будем в микроскоп наблюдать за частицами на некоторой высоте от дна сосуда (см. рис. 2.2). Начиная с некоторого момента времени, число частиц в поле зрения микроскопа практически меняться не будет. Аналогичная картина наблюдается на любой высоте. Концентрация частиц будет наибольшая у дна сосуда. Но даже у поверхности жидкости можно обнаружить частицы гуммигута.

Почему же не все частицы оседают на дно? Потому, что движущиеся молекулы передают часть своего количества движения частицам гуммигута и те иногда могут преодолевать действие силы тяжести, поднимаясь вверх.

Скорости и энергии молекул можно найти экспериментально. На рис. 2.3 представлена одна из схем опыта, поставленного немецким физиком О. Штерном. В объеме  $A$ , из которого откачан воздух, находится цезий, нагретый до температуры  $400^\circ \text{C}$ . Цезий испаряется. Через отверстие  $K_1$  молекулы цезия вылетают в объем  $B$ , из которого тоже откачан воздух. Здесь молекулы, почти не испытывая столкновений,

долетают до экрана  $C$ , где они осаждаются, образуя слой металлического цезия. Диафрагма  $K_2$  вырезает узкий пучок молекул, летящих горизонтально. Если бы не было силы тяжести, то все молекулы двигались бы по прямой линии и попали бы в точку  $O$ . Сила тяжести отклоняет молекулы цезия вниз. Они достигают экрана  $C$  в точках ниже  $O$ . Обозначим

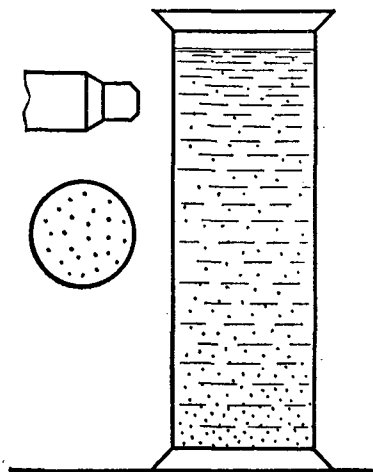


Рис. 2.2

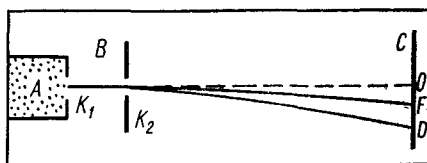


Рис. 2.3

расстояние между диафрагмой  $K_2$  и экраном  $C$  через  $l$ . Молекула, имеющая скорость  $v$ , пройдет это расстояние за время  $l/v$ . За это же время она сместится по вертикали на расстояние

$$S = \frac{gl^2}{2v^2}. \quad (2.1)$$

Таким образом, молекула попадет на экран в некоторую точку  $F$ . Расстояние  $OF$ , равное  $S$ , хотя и не велико, но вполне измеримо специальными методами.

Опыты, проведенные в такой системе, показали, что слой цезия на экране образует целую полосу, простирающуюся вниз от точки  $O$ . (Толщина слоя осевшего цезия меняется по высоте). Эти результаты говорят о том, что в пучке молекул цезия имеются молекулы с различными скоростями. Такой опыт показывает, что не только направления, но и абсолютные значения скоростей, а следовательно, и кинетических энергий молекул могут принимать различные значения.

Зная расстояние  $S_1 = OF$  и  $S_2 = OD$ , можно найти интервал значений скоростей молекул, осевших на экране между точками  $F$  и  $D$ . Рассмотрим пример. Пусть в результате опыта на экран осела некото-

рая масса цезия. Предположим, что 35% осевшего цезия находится между точками  $F$  и  $D$ . Расстояния  $OF=0,054$  мм,  $OD=0,12$  мм. Найдем интервал, в котором лежали скорости молекул, попавших на экран в промежуток между  $F$  и  $D$ . Наименьшая скорость, очевидно, была у молекул, которые попали в точку  $D$ . Предположим, что в нашем приборе расстояние  $L=1$  м. Тогда из формулы (2.1) получим скорость молекул, попавших в точку  $D$ :

$$v_1 = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 1}{2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4}}} \approx 200 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

В точку  $F$  попали самые быстрые молекулы. Их скорость равна

$$v_2 = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 1}{2 \cdot 5,4 \cdot 10^{-6}}} \approx 300 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Остальные молекулы имели скорость в интервале между  $v_1$  и  $v_2$ .

Итак, мы можем сказать, что 35% молекул цезия в проведенном опыте имели скорости в пределах от 200 до 300 м/сек. Аналогично рассчитывается доля молекул со скоростями в интервале от 300 до 400 м/сек и т. д.

По этим данным можно построить диаграмму распределения молекул по интервалам скоростей. На рис. 2.4 представлена такая диаграмма для молекул цезия при температуре  $400^\circ \text{C}$ . На ней представлены относительные количества молекул в процентах, имеющих скорости в интервалах от 0 до 100 м/сек, от 100 до 200 м/сек и т. д. Из диаграммы видно, что наибольшее относительное количество молекул имеет скорости в интервале от 200 до 300 м/сек. Относительные количества молекул, имеющих скорости в других интервалах, — меньше. Аналогичные распределения скоростей имеют место и в других парах и газах.

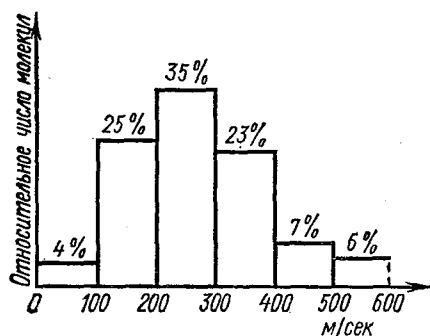


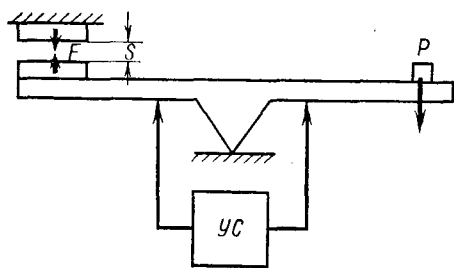
Рис. 2.4

Движение молекул при наличии такого распределения скоростей можно характеризовать средней скоростью. Средняя скорость

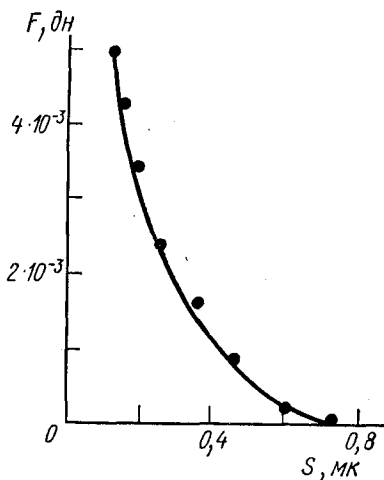
получится, если сложить абсолютные значения скоростей всех молекул и разделить сумму на число молекул. Аналогично можно получить и среднюю кинетическую энергию хаотического движения молекул. Следовательно, можно сказать, что в каждом теле молекулы благодаря существованию распределения по скоростям обладают некоторой средней кинетической энергией. В газах — это кинетическая энергия поступательного движения; в твердых телах — это кинетическая энергия колебательного движения; в жидкостях — энергия поступательного и колебательного движений.

4. Силы взаимодействия между молекулами. Третье положение молекулярно-кинетической теории состоит в том, что между молекулами существуют силы взаимодействия — притяжения и отталкивания. В существовании таких сил нас убеждают многие простые явления. Упругое тело требует силы для своего растяжения. Так, для того, чтобы разорвать стержень из никелевой стали сечением  $0,1 \text{ см}^2$ , необходима сила примерно  $10\,000 \text{ н}$ . Это свидетельствует о наличии сил притяжения между молекулами.

Капля воды, висят у водопроводного крана, не отрывается, пока ее вес не станет достаточным для преодоления сил притяжения между молекулами воды. Кроме того, известно, что при достаточном сближении капли жидкости, например ртути, легко сливаются, образуя единую каплю больших размеров.



а



б

Рис. 2.5

Сцеплению двух кусков твердого тела на достаточно большой площади обычно мешают неровности на поверхности тел, препятствующие достаточному сближению поверхностей. Но если поверхности отшлифовать так, чтобы неровности не превышали  $10^{-6} \text{ см}$ , то такие поверхности слипнутся.

Силу притяжения двух тел, вызванную взаимодействием молекул, можно измерить непосредственно. Одна из схем для таких измерений представлена на рис. 2.5,а. Она предназначена для определения сил притяжения между образцами твердого тела в зависимости от расстояния между ними. Один образец в виде пластинки прикрепляется к коромыслу весов и уравнивается грузом  $P$ . Длина коромысла несколько сантиметров; вес около  $0,5 \text{ г}$ . Другой образец закреплен неподвижно. Силы притяжения начинают сказываться только при очень малых зазорах между образцами.

Измерение сил притяжения требует очень высокой чувствительности весов. В то же время силы эти очень резко зависят от расстоя-

ния между исследуемыми телами. У обычных весов отклонение коромысла от положения равновесия пропорционально перегрузке на одной из чашек весов. Для измерения сил межмолекулярного притяжения обычные весы непригодны. Малейшее отклонение таких весов от положения равновесия может привести к сильному возрастанию сил притяжения и к слипанию образцов.

В схеме для измерения силы притяжения тел специальная электронная система УС управляет положением коромысла, очень быстро включая силу, необходимую для сохранения определенного зазора между образцами, т. е. равную по величине и противоположную по направлению силе притяжения, которая и измеряется.

Зависимость силы притяжения двух пластин кварца от расстояния между ними представлена на рис. 2.5, б. Из рисунка видно, что с увеличением расстояния сила притяжения быстро убывает. Это можно объяснить, предположив, что сила притяжения между двумя отдельно взятыми молекулами тоже быстро убывает с увеличением расстояния между ними. Поэтому можно условно ввести расстояние, за пределами которого силы притяжения между молекулами пренебрежимо малы. Это расстояние назовем радиусом действия межмолекулярных сил притяжения. Оно равно примерно  $10^{-7}$  см.

Одновременно с силами притяжения между молекулами существуют и силы отталкивания. Эти силы становятся преобладающими при достаточном сближении молекул. Доказательством этого является, например, большая сопротивляемость твердых и жидких тел внешнему давлению. Так, к примеру, чтобы уменьшить на 1% объем воды при температуре  $0^{\circ}\text{C}$ , требуется давление свыше 200 бар.

При нормальных условиях центры молекул практически никогда не сближаются на расстояние, меньшее, чем некоторая величина  $d$ . Сила отталкивания заставляет молекулы вести себя как упругие шарики, центры которых не могут сближаться на расстояние, меньшее, чем их диаметр. Воспользуемся этой аналогией и будем условно считать молекулы шариками диаметра  $d$ , которые испытывают взаимное притяжение.

Значение  $d$  зависит от рода молекул. Для кислорода  $d=2,9 \cdot 10^{-8}$  см, а для воды  $d=2,6 \cdot 10^{-8}$  см. На самом деле молекулы — не шарики. Они имеют сложное строение. В их состав входят заряженные положительно и отрицательно частицы. Электрическим взаимодействием этих частиц и вызвано существование сил отталкивания и притяжения между молекулами.

## § 2.2. Тепловые процессы

**1. Температура.** Средняя кинетическая энергия молекул является важной физической характеристикой состояния тела. Она связана с понятием нагретости тела. Понятие нагретости возникло первоначально благодаря способности органов осязания человека различать горячие и холодные тела. Опыты показывают, что чем больше средняя кинетическая энергия молекул тела, тем более горячим оно кажется,

Будем наблюдать поведение броуновских частиц в горячей и холодной жидкостях. Мы заметим, что в горячей жидкости частицы перемещаются быстрее. Кроме того, распределение по вертикали броуновских частиц в жидкостях с различной температурой таково: в горячей жидкости число частиц в верхних слоях ее будет больше, чем в холодной жидкости.

На основании этих опытов можно предположить, что нагретость тела и средняя скорость движения броуновских частиц взаимосвязаны, а именно: чем больше нагрета жидкость, тем больше средняя скорость частиц. Так как движение броуновских частиц вызвано ударами молекул, то, очевидно, то же самое следует сказать и о средних энергиях молекул.

Обобщая результаты описанных опытов, можно сделать вывод, что чем тело горячее, тем больше средняя скорость и средняя кинетическая энергия у его молекул. Этот важнейший вывод может быть использован, например, для объяснения общеизвестного факта выравнивания нагретости двух тел при их контакте.

Возьмем два объема одного и того же газа, но различно нагретых. Приведем их в соприкосновение, молекулы этих газов будут взаимодействовать друг с другом на границе соприкосновения. Это взаимодействие можно уподобить соударению упругих шариков.

Пусть навстречу друг другу движутся два одинаковых шарика  $m_1$  и  $m_2$  со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . После удара шарики отскакивают назад со скоростями  $v'_1$  и  $v'_2$ . Из законов сохранения количества движения и энергии следует, что

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_2 v'_2 - m_1 v'_1, \quad (2.2)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}. \quad (2.3)$$

Учитывая, что  $m_1 = m_2$ , сгруппируем члены уравнений и получим

$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2, \quad (2.4)$$

$$v_1^2 - v_1'^2 = v_2'^2 - v_2^2. \quad (2.5)$$

Поделив уравнение (2.5) на (2.4), получим

$$v_1 - v_1' = v_2' - v_2. \quad (2.6)$$

Сложив уравнения (2.6) и (2.4), найдем, что  $v_2' = v_1$ . Вычтя уравнения (2.6) и (2.4) одно из другого, найдем, что  $v_1' = v_2$ . Следовательно, после удара шарики обмениваются скоростями. Аналогично протекает процесс соударения молекул. Более быстрая молекула после удара станет медленной и наоборот.

Пусть контакт объемов газа длится короткий промежуток времени, достаточный для однократного соударения молекул вдоль границы соприкосновения. Предположим для простоты, что за это время перемешивание молекул обоих объемов не успевает произойти.

Если первый объем газа более нагрет, то средняя энергия молекул в нем должна быть больше, чем во втором. После соударения и обмена



энергиями средняя энергия молекул на границе соприкосновения в первом объеме уменьшится, а во втором — возрастет.

Выждем время, достаточное для перемешивания молекул в каждом объеме, и снова приведем в контакт оба газа и т. д. После каждого соприкосновения средняя энергия молекул газа в первом объеме будет уменьшаться, а во втором — увеличиваться.

Этот процесс можно будет вести до тех пор, пока средние энергии молекул обоих газов не сравняются. Тогда молекулы на границе соприкосновения будут обмениваться в среднем равными количествами энергии. Средние энергии молекул обоих объемов перестанут меняться. Аналогично идет процесс при контакте произвольных тел: жидких, твердых или газообразных.

Итак, можно сказать, что при контакте двух одинаково нагретых тел средние кинетические энергии их молекул остаются без изменения. При контакте двух различно нагретых тел, т. е. тел с разными средними кинетическими энергиями молекул, более нагретое тело теряет часть энергии своих молекул, а более холодное — приобретает эту энергию. Средняя кинетическая энергия молекулы может быть использована в качестве количественной характеристики степени нагретости тела. Однако измерение средней энергии молекул — очень сложная и трудоемкая задача.

Естественно поставить вопрос, можно ли найти другую, равноценную характеристику нагретости тела. Эта характеристика должна быть количественной, и ее измерение должно быть простым. Кроме того, численные значения этой характеристики для тел с одинаковой средней кинетической энергией должны быть равны. Мы могли бы воспользоваться для этого нашими органами чувств, но чувствительность этих органов у различных людей различна.

Как показывает опыт, от степени нагретости в той или иной мере зависят все физические свойства тела: длина, объем, электрическое сопротивление и т. д. Так, объем ртути зависит от степени ее нагретости. По мере нагрева объем ртути увеличивается. От степени нагрева зависит и электрическое сопротивление металлической, например, никелевой, проволоки. Это сопротивление тем больше, чем больше нагрета проволока. Можно привести и другие примеры.

Отсюда следует, что о нагретости можно судить не только по средней кинетической энергии молекул, но и по другим физическим величинам: длине, объему тела, его электропроводности и т. д.

Выберем тело, у которого можно удобно и точно измерять какую-либо характеристику. Пусть таким телом будет газ, заключенный в некотором постоянном объеме  $A$  (см. рис. 2.6). Измеряемой характеристикой будет давление газа, которое определим с помощью U-образного манометра  $M$ . Всю эту систему назовем газовым термометром. Опустим баллон  $A$  в тающий лед. Измерим давление газа  $P_0$  в этих условиях. Аналогично измерим давление газа  $P_k$ , когда баллон опущен в кипящую воду. Условимся считать, что изменение давления в баллоне на одну сотую разности  $P_k - P_0$  означает, что нагретость газа изменилась на

одну единицу. Эту единицу назовем *градусом*. Степень нагретости газа, выраженную в градусах, назовем *температурой*  $t$ .

Примем, что температура газа в баллоне, опущенном в тающий лед, т. е. при давлении  $P_0$ , равна нулю. Тогда давлению  $P_k$  соответствует температура  $t=100$  град. Произвольному давлению  $P$  соответствует температура

$$t = 100 \frac{P - P_0}{P_k - P_0}. \quad (2.7)$$

Выбранные таким образом начало отсчета и закон нахождения температуры определяют шкалу температур, называемую *шкалой Цельсия*. Полученная по формуле (2.7) температура называется температурой по шкале Цельсия и обозначается  $t^\circ\text{C}$ .

Чтобы определить температуру произвольного тела, его надо привести в контакт с термометром. Спустя достаточный промежуток времени средние кинетические энергии молекул термометра и тела сравняются. В таком состоянии температура термометра является одновременно и температурой тела. В этом и заключается метод нахождения температуры с помощью термометра. Любые два тела, имеющие средние кинетические энергии такие же, как у термометра, будут находиться с ним в тепловом равновесии и, следовательно, иметь равные температуры. Наоборот, если два тела имеют равные температуры, то каждый из них порознь имеет среднюю кинетическую энергию такую же, как и термометр. Значит, средние энергии молекул этих тел равны.

Пусть, например, газ, заключенный в баллоне термометра, имеет давление  $P_0=1$  атм  $\approx 1$  бар  $=10^5$  н/м<sup>2</sup>, когда он опущен в тающий лед. В кипящей воде тот же газ создает давление  $P_k=1,37$  атм. Пусть теперь мы погрузили баллон такого газового термометра в масло и отметили давление  $P=1,5$  атм. Тогда температуру масла найдем по формуле

$$t^\circ\text{C} = 100^\circ\text{C} \frac{1,50 \text{ атм} - 1 \text{ атм}}{1,37 \text{ атм} - 1 \text{ атм}} = 135^\circ\text{C}.$$

Газовый термометр — не единственный термометр, которым пользуются для определения температуры. В различных условиях поль-

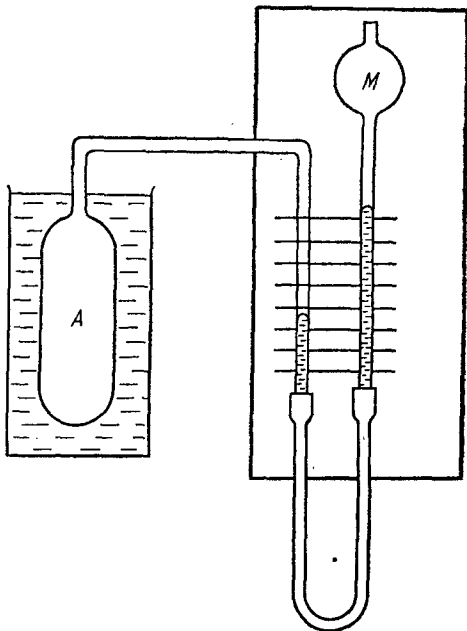


Рис. 2.6

зуются различными термометрами. Наиболее часто встречаются в быту жидкостные термометры. В них используется зависимость объема жидкости (например, ртути) от степени ее нагретости.

Газовый термометр, как видно из рис. 2.6,— это, по сути дела, прибор для измерения давления; ртутный — для измерения объема ртути. Мы иногда забываем об этом, ибо на шкале каждого такого прибора нанесены не атмосферы или литры, а градусы. Итак, любой термометр измеряет какое-либо физическое свойство тела, изменяющееся при нагреве. Показания термометров в одинаковых условиях должны совпадать независимо от того, какое физическое свойство измеряется. Для этого термометры градуируются с помощью образцовых термометров. На каждом термометре указано, какая шкала используется в данном приборе. Значок  $^{\circ}\text{C}$  означает, что термометр измеряет температуру по шкале Цельсия. Есть и другие температурные шкалы, с которыми мы встретимся ниже.

**2. Работа, теплота, внутренняя энергия.** Используя представление о движении молекул, введем понятие о *внутренней энергии* тела. Молекулы всякого тела участвуют одновременно в двух движениях.

Во-первых, если тело перемещается, то вместе с ним перемещаются все его молекулы. Так, например, при поступательном движении все молекулы перемещаются упорядоченно с одинаковыми скоростями. Кинетическая энергия упорядоченного движения тела как целого рассматривалась в разделе механики.

Во-вторых, одновременно с этим молекулы испытывают неупорядоченное, хаотическое движение внутри тела. Кроме того, поскольку между молекулами есть силы взаимодействия электрического происхождения, то у них должна существовать и взаимная потенциальная энергия. Сумму кинетической энергии хаотического движения молекул внутри тела и взаимной потенциальной энергии молекул называют *внутренней энергией* тела.

Изменить внутреннюю энергию тела можно разными путями. Мы рассмотрим пока два способа изменения внутренней энергии.

**Механический способ.** Если внешняя сила действует

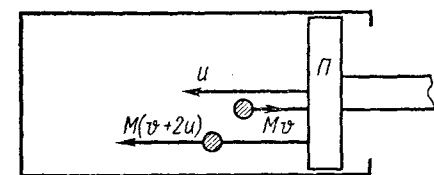


Рис. 2.7

на тело, например сжимая его, то она при этом совершает над ним работу. Будем достаточно быстро сжимать газ в цилиндре с подвижным поршнем (см. рис. 2.7). Во что переходит работа по преодолению сопротивления газа? Рассмотрим процесс столкновения молекул с поршнем, пренебрегая для простоты влиянием сил притяжения. Пусть некоторая молекула движется навстречу поршню со скоростью  $+v$ . Скорость поршня равна  $-u$ . Скорость молекулы относительно поршня тогда будет  $+(v+u)$ . После упругого удара скорость молекулы относительно поршня станет  $-(v+u)$ , а относительно стенок цилиндра  $-(v+2u)$ . Таким образом, после удара о поршень абсолютная величина скорости и кинетическая энергия молекул возрастает.

В данном случае передача механической энергии — это переход энергии упорядоченного движения поршня как целого тела в энергию хаотического движения сжимаемого газа. Если пренебречь изменением потенциальной энергии молекул, то внутренняя энергия газа возрастает.

**Теплопередача.** Однако возможна передача энергии от тела к телу при их контакте и без совершения механической работы. Приведем в соприкосновение, например, два твердых тела с разными температурами. Пусть температура первого тела выше, чем у второго. Тогда, в результате обмена энергией, средняя кинетическая энергия молекул первого тела падает, а у второго — растет. В этом процессе кинетическая энергия хаотического движения молекул первого тела переходит прямо в кинетическую энергию хаотического движения молекул второго тела. Энергию, переданную таким путем, назовем *теплотой*. Сам процесс называется *теплопередачей*.

Понятие теплоты исторически было введено до того, как была доказана эквивалентность теплоты и работы. Считалось, что носителем теплоты является некая гипотетическая жидкость — теплород. Поэтому для теплоты была введена особая единица измерения — *калория*. Из эквивалентности теплоты и механической работы следует, что калорию надо считать одной из единиц энергии наряду с такими единицами, как килограмметр, джоуль, эрг и т. д. *Калория* — это такое количество энергии, которое способно увеличить температуру  $1 \text{ см}^3$  воды от  $19,5$  до  $20,5^\circ \text{C}$ . Как будет видно из дальнейшего, теплоту, так же как и механическую работу, можно измерять в единицах энергии: *кГм*, *дж*, *эрг*. Количеству энергии, выраженному в одних единицах, соответствует определенное эквивалентное количество энергии, выраженное в других единицах:  $1 \text{ кГм}$  соответствует  $9,8 \text{ дж}$ ,  $1 \text{ кал}$  —  $4,2 \text{ дж}$ ,  $1 \text{ эрг}$  —  $10^{-7} \text{ дж}$ . В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением лишь тех процессов, в которых передача энергии идет либо путем совершения механической работы, либо путем теплопередачи, либо и тем и другим одновременно.

**3. Закон сохранения энергии.** Итак, в общем случае внутренняя энергия тела может возрастать как за счет энергии упорядоченного движения других тел — механической работы, так и за счет энергии хаотического движения молекул других тел — теплопередачи. С другой стороны, одновременно с получением энергии, например в виде тепла, возможна ее отдача путем совершения работы над другими телами.

Например, известно, что при нагреве тела расширяются. Увеличение размеров тела должно сопровождаться преодолением атмосферного давления, т. е. совершением работы. Поэтому часть полученной энергии тело расходует на совершение работы против атмосферного давления.

Пусть в общем случае тепловой процесс сопровождается передачей телу энергии  $Q$  в виде тепла. С другой стороны, полученную энергию тело частично накапливает в виде внутренней энергии  $E$ , а частично отдает в виде работы  $A$  каким-либо внешним телам. Поскольку мы

ограничиваемся рассмотрением лишь кинетической и потенциальной энергии молекул, из которых состоят тела, то мы можем применить закон сохранения энергии и записать

$$Q = E + A. \quad (2.8)$$

Из соотношения (2.8) следует, что изменение внутренней энергии, а следовательно и температуры тела, зависит от того, совершается ли при передаче тепла механическая работа. Количество энергии, которое надо передать телу в виде тепла, для того чтобы нагреть его на один градус, называется *теплоемкостью* тела. Теплоемкость 1 г вещества называется *удельной теплоемкостью*.

Пусть телу сообщено тепло  $Q$  и температура его изменилась в результате этого от  $t_1$  до  $t_2$ . Удельная теплоемкость такого тела по определению будет

$$c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}. \quad (2.9)$$

Мы знаем, что часть энергии, полученной телом в виде тепла, может быть отдана на совершение работы. Это приходится учитывать при определении теплоемкости тел. Жидкие и твердые тела при нагреве расширяются незначительно. Работа  $A$ , совершаемая при этом расширении, мала. Ею обычно пренебрегают. Газы же способны сильно расширяться при нагреве. Поэтому приходится оговариваться, при каких условиях газ нагревался.

Сообщим двум равным массам газа  $m$ , имеющим равные температуры  $t$ , равные количества энергии в виде тепла  $Q$ : в одном случае — при постоянном объеме газа, а в другом — при постоянном давлении. В первом случае все полученное тепло переходит во внутреннюю энергию газа, во втором случае внутренняя энергия газа увеличивается только на величину  $Q - A$ , так как часть тепла тратится на совершение работы. Если пренебречь изменением потенциальной энергии молекул, то конечная температура газа  $t_2$  в первом случае будет больше, чем во втором случае  $t'_2$ . Теплоемкость газа при постоянном объеме обозначим через  $c_v$ , а при постоянном давлении через  $c_p$ . По формуле определения теплоемкости

$$c_v = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}, \quad c_p = \frac{Q}{m(t'_2 - t_1)}. \quad (2.10)$$

Так как  $t'_2 < t_2$ , то, очевидно,  $c_p > c_v$ .

Таким образом, теплоемкость газа зависит не только от рода газа, но и от способа передачи тепла. Так, например, для азота при  $0^\circ \text{C}$   $c_p = 1,04 \frac{\text{дж}}{\text{г} \cdot \text{град}}$ , а  $c_v = 0,74 \frac{\text{дж}}{\text{г} \cdot \text{град}}$ , для кислорода  $c_p = 0,91 \frac{\text{дж}}{\text{г} \cdot \text{град}}$ , а  $c_v = 0,65 \frac{\text{дж}}{\text{г} \cdot \text{град}}$ .

Зависимость теплоемкости от условий нагрева приходится учитывать при экспериментальном ее определении. При измерении теплоемкости  $c_v$  приходится принимать меры для сохранения объема вещества, а при измерении  $c_p$  — давления.

Пример схемы для измерения теплоемкости  $c_v$  газа представлен на рис. 2.8: два медных сосуда  $A_1$  и  $A_2$  одинаковых размеров и масс; один — наполняется исследуемым газом, сжатым до 20 бар, а другой откачивается. Шары помещают в камеру, подвешивают к плечам весов и уравнивают разновесами, к ним прикреплены тарелки  $B_1$  и  $B_2$ . После этого устанавливается тепловое равновесие при температуре  $t_1$ . Затем камеру наполняют водяным паром температуры  $t_2$ ; пар конденсируется на стенках камеры и на шарах. Сконденсировавшаяся на шарах вода стекает в тарелки. Выделяющаяся при конденсации паров воды (см. § 2.5) теплота идет на нагрев шаров. Так как теплоемкость шара с газом больше, чем теплоемкость пустого шара, то на нагрев его до той же температуры требуется больше теплоты. На нем конденсируется больше воды, равновесие весов нарушается. Добавлением разновесов равновесие весов восстанавливается. Таким путем определяют массу  $m$  сконденсировавшейся воды.

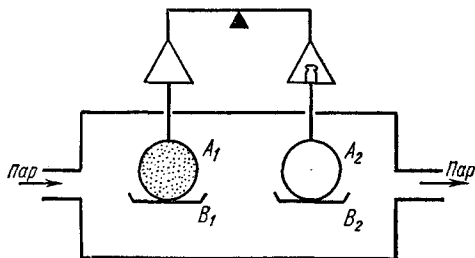


Рис. 2.8

Выделившееся при конденсации этой воды тепло пошло на нагрев газа. Обозначим через  $q$  теплоту парообразования. Удельную теплоемкость газа найдем из уравнения теплового баланса

$$mq = m_0 c_v (t_2 - t_1). \quad (2.11)$$

Пусть, например, в одном из шаров находится сжатый азот, масса которого 60 г, а другой шар пустой. После пропускания пара температура шаров повысилась от 19 до 100° С. Количество воды, сконденсировавшейся на шаре с газом, оказалось больше на 1,5 г, чем на пустом шаре. Для воды  $q = 2250 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ . По формуле (2.11) получим

$$c_v = \frac{2250 \cdot 0,0015}{0,06 \cdot 81} = 700 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}.$$

### § 2.3. Основные газовые законы

**1. Идеальный и реальные газы.** Рассмотрим модель газа, молекулы которого представляют собой упругие шарики очень малого размера, между которыми отсутствуют силы взаимодействия. Такой газ принято называть *идеальным*. Все *реальные* газы отличаются от идеального, так как молекулы реальных газов имеют конечные размеры и между молекулами существуют силы взаимодействия.

Однако при определенных условиях реальный газ можно приближенно считать идеальным. Это приближение допустимо для достаточно разреженных газов, имеющих высокую температуру. Если среднее расстояние между молекулами значительно больше, чем их диаметр,

то размерами молекул можно пренебречь. Если средняя кинетическая энергия молекул достаточно велика, то молекулы легко преодолевают действие сил взаимного притяжения, и этими силами тоже можно пренебречь. Поэтому реальный газ можно приближенно считать идеальным, если температура его высока, а плотность мала. Такие газы, как кислород, азот и др., при нормальных условиях могут рассматриваться приближенно как идеальные.

Действительно, разобьем весь объем газа на маленькие кубики, количество которых равно числу молекул. Так как в 1 кг-моле число молекул  $6 \cdot 10^{26}$ , а объем 1 кг-моля газа составляет  $22,4 \text{ м}^3$ , то объем одного кубика будет

$$v = \frac{22,4}{6 \cdot 10^{26}} \approx 3,7 \cdot 10^{-28} \text{ м}^3.$$

Если молекулы распределены в объеме равномерно, то в среднем в одном кубике будет по одной молекуле. Среднее расстояние между молекулами равно стороне кубика  $l = \sqrt[3]{v}$ . Эта величина составляет около  $3 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ , что значительно больше, чем величина диаметра молекулы для таких газов, как азот, кислород и др.

Наоборот, при больших плотностях газов и малых температурах расстояния между молекулами становятся малыми, а тогда силы взаимодействия могут существенно влиять на движение молекул и на свойства газа. Газ занимает всегда весь объем сосуда, в котором он заключен. Если температура газа постоянна по всему объему, то молекулы газа равномерно распределены по этому объему и концентрация их всюду постоянна. Это происходит благодаря тому, что молекулы могут перемещаться внутри объема. При движении молекулы испытывают соударения друг с другом и со стенками сосуда.

При каждом ударе о стенку сосуда молекула отскакивает назад. При перпендикулярном ударе о стенку направление скорости  $\vec{v}$  после удара меняется на обратное  $-\vec{v}$ . Таким образом, количество движения молекулы меняется на величину  $2m\vec{v}$ . Сила, действующая со стороны стенки на молекулу, равна в среднем

$$\vec{F} = -\frac{2m\vec{v}}{t}, \quad (2.12)$$

где  $t$  — время взаимодействия. По третьему закону Ньютона такая же сила действует на стенку. Так как концентрация газовых молекул очень велика, то каждую секунду  $1 \text{ см}^2$  поверхности стенки испытывает огромное число ударов. Суммарная сила, действующая на  $1 \text{ см}^2$  стенки, является давлением газа. Из-за хаотичности направлений в движении молекул в любом месте внутренней поверхности объема количество ударов на единицу площади одно и то же, и давление в любых точках стенки одинаково.

Чем выше концентрация молекул, тем больше ударов приходится испытывать стенке за единицу времени и тем больше давление. С рос-

том температуры газа растет скорость молекул. Молекулы передают при этом стенкам объема большее количество движения, что также ведет к увеличению давления. Итак, можно сказать, что давление газа на стенки сосуда определяется концентрацией молекул газа и его температурой.

Отсюда следует, например, что давление идеального газа должно обращаться в нуль тогда, когда скорость и, следовательно, импульс и средняя кинетическая энергия молекул равны нулю. В силу однозначного соответствия между средней кинетической энергией молекул и температурой можно сказать, что давление идеального газа должно обращаться в нуль при одной и той же температуре независимо от массы газа. В дальнейшем эту температуру будем называть *температурой абсолютного нуля*.

Для разреженных и достаточно нагретых газов был установлен ряд экспериментальных законов. Эти законы приближенные. Строго они выполнялись бы только для идеального газа. Рассмотрим некоторые из этих газовых законов.

**2. Изохорический процесс.** Рассмотрим процесс нагрева газа при постоянном объеме. Такой процесс называется *изохорическим*. Изохорический нагрев можно осуществить, помещая газ в некоторый объем, не позволяющий газу расширяться. При таком нагреве газ не может совершать работу. Все тепло, полученное газом, переходит в его внутреннюю энергию. Скорость молекул при этом растет; растет и давление.

Заполним некоторый объем  $V_0$  газом при температуре  $t_0$  и давлении  $P_0$ . Нагреем газ до температуры  $t$ . Давление газа при этом станет  $P$ . Для разреженных и достаточно нагретых газов, близких по своим свойствам к идеальным, установлен следующий экспериментальный закон: *для всех газов изменение давления при нагреве пропорционально начальному давлению*

$$\frac{P - P_0}{t - t_0} = \beta P_0. \quad (2.13)$$

Коэффициент пропорциональности  $\beta$  называется термическим коэффициентом давления. Из уравнения (2.13) следует, что давление и температура газа связаны линейным законом

$$P = P_0 [1 + \beta (t - t_0)]. \quad (2.14)$$

Заполним тот же объем  $V_0$  газом при давлении  $P_0$ , но при другой начальной температуре  $t_1$ . Очевидно, что масса газа при этом будет другая. Тогда с ростом температуры давление будет меняться по такому же закону, но с другим коэффициентом  $\beta_1$ .

*Изохоры*, т. е. графики зависимости давления  $P$  от температуры  $t$  при разных начальных температурах, представлены на рис. 2.9, а. Продолжим графики до пересечения с осью температур. Температура, при которой давление идеального газа должно становиться равным нулю, как уже говорилось выше, является температурой абсолютного нуля. Измерения показывают, что пересечение продолжений изохор

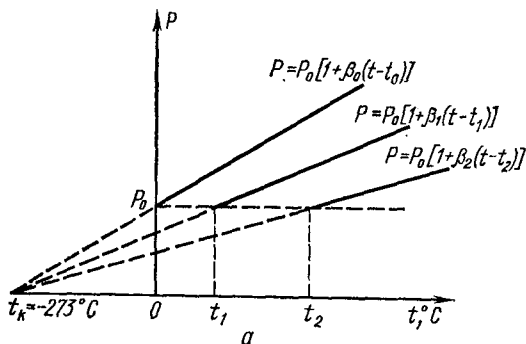


с осью абсцисс происходит в точке  $t = -273^\circ \text{C}$ . Итак, температура абсолютного нуля по шкале Цельсия составляет  $-273$  градуса.

Из графиков изохор видно, что термический коэффициент давления зависит от начальной температуры газа. Величины термических коэффициентов у различных газов при одинаковых условиях мало отличаются друг от друга. Зато величина  $\beta$  зависит от начальной температуры, при которой газ, заполняющий объем  $V_0$ , имеет начальное давление  $P_0$ . Чем больше начальная температура, тем меньше  $\beta$ . В частном случае, если начальная температура газа  $t_0 = 0^\circ \text{C}$ , то  $\beta = \frac{1}{273}$ .

Из формулы (2.14) в этом случае получается закон Шарля:

$$P = P_0 \left( 1 + \frac{t}{273} \right). \quad (2.15)$$



**3. Абсолютная температурная шкала.** Введем новую шкалу температур, в которой значение температуры абсолютного нуля примем за начало отсчета. Эту шкалу называют *абсолютной температурной шкалой Кельвина*. Значение температуры  $T$  по шкале Кельвина связано со значением температуры по шкале Цельсия соотношением

$$T = t + 273^\circ. \quad (2.16)$$

Один градус по шкале Кельвина равен одному градусу по шкале Цельсия. Шкалы отличаются только точкой, от

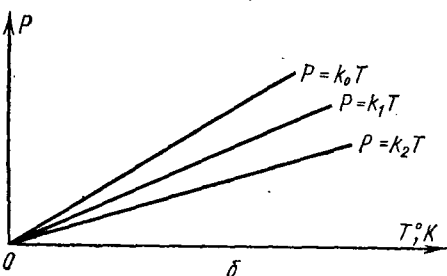


Рис. 2.9

которой ведется начало отсчета температуры. Мы показали, что графики всех изохор должны проходить через точку  $t = -273^\circ \text{C}$ . Следовательно, в новой шкале температур график изохоры проходит всегда через начало отсчета, т. е. через начало координат. Значит, в новой шкале температур график изохоры является графиком прямой пропорциональности (см. рис. 2.9, б) и его можно записать в виде

$$P = kT. \quad (2.17)$$

Это значит, что в изохорическом процессе отношение давления газа к абсолютной температуре остается постоянным. Константа  $k$  — это величина, зависящая только от начального давления и начальной температуры.

**4. Изобарический процесс.** Рассмотрим теперь процесс нагрева газа при постоянном давлении. Такой процесс называется *изобарическим*.

Изобарический нагрев можно осуществить, например, заключив газ в цилиндр с подвижным поршнем. При равновесии сил, действующих на поршень, давление газа в цилиндре равно давлению атмосферы на поршень (весом поршня пренебрежем). При нагреве газа средние скорости и количества движения молекул растут. Растет и давление газа. Если поршень подвижен, то возрастающее давление газа заставляет поршень подниматься. При этом газ расширяется и совершает работу, преодолевая силу, вызванную давлением атмосферы  $P_0$  на поршень. Эта сила равна  $F = P_0 S$ , где  $S$  — площадь поршня.

Пусть при расширении газ переместил поршень на расстояние  $l$ . При этом совершается работа  $A = F \cdot l$ . Объем газа изменился на величину  $l \cdot S$ . Обозначим через  $V_1$  начальный объем газа, а через  $V_2$  — конечный его объем. Учтем, что  $S l = V_2 - V_1$ . Тогда получим, что при изобарическом расширении газ совершил работу

$$A = P_0 (V_2 - V_1). \quad (2.18)$$

Итак, работа, совершаемая газом при постоянном давлении, равна произведению давления газа на изменение объема.

Заполним цилиндр объема  $V_0$  газом при температуре  $t_0$ . Пусть при нагреве до температуры  $t$  газ расширился до объема  $V$ . Для разреженных и достаточно нагретых газов

установлен следующий экспериментальный закон. Изменение объема для всех газов при нагреве пропорционально первоначальному объему, т. е.

$$\frac{V - V_0}{t - t_0} = \alpha V_0. \quad (2.19)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  называется *коэффициентом объемного расширения*. Уравнение, связывающее  $V$  и  $t$ , назовем уравнением изобары и запишем его в виде

$$V = V_0 [1 + \alpha (t - t_0)]. \quad (2.20)$$

Если мы заполним тот же объем  $V_0$  газом при другой температуре  $t_1$ , то объем будет меняться по такому же закону, но с другим коэффициентом  $\alpha$ . Графики изобар, т. е. зависимости объема от температуры, для разных начальных температур представлены на рис. 2.10, а.

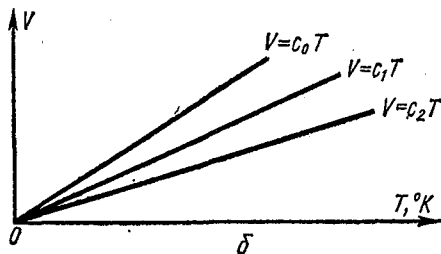
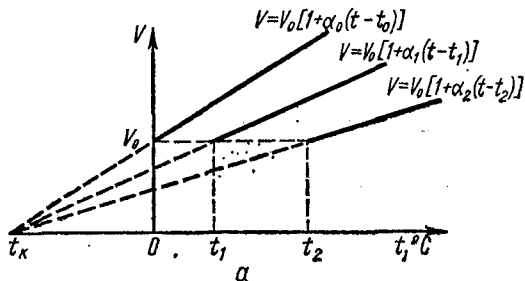


Рис. 2.10

Если уменьшить температуру газа при постоянном давлении, то объем тоже уменьшается. Температуру, при которой объем должен был бы обратиться в нуль, можно найти, продолжив график до пересечения с осью температур.

Продолжения изобар пересекаются с осью температур в одной точке. Если температура измеряется по шкале Цельсия, то это пересечение также имеет место при  $t = -273^\circ \text{C}$ . Из графиков на рис. 2.10 видно, что коэффициент объемного расширения  $\alpha$  тем меньше, чем меньше его начальная температура. В частном случае, когда  $t_0 = 0^\circ \text{C}$ , то  $\alpha = 1/273$ . В этом случае из формулы (2.20) получается закон Гей-Люссака:

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{t}{273} \right). \quad (2.21)$$

Нарисуем изобары в абсолютной шкале температур (см. рис. 2.10, б). В новой системе отсчета изобары пройдут через начало координат. Это будет график прямой пропорциональности

$$V = cT. \quad (2.22)$$

Таким образом, отношение объема к абсолютной температуре при изобарическом процессе остается постоянным. Коэффициент  $c$  зависит от массы газа и от его начальных объема и температуры.

**5. Изотермический и адиабатический процессы.** При изобарическом расширении только часть получаемого телом тепла тратится на работу. Остальная часть переходит во внутреннюю энергию. Если работа, совершаемая газом, точно равна поглощенному теплу, то внутренняя энергия газа остается без изменения. Температура при этом тоже не будет меняться. Такой процесс называется *изотермическим*. Рассмотрим изотермическое расширение газа. Для этого поместим газ в цилиндр с подвижным поршнем. Температуру цилиндра будем поддерживать постоянной. Предоставим газу возможность медленно расширяться. При таком расширении температура, а следовательно, и средняя скорость и количество движения молекул остаются постоянными. Для разреженных газов при изотермическом сжатии или расширении произведение объема газа на его давление остается для данной массы газа постоянным

$$PV = k. \quad (2.23)$$

Константа  $k$  зависит от рода газа, его массы и температуры, при которой идет сжатие или расширение. Этот закон носит название *закона Бойля — Мариотта*.

Закон Бойля — Мариотта нетрудно объяснить с точки зрения движения молекул. Пусть, например, газ расширяется, его объем растет. Тогда концентрация молекул, равная числу всех молекул  $N$ , деленному на объем  $V$ , уменьшается. Во сколько раз убывает концентрация молекул, во столько же раз уменьшается число ударов молекул об единицу площади стенок сосуда с газом. Так как при постоянной температуре средняя скорость молекул не меняется, то, следовательно,

во столько же раз должно уменьшиться давление. Производство же объема газа на давление остается неизменным.

Мы уже показали, что теплопередача — не единственный способ увеличения внутренней энергии газа. Ее можно увеличить, сжимая газ. Если такое сжатие или расширение не сопровождается передачей тепла каким-либо телам, то процесс называется *адиабатным*. При адиабатном процессе работа сжатия целиком переходит во внутреннюю энергию тела. Полностью устранить теплообмен газа с окружающими телами невозможно. Но можно вести сжатие в условиях, когда этим теплообменом можно пренебречь. Так, если быстро сжать газ в каком-либо объеме, то теплоотдачей через стенки объема можно пренебречь, а процесс можно считать адиабатным. В результате сжатия газ нагревается. Поместим в толстостенный цилиндр с поршнем каплю эфира. При резком сжатии смеси паров эфира и воздуха нагрев столь велик, что смесь воспламеняется. Этот принцип воспламенения горючей смеси газов используется в дизельных типах двигателей внутреннего сгорания.

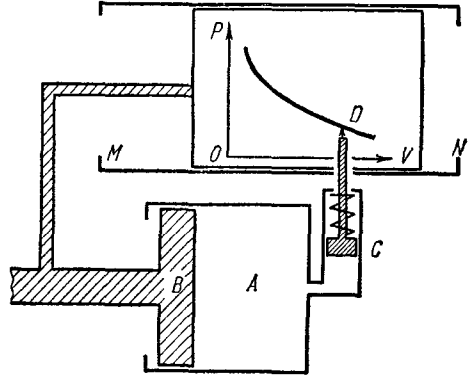


Рис. 2.11

**6. Диаграмма процесса.** Пусть при некотором процессе — нагреве, охлаждении, сжатии и т. д. — давление и объем меняются. Будем на графике откладывать по оси ординат давление газа в этом процессе, а по оси абсцисс — соответствующие величины объема. Получившийся график называется *диаграммой* процесса.

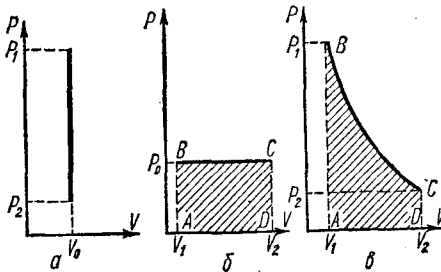


Рис. 2.12

Диаграмму можно получить, например, с помощью устройства, схема которого изображена на рис. 2.11. Исследуемый газ находится в цилиндре А с подвижным поршнем В. По горизонтали MN вместе с поршнем может перемещаться жестко связанный с ним планшет с нанесенными осями  $P$  и  $V$ . На цилиндре находится пружинный манометр С. С подвижным поршнем манометра С связано перо самописца D. Вертикальное отклонение пера пропорционально давлению в цилиндре. Горизонтальное смещение поршня и листа бумаги пропорционально изменению объема газа. В крайнем правом положении поршня и при нулевом давлении конец самописца попадает в точку O. При изменении давления и объема перо вычерчивает диаграмму процесса. На рис. 2.12 представлены в качестве примеров диаграммы изохори-

ческого (а), изобарического (б) и изотермического (в) процессов. Диаграмма зависимости давления газа от объема позволяет определить работу, совершаемую газом.

Например, при изохорическом процессе работа не совершается, при изобарическом процессе работа, совершаемая газом, как мы знаем, равна  $P_0(V_2 - V_1)$ . Здесь  $P_0$  — постоянное давление газа, а  $V_1$  и  $V_2$  — начальный и конечный объемы газа. Нетрудно видеть из диаграмм рис. 2.12, что эта работа численно равна площади прямоугольника  $ABCD$ , высота которого равна  $P_0$ , а основание — разности  $V_2 - V_1$ .

Для изотермического процесса работа, совершаемая газом при расширении, равна площади фигуры  $ABCD$  (см. рис. 2.12, в).

**7. Уравнение состояния.** Состояние газа обычно характеризуют тремя основными величинами: давлением  $P$ , температурой  $T$  и объемом  $V$ , которые связаны между собой. Найдем эту связь для некоторого количества газа массы  $m$ .

Пусть этот газ имеет в одном состоянии параметры  $P_1, V_1, T_1$ , а во втором  $P_2, V_2, T_2$ . Перевести газ из первого состояния во второе можно, например, так: сперва изобарически нагреть газ, пока его объем не станет равным  $V_2$ , а потом еще изохорически нагреть, пока давление не возрастет до  $P_2$ . Обозначим температуру газа в промежуточном состоянии с объемом  $V_2$  и давлением  $P_1$  через  $T_1'$ . Для изобарического процесса отношение объема газа к температуре не меняется, т. е.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_1'}. \quad (2.24)$$

Для изохорического процесса отношение давления газа к температуре не меняется, т. е.

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1'}. \quad (2.25)$$

Разделив правые и левые части равенств (2.24) и (2.25) друг на друга, получим выражение

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}. \quad (2.26)$$

Первое и второе состояния газа были выбраны произвольно. Это означает, что отношение  $\frac{PV}{T}$  для данной массы газа всегда остается постоянным, т. е.

$$\frac{PV}{T} = \text{const}. \quad (2.27)$$

Зная величину константы в уравнении (2.27), можно легко рассчитать одну из величин  $P, V$  или  $T$ , если известны 2 другие. Пусть выбранная масса газа  $m$  находится при нормальных условиях ( $P = 1 \text{ атм}$ ,  $t = 0^\circ\text{C}$ ). Известно, что в этих условиях 1 кг-моль газа занимает объем 22,4 м<sup>3</sup>. Газ массы  $m$  занимает объем  $22,4 \frac{m}{\mu}$ , где  $\mu$  — масса 1 кг-моля

газа. Учтем, что в абсолютной шкале  $t=0^{\circ}\text{C}$  соответствует  $T=273^{\circ}\text{K}$ . Отношение  $\frac{PV}{T}$  при нормальных условиях для массы газа  $m$  кг равно  $\frac{1 \text{ атм} \cdot 22,4 \text{ л}}{273 \text{ град}} \frac{m}{\mu}$ . Величина  $\frac{1 \text{ атм} \cdot 22,4 \text{ л}}{273 \text{ град}} = 0,082 \frac{\text{атм}}{\text{град}} = 8,3 \frac{\text{дж}}{\text{град}}$ .

Итак, можно записать, что

$$\frac{PV}{T} = 8,3 \frac{m}{\mu} \frac{\text{дж}}{\text{град}}. \quad (2.28)$$

Таким же будет отношение  $\frac{PV}{T}$  для произвольных температуры, объема и давления, если масса газа неизменна. Уравнение (2.28) называется *уравнением состояния* идеального газа.

Уравнение (2.28) получено нами как следствие газовых законов, справедливых для идеального газа.

Реально существующие газы подчиняются уравнению состояния (2.28) лишь тогда, когда они достаточно нагреты и разрежены, т. е. в условиях, когда их можно приближенно считать идеальными.

Найдем, например, с помощью (2.28) давление 35 г азота, заключенного в объеме 10 л при температуре  $t=20^{\circ}\text{C}$ . Для данной массы азота

$$\frac{m}{\mu} = 1,25.$$

Из формулы (2.28) получим

$$P = 8,3 \frac{T}{V} \frac{m}{\mu}. \quad (2.29)$$

Подставив  $T=293^{\circ}\text{K}$ ,  $V=0,01 \text{ м}^3$  и  $\frac{m}{\mu} = 1,25$ , найдем, что  $P=2,93 \times 10^5 \text{ н/м}^2 \approx 3 \text{ атм}$ .

При больших давлениях и низких температурах реальные газы не подчиняются уравнению (2.28). Это подтверждается, например, тем, что все реально существующие газы при достаточном охлаждении и сжатии способны переходить в жидкое и твердое состояния. Такой переход не предусматривается уравнением состояния идеального газа.

## ГЛАВА 2. АГРЕГАТНЫЕ СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

### § 2.4. Жидкости

1. **Движение молекул в жидкости.** Физические свойства различных жидкостей при одних и тех же условиях могут сильно различаться: вода обладает малой вязкостью и электропроводностью, а у глицерина вязкость велика. Ртуть имеет большую плотность и является хорошим проводником, а керосин — изолятором. Тем не менее все жидкости имеют ряд общих свойств.

Прежде всего, все жидкости могут занимать только определенную часть объема, в котором они находятся. От остальной части объема жидкость отделяется резкой видимой границей. Жидкость легко меняет свою форму. Обычно она принимает форму сосуда, в котором находится. Эта изменчивость формы указывает на то, что внутри жидкости молекулы способны легко перемещаться друг относительно друга. Жидкости по сравнению с газами обладают малой сжимаемостью.

Жидкость можно получить из газа путем одновременного сжатия и охлаждения. При сжатии среднее расстояние между молекулами убывает. Силы притяжения по мере сближения молекул увеличиваются. Уменьшение температуры ведет к уменьшению кинетической энергии молекул. Совместное сжатие и охлаждение ведут к тому, что молекулы становятся способными удерживаться друг около друга. Образуются микроскопические капли жидкости, которые затем сливаются вместе.

Простой расчет показывает, что среднее расстояние между молекулами жидкости меньше, чем радиус межмолекулярных сил притяжения.

Найдем, например, объем, приходящийся на долю одной молекулы воды при нормальных условиях. Один *г-моль* воды весит 18 г и занимает объем 18 см<sup>3</sup>. Объем, приходящийся на одну молекулу, равен

$$\tau = \frac{18 \text{ см}^3}{6 \cdot 10^{23}} = 3 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3.$$

Этот объем, взятый в виде кубика, имеет сторону около  $3 \cdot 10^{-8}$  см. Это и будет средним расстоянием между молекулами. Так как диаметр молекул воды  $2,6 \cdot 10^{-8}$  см, то очевидно, что зазор между молекулами воды такого же порядка, что и их диаметр. В других жидкостях молекулы могут быть расположены еще плотнее.

Окружим некоторую молекулу сферой, радиус которой равен радиусу сил межмолекулярного притяжения. Этот радиус составляет около  $10^{-7}$  см. Поэтому внутри сферы окажется много молекул, равномерно распределенных вокруг центра сферы. Результирующая сила притяжения, действующая на центральную молекулу, близка к нулю. Поэтому силы притяжения не мешают молекулам перемещаться друг относительно друга внутри объема жидкости.

Моделью жидкости может быть слой шаров, насыпанный на дно плоского ящика. Пусть число шаров таково, что между ними остались лишь небольшие просветы. Будем встряхивать ящик, имитируя тепловое движение молекул. При этом каждый шар остается окруженным соседними шарами. Перемещения незначительны и происходят за счет имеющихся между шарами промежутков. Аналогично ведут себя молекулы в жидкости.

Каждая молекула окружена несколькими ближайшими молекулами. За счет имеющихся промежутков молекула может перемещаться внутри жидкости. Перемещение молекул происходит тогда, когда молекула имеет достаточно энергии, чтобы преодолеть силы отталкивания со стороны соседних молекул, или тогда, когда рядом окажется свободное место. До тех пор, пока одно из этих событий не произойдет,

молекула практически находится на одном месте, испытывая хаотические колебания вокруг временного центра.

**2. Поверхностное натяжение.** Внутри объема жидкости результирующая сил притяжения, действующих на молекулу со стороны окружающих, близка к нулю. В поверхностном же слое жидкости молекулы находятся в особых условиях.

Рассмотрим молекулу, расположенную в поверхностном слое на расстоянии, меньшем радиуса  $R$  молекулярных сил от границы жидкости. Окружим молекулу сферой радиуса  $R$ . Притяжением со стороны молекул воздуха, находящегося над жидкостью, пренебрежем, поскольку плотность воздуха мала по сравнению с плотностью жидкости.

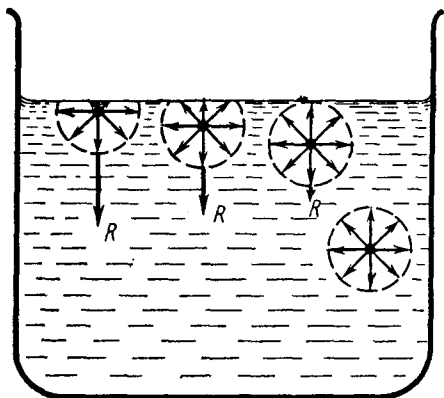


Рис. 2.13

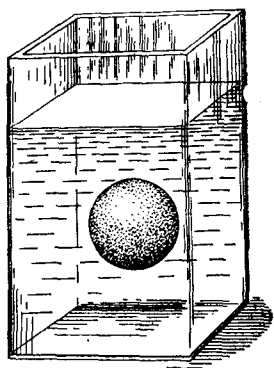


Рис. 2.14

В этом случае, как видно из рис. 2.13, на рассматриваемую молекулу должна действовать результирующая сила, втягивающая молекулу внутрь жидкости.

Это втягивание ведет к тому, что жидкость стремится принять форму, при которой на ее поверхности было бы наименьшее число молекул. В отсутствие внешних сил данная масса жидкости стремится принять форму, при которой ее поверхность наименьшая. Такому требованию отвечает шарообразная форма.

Такую же форму приобретают капли воды в состоянии невесомости. Это подтвердили опыты, проведенные во время полетов космических кораблей. В земных условиях на жидкость действует сила веса, реакция стенок и дна сосуда, в котором находится жидкость. Поэтому жидкость приобретает форму этого сосуда. Рассмотрим детальнее свойство молекул в поверхностном слое жидкости.

Поместим каплю анилина в раствор поваренной соли такой же плотности, что и анилин. С водой анилин не смешивается. Вес капли уравновесится силой Архимеда. Опыт показывает, что капля приобретает форму шарика (см. рис. 2.14).

Чтобы выйти из глубины жидкости в поверхностный слой, молекула должна затратить часть своей кинетической энергии на преодоле-



ние сил, втягивающих ее назад. Эта энергия переходит в ее потенциальную энергию. Чем больше поверхность жидкости, тем больше молекул в нем, тем больше потенциальная энергия, заключенная в поверхностном слое. Значит, всякое увеличение поверхности жидкости, вызванное внешним воздействием при постоянной температуре, ведет к увеличению ее потенциальной энергии. Откуда же берется эта энергия?

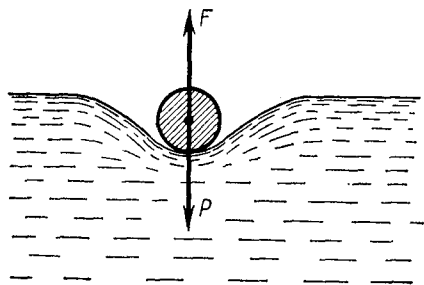


Рис. 2.15

Если металлическую иглу, покрытую парафином, аккуратно опустить на поверхность воды, то поверхность воды изогнется (см. рис. 2.15). Игла при этом не утонет, а останется лежать на прогнувшейся поверхности. Прогиб поверхности жидкости привел к росту ее площади. Возникшие при искривлении поверхности силы таковы, что стремятся восстановить прежнюю форму жидкости. Эти силы уравновешивают вес иглы.

Проанализируем другой пример.

Рассмотрим вертикальный прямоугольный проволочный каркас (см. рис. 2.16). Одну сторону каркаса делаем подвижной. Окунув каркас в раствор мыла, можно получить мыльную пленку, т. е. жидкость в виде тонкого слоя.

Если дать возможность подвижной стороне каркаса свободно перемещаться, то она будет под действием мыльной пленки подниматься вверх. Это перемещение сопровождается уменьшением поверхности жидкой пленки. Чтобы удержать подвижную сторону каркаса, необходимо приложить достаточную силу, например, в виде небольшого груза.

Силы, стремящиеся уменьшить площадь поверхности жидкости, называются *силами поверхностного натяжения*. Эти силы направлены по касательной к поверхности жидкости. Перечисленные выше опыты показывают, что силы поверхностного натяжения таковы, как если бы жидкость была заключена внутри натянутой упругой резиновой пленки. Поверхностное натяжение является результатом действия сил межмолекулярного притяжения в поверхностном слое жидкости.

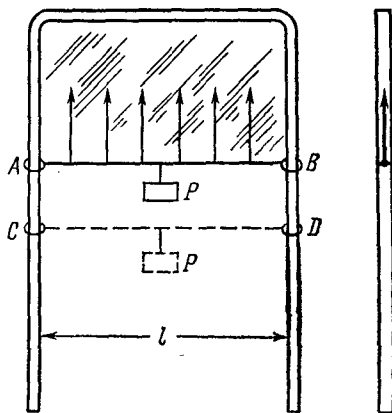


Рис. 2.16

Рассмотрим силу, действующую на подвижную сторону каркаса (см. рис. 2.16). Вдоль края жидкой пленки, граничащей с ней, действует сила поверхностного натяжения. Назовем коэффициентом поверхностного натяжения силу, приложенную к границе жидкости длиной в 1 см и направленную параллельно ей. Этот коэффициент обозначим через  $\sigma$ . Для данного вещества он не зависит от формы поверхности жидкости. Величина  $\sigma$  имеет размерность н/м.

В нашем опыте силы поверхностного натяжения действуют с обеих сторон пленки (см. рис. 2.16). Суммарная сила, действующая на подвижную сторону каркаса, равна  $2\sigma l$ . Поэтому чтобы удержать пленку в растянутом положении, надо приложить равную ей силу  $P$ .

Заметим, что силы поверхностного натяжения, хотя и похожи, но все-таки отличаются от сил, возникающих в резиновой пленке. Например, натяжение резиновой пленки тем больше, чем больше ее поверхность. Сила поверхностного натяжения жидкости не зависит от того, насколько растянута поверхность жидкости. В этом нетрудно убедиться на опыте. Растянутая мыльная пленка может быть уравновешена грузом  $P=2\sigma l$  и при меньшем ее растяжении и при большем, например в положении  $CD$ .

**3. Смачивающие и несмачивающие жидкости.** В земных условиях на форму жидкости сильно влияет сила тяготения и реакция стенок сосуда, в котором она находится. Кроме того, форма жидкости зависит и от рода вещества, с которым она граничит. Так, например, мелкие капли ртути на поверхности стекла имеют форму, близкую к шарообразной, а на поверхности железа растекаются. Также растекаются капли воды или спирта по стеклу.

Пусть капля жидкости находится на поверхности твердого тела (см. рис. 2.17). Часть поверхности жидкости будет граничить с твердым телом, остальная — с воздухом. Рассмотрим молекулу  $O$  жидкости, находящуюся на краю капли. Окружим ее сферой радиуса сил межмолекулярного притяжения. Внутри сферы окажутся и молекулы твердого тела, и молекулы жидкости и газа. Молекула  $O$  будет испытывать действие со стороны всех этих молекул. Результирующая сила, приложенная к молекуле  $O$ , зависит от свойств молекул жидкости, твердого тела и газа, от числа молекул каждого рода, оказавшихся внутри сферы радиуса сил межмолекулярного взаимодействия. Кроме того, эта сила будет зависеть от формы жидкости вблизи точки  $O$ , а именно, от угла между поверхностью твердого тела и касательной к жидкости в точке  $O$ . Этот угол  $\theta$  называется краевым. В стационарном состоянии сумма горизонтальных сил, действующих на молекулу  $O$ ,

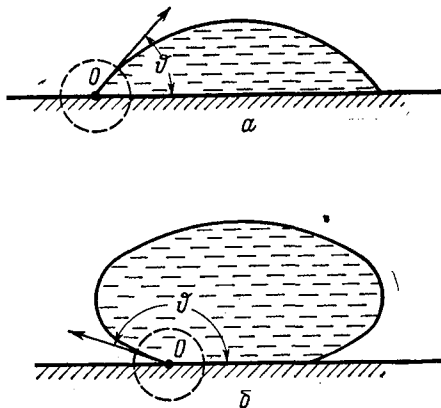


Рис. 2.17

должна быть равна нулю. Если это условие выполняется при  $\theta < 90^\circ$ , то жидкость называется *смачивающей*. Если же  $\theta > 90^\circ$ , то жидкость называется *несмачивающей*.

Эффект смачивания имеет большое практическое значение. Так, в состоянии невесомости смачивающая жидкость растекается по стенкам сосуда, в котором она находится. Несмачивающая жидкость собирается каплей внутри сосуда. При конструировании космических кораблей приходится учитывать такое поведение жидкостей. Например, материал стенок и форму топливных баков приходится выбирать так, чтобы топливо удерживалось у отверстий, через которые происходит откачка топлива к двигателям.

**4. Тепловое расширение жидкости.** С увеличением температуры средняя кинетическая энергия хаотического движения молекул жидкости растет. Молекулы интенсивнее расталкивают друг друга. В результате в жидкости появляется больше просветов. Увеличение просветов между молекулами ведет к увеличению объема жидкости и увеличению среднего расстояния между молекулами. Изменение объема с увеличением температуры происходит по закону

$$V = V_0(1 + \gamma t). \quad (2.30)$$

Здесь  $V_0$  — объем, который жидкость занимает при  $0^\circ\text{C}$ , а  $\gamma$  — величина, называемая *коэффициентом объемного расширения* жидкости,  $t$  — температура жидкости по шкале Цельсия.

Большинство жидкостей при нагревании расширяется. Для таких жидкостей  $\gamma$  — положительная величина. Так, для ртути при комнатной температуре  $\gamma = 0,00018 \text{ град}^{-1}$ ; для керосина  $\gamma = 0,0009 \text{ град}^{-1}$ . Однако ряд веществ не подчиняется этому закону. В их число входит и вода. В воде по сравнению с другими жидкостями среднее расстояние между молекулами значительно. Поэтому при определенных условиях возможно уплотнение молекул. Так, при повышении температуры от  $0^\circ\text{C}$  плотность воды сначала увеличивается. Начиная с  $4^\circ\text{C}$  и выше ее плотность убывает.

С явлением теплового расширения жидкости приходится считаться в технике. Если жидкость нагревается в закрытом сосуде, то она может разорвать этот сосуд. Так, при увеличении температуры ртути на  $1^\circ$  она увеличивает свой объем на  $0,018\%$ . Сжимаемость ртути очень мала. Чтобы сжать ее до первоначального объема, необходимо давление  $46 \text{ атм}$ . Поэтому, например, в ртутных термометрах в верхней части капилляра создается утолщение. Здесь собирается избыток ртути тогда, когда измеряемая температура оказывается выше, чем максимальное значение, на которое рассчитан термометр.

## § 2.5. Испарение и конденсация жидкости

**1. Процесс парообразования.** Как показывает опыт, над поверхностью жидкости при любой температуре находятся свободные молекулы этой жидкости, образующие пар. Это легко наблюдать на при-

мере брома, чьи пары имеют темно-оранжевую окраску. Возникновение пара свидетельствует о том, что молекулы способны покидать жидкость. Жидкость, из которой идет испарение, охлаждается. Если налить несколько капель эфира на ладонь, то эфир будет быстро испаряться, создавая ощущение холода. Этим, например, пользуются в медицине, «замораживая» с помощью легко испаряющейся жидкости небольшие участки поверхности кожи. Это указывает на то, что процесс испарения требует затраты энергии, которая в описанном опыте черпается из внутренней энергии жидкости.

Рассмотрим процесс испарения. Всякая молекула, движущаяся из глубины к поверхности, испытывает в поверхностном слое действие втягивающей силы, стремящейся затормозить и вернуть ее назад. Чтобы пройти поверхностный слой и вырваться из жидкости совсем, молекула должна затратить некоторую энергию. Для этого она должна обладать достаточным запасом кинетической энергии.

Молекулы жидкости, как и молекулы газа, могут иметь различные значения скоростей. Наиболее быстрые молекулы могут обладать достаточной энергией для того, чтобы покинуть жидкость. После того как молекула отошла от границы жидкости на расстояние радиуса действия молекулярных сил, она становится свободной. Этот процесс называется *испарением*.

Количество молекул, выходящих с  $1 \text{ см}^2$  поверхности жидкости за  $1 \text{ сек}$ , характеризует скорость испарения и зависит от температуры жидкости. Чем выше температура, тем больше скорость испарения.

Каждая молекула при испарении затрачивает определенное количество энергии на преодоление удерживающих ее сил. Жидкость покидают наиболее быстрые молекулы. Средняя кинетическая энергия оставшихся молекул будет убывать. Чтобы восстановить температуру жидкости, необходимо сообщить ей энергию, например, в виде тепла. Следовательно, испарение требует затраты энергии, черпаемой из внутренней энергии жидкости. Количество энергии, которое необходимо сообщить жидкости в виде тепла для испарения единицы ее массы при постоянной температуре, называется *удельной теплотой парообразования*.

В результате хаотического движения над поверхностью жидкости молекулы пара могут снова попасть на эту поверхность. Такие молекулы возвращаются в жидкость. Этот процесс называется *конденсацией* паров. При сближении с поверхностью жидкости в ее поверхностном слое силы притяжения ускоряют молекулу, сообщая ей кинетическую энергию. Эту кинетическую энергию молекула благодаря соударениям отдает соседним молекулам. Вернувшаяся молекула приносит с собой столько же кинетической энергии, сколько она теряет при испарении. Поэтому при конденсации единицы массы пара выделяется столько же энергии, сколько затрачивается при ее испарении.

Пусть жидкость находится в замкнутом объеме, в котором нет других тел, в том числе и воздуха. По мере испарения жидкости в пространстве над жидкостью концентрация испарившихся молекул растет.

Но чем больше концентрация молекул пара, тем больше молекул в единицу времени попадает обратно в жидкость.

Рано или поздно число испаряющихся и число конденсирующихся за единицу времени молекул сравнивается. Это состояние наступает тогда, когда концентрация молекул пара достигает некоторой определенной величины. В дальнейшем концентрация молекул пара над жидкостью будет оставаться неизменной. Такое состояние называется *динамическим равновесием* пара и жидкости. Пар, находящийся в динамическом равновесии с жидкостью, называется *насыщенным*.

Процесс испарения зависит от условий, в которых он происходит. Так, например, с увеличением температуры большинство жидкостей

расширяется. Расстояния между молекулами жидкости растут. Силы взаимного притяжения молекул при этом становятся меньше. Меньше становится и энергия, которую затрачивают молекулы при испарении.

Следовательно, с ростом температуры удельная теплота парообразования должна уменьшаться. Действительно, например, удельная теплота парообразования воды при  $0^{\circ}\text{C}$  равна  $2500 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ , а при  $100^{\circ}\text{C}$  она равна  $2257 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ .

Теплоту парообразования можно измерить, например, с помощью прибора, изображенного на рис. 2.18. Исследуемая жидкость помещается в сосуд *A*

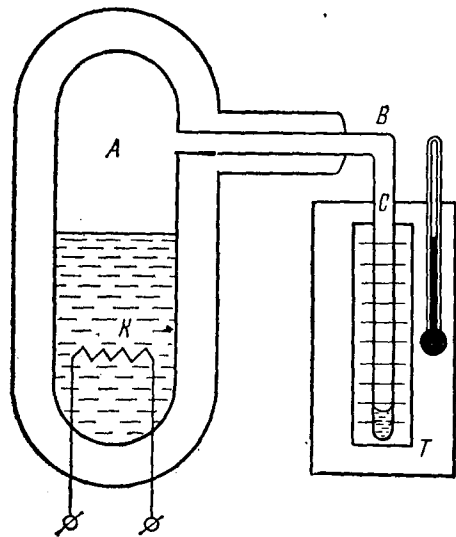


Рис. 2.18

с теплоизолированными стенками. Теплоизолированная выводная трубка *B* соединяет сосуд *A* с измерительной трубкой *C*. Трубка *C* находится в сосуде *T*, охлаждаемом проточной водой с заданной температурой  $t_1$  и называемом *термостатом*. В исходном состоянии сосуд *A* и трубка *C* заполнены насыщенными парами жидкости. В сосуде *A* имеется нагревательная спираль *K*, питаемая электрическим током. Тепло  $Q$ , выделенное спиралью, можно найти, зная силу тока, электрическое напряжение и время, в течение которого проходил ток.

При нагреве жидкости динамическое равновесие в системе нарушается. Скорость испарения в сосуде *A* возрастает. Поскольку температура трубки *C* остается постоянной, то в этом месте скорость конденсации будет преобладать над скоростью испарения. Будет происходить перекачка паров от *A* к *C*. Молекулы, испарившиеся в сосуде *A*, будут уносить с собой энергию, полученную жидкостью от нагревателя, и передадут ее термостату при конденсации в трубке *C*. Если

мощность нагревателя не очень велика, то температура жидкости в сосуде будет практически неизменной и близкой к  $t_1$ . Масса сконденсировавшейся жидкости определяется по делениям, нанесенным на трубке С.

Рассмотрим пример. Пусть исследуемой жидкостью будет вода, а температура, поддерживаемая термостатом,  $t_1=5^\circ\text{C}$ . Пусть спираль нагревателя выделила 1200 дж теплоты, в результате чего в трубке сконденсировалось 0,47 см<sup>3</sup> воды. Приняв плотность воды равной 1 г/см<sup>3</sup>, найдем удельную теплоту парообразования из соотношения  $q = \frac{Q}{m}$  и получим, что эта величина для температуры  $5^\circ\text{C}$  равна 2489 кдж/кг.

**2. Изотермическое сжатие и расширение паров.** Насыщенный пар создает определенное давление на стенки сосуда, в котором он заключен. Как и в газе, это давление определяется концентрацией молекул пара и его температурой.

Рассмотрим, как влияет изменение объема на концентрацию молекул и давление пара при постоянной температуре.

Увеличим, например, объем, в котором находится жидкость и ее насыщенный пар. Концентрация молекул пара и его плотность уменьшатся. Молекулы пара будут реже попадать обратно в жидкость. Динамическое равновесие нарушится. Пар, плотность которого при данной температуре меньше, чем плотность насыщенного, называется *ненасыщенным*. Если температура жидкости поддерживается постоянной, то количество молекул, испаряющихся за единицу времени, останется прежним. Испарение будет преобладать над конденсацией. Это будет продолжаться до тех пор, пока концентрация молекул пара вновь не станет прежней. Тогда равновесие восстановится.

Из сказанного следует, что концентрация молекул насыщенного пара в закрытом объеме с жидкостью при данной температуре всегда устанавливается одна и та же, независимо от величины объема. Если изменение объема происходит медленно, то динамическое равновесие в каждый момент времени будет успевать устанавливаться. Тогда концентрация молекул пара и его давление будут оставаться постоянными. Следовательно, давление насыщенного пара над свободной поверхностью жидкости при постоянной температуре всегда устанавливается одно и то же. Так, при температуре  $20^\circ\text{C}$  давление насыщенных паров воды равно 17,5 тор, у ртути — 0,0012 тор (1 тор = 1 мм рт. ст.), а у углекислоты — 57 атм.

Поведение насыщенного пара при изотермическом расширении отличается от поведения обычного газа. При изотермическом расширении газа полная его масса и средняя энергия молекул остаются без изменения. Поскольку объем растет, концентрация молекул газа уменьшается. Поэтому уменьшается и давление газа. При изотермическом увеличении объема, в котором находится пар и жидкость, полная масса пара растет. Концентрация молекул пара сохраняется неизменной за счет дополнительно испаряющихся молекул. Поэтому и давление остается неизменным.

Давление и плотность пара в замкнутом объеме всегда устанавливаются при данной температуре одни и те же, только пока часть вещества остается в жидком состоянии. Когда вся жидкость испарится, масса пара уже не будет больше меняться. При дальнейшем увеличении объема концентрация молекул пара пополняться не будет. Пар станет насыщенным. Если пар далек от насыщения, то при сжатии и расширении он ведет себя так же, как и газы. Так, например, при изотермическом расширении давление ненасыщенного пара убывает.

Наоборот, если постепенно уменьшать объем, то в конце концов все вещество перейдет в жидкое состояние. Дальнейшее сжатие из-за малой сжимаемости жидкости требует резкого увеличения давления.

Описанный процесс изотермического изменения объема, содержащего жидкость и пар, представлен на рис. 2.19. Участок  $AB$  соответствует тем значениям объема, при которых в объеме одновременно находятся жидкость и насыщенный пар. Когда объем равен  $V_1$ , вся масса вещества находится в жидком состоянии

$$V_1 = \frac{m}{\rho_{\text{ж}}}, \quad (2.31)$$

где  $\rho_{\text{ж}}$  — плотность жидкости при данной температуре.

Когда объем равен  $V_2$ , все вещество находится в состоянии насыщенного пара

$$V_2 = \frac{m}{\rho_{\text{п}}}, \quad (2.32)$$

где  $\rho_{\text{п}}$  — плотность насыщенных паров при данной температуре.

При объемах, больших, чем  $V_2$ , вещество находится в состоянии насыщенного пара. При объемах, меньших  $V_1$ , вещество находится в состоянии сжатой жидкости.

График на рис. 2.19 можно проиллюстрировать следующим опытом. Возьмем набор трубок различной длины, но одинакового диаметра, запаянных с одного конца (см. рис. 2.20). Заполним трубки ртутью и опустим их открытым концом в сосуд со ртутью. Трубка 1 будет контрольной. Высота ртутного столба в ней будет равна давлению атмосферы в *мм рт. ст.* В остальные трубки введем снизу пипеткой одно и то же количество эфира. Эфир, как более легкий, поднимется вверх. Так как плотность эфира много меньше, чем плотность ртути, то весом жидкой части эфира можно пренебречь.

Объемы, занимаемые насыщенными парами эфира, будут различными. Тем не менее уровень ртути в трубках 2, 3, 4 будет одинаковым. Разность уровней в этих трубках и в трубке 1 даст нам давление насыщенных паров эфира в *мм рт. ст.*

Если длина трубки 5 достаточно велика, то над поверхностью ртути может оказаться ненасыщенный пар, при этом жидкого эфира в трубке не останется. Уровень ртути в такой трубке выше, чем в трубках 2, 3, 4. Разность уровней ртути в трубках 1 и 5 даст давление ненасыщенных паров эфира в *мм рт. ст.*

Давление ненасыщенного пара не зависит от объема, но зависит от температуры. Увеличим температуру жидкости и ее насыщенного

пара, заключенных в некотором объеме. Тогда из жидкости за единицу времени будет испаряться больше молекул. Динамическое равновесие нарушится. Концентрация молекул пара будет расти, пока снова не установится равновесие. Но при этом равновесная концентрация моле-

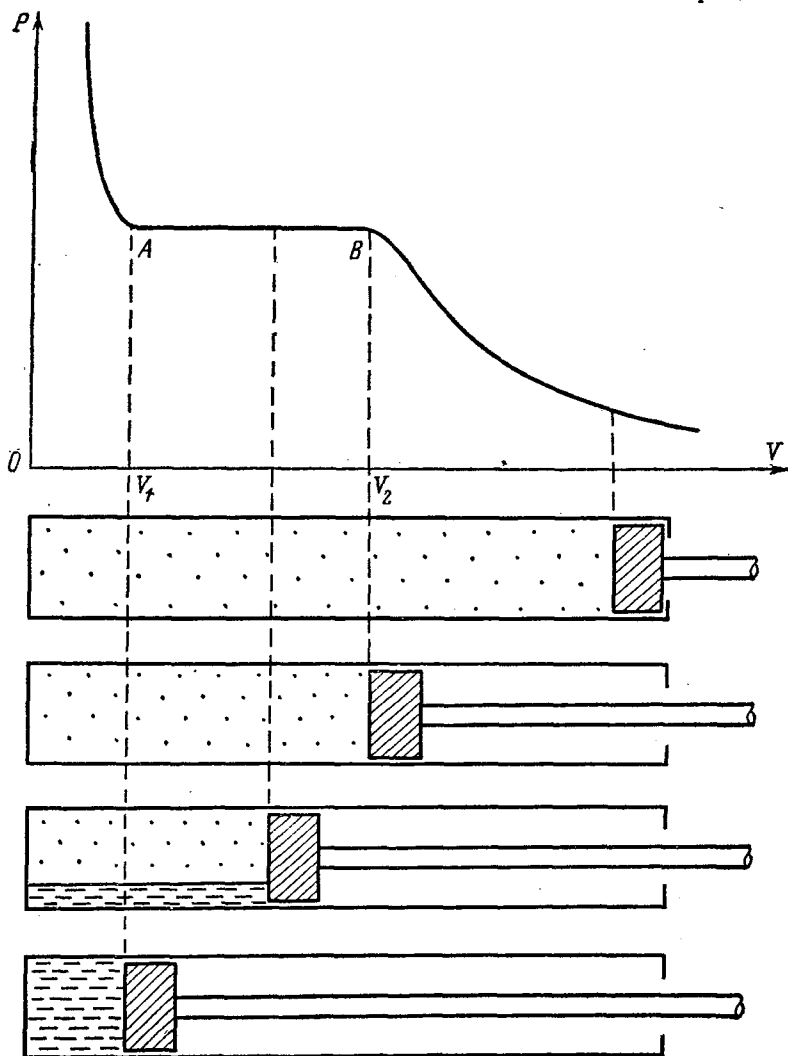


Рис. 2.19

кул пара будет больше. Следовательно, с ростом температуры давление ненасыщенных паров над поверхностью жидкости увеличивается.

**3. Испарение из открытого сосуда.** Рассмотрим испарение жидкости, находящейся в открытом сосуде и граничащей с атмосферным воздухом.



Если испарение происходит в атмосферу, то одновременно с непрерывным испарением молекул происходит их диффузия. Пары рассеиваются — уходят в стороны и вверх. Насыщенный пар в этом случае над жидкостью не образуется. Даже над поверхностью природных водоемов — озер и рек — концентрация молекул водяного пара немного меньше, чем в насыщенном паре при той же температуре.

Если температура жидкости поддерживается постоянной, то скорость испарения будет преобладать над скоростью конденсации и вся жидкость постепенно испарится.

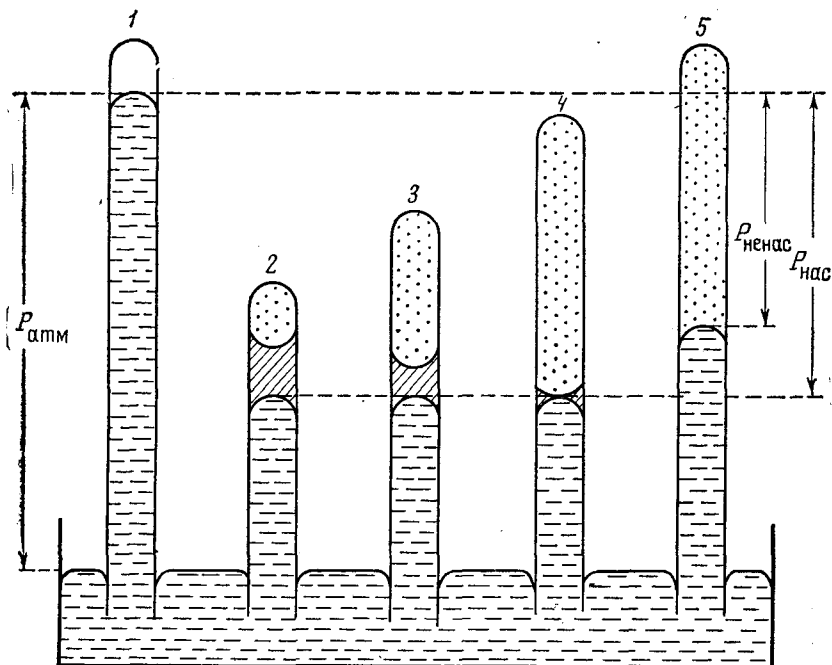


Рис. 2.20

В природе имеется много открытых водоемов, с поверхности которых идет непрерывное испарение воды. Поэтому в воздухе всегда содержится некоторое количество водяного пара. Количество паров воды  $D$ , находящихся в  $1 \text{ м}^3$  воздуха, выраженное в граммах, называется *абсолютной влажностью* воздуха. Величина абсолютной влажности еще не говорит о степени насыщения воздуха парами. Пусть при некоторой температуре абсолютная влажность воздуха выражается величиной  $D_1$ . Если бы пары были насыщенными, то в  $1 \text{ м}^3$  воздуха при этой температуре могло бы содержаться  $D_0$  влаги. В обычных условиях плотность паров при данной температуре не превышает плотности насыщенных паров. Поэтому величина  $D_1$  не больше, чем  $D_0$ . Величина

$$f = \frac{D_1}{D_0} \quad (2.33)$$

называется *относительной влажностью*. Величину  $f$  обычно измеряют в процентах. В частности, если воздух совсем не содержит паров воды, то абсолютная и относительная влажность его равны нулю. Возможна также особая форма испарения жидкости — *кипение*.

Будем нагревать жидкость, находящуюся в открытом сосуде. Всякая жидкость, граничащая с воздухом, содержит некоторое количество растворенных газов. Стенки сосуда, в котором находится жидкость, тоже поглощают (абсорбируют) газ.

С увеличением температуры растворимость газа уменьшается. Газ выделяется из жидкости, оседая в виде мелких пузырьков на внутренних стенках сосуда (см. рис. 2.21, *а*). По мере выделения газа размеры пузырьков растут. Пузырьки отрываются и всплывают. Кроме газа в пузырьках содержится насыщенный пар жидкости. Но плотность его мала по сравнению с плотностью газа. Поэтому основную часть пузырьков занимает газ.

Рассмотрим пузырек газа, находящийся на некоторой глубине на стенке сосуда. Пузырек сдавливается совместным действием гидростатического давления  $P_1$ , давлением над поверхностью жидкости  $P$  и силами поверхностного натяжения (последние мы не учитываем). Если глубина невелика, то полное давление, сжимающее пузырек, можно считать приблизительно равным давлению над поверхностью жидкости  $P$ .

По мере того как растворенный газ выделяется из жидкости, скорость образования пузырьков должна была бы уменьшиться. Но начиная с некоторой температуры, рост пузырьков определяется уже не выделяющимся газом, а паром, заполняющим полость пузырька. С ростом температуры давление насыщенных паров в пузырьке растет. Внешнее же давление остается постоянным. При некоторой температуре давление насыщенных паров становится больше чем  $P$ . Эта температура называется *температурой кипения*  $t_k$ . Как только температура жидкости достигает величины  $t_k$ , пузырьки на стенках сосуда начинают быстро расти. Теперь уже рост пузырьков вызывается не выделением растворенного газа, а давлением пара (см. рис. 2.21, *б*). Начальные газовые пузырьки служат лишь затравкой, из которой вырастают большие пузыри, заполненные насыщенным паром. Эти пузыри всплывают, увеличиваясь в размерах. Вся масса пара, заполняющего пузыри, выбрасывается в атмосферу. Это явление называется *кипением*.

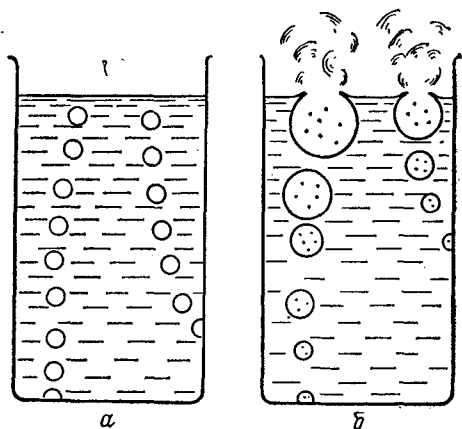


Рис. 2.21

Количество пара, образуемое при кипении за единицу времени, значительно больше, чем при обычном испарении, когда пар выделяется лишь с поверхности жидкости. Это происходит вследствие того, что пар образуется не только на поверхности, но и в объеме жидкости. Поэтому при кипении на образование пара расходуется много тепла. Практически все тепло, поступающее от нагревателя в жидкость, тут же расходуется на испарение. Поэтому средняя кинетическая энергия молекул жидкости и температура ее во время кипения остаются неизменными, пока внешнее давление постоянно.

Путем изменения внешнего давления над жидкостью можно управлять температурой кипения. Так, можно заставить жидкость кипеть даже при комнатной температуре. Для этого достаточно лишь понизить давление над жидкостью. Например, при  $t=20^\circ\text{C}$  давление насыщенных паров воды равно  $17,5 \text{ мм рт. ст.}$  Если откачивать воздух и пар из колбы с водой, поддерживая температуру  $t=20^\circ\text{C}$ , то вода закипает, как только давление становится равным  $17,5 \text{ мм рт. ст.}$

Чем меньше атмосферное давление, тем при более низкой температуре закипает вода. Например, в горах на высоте  $3 \text{ км}$  давление атмосферы составляет около  $500 \text{ тор}$ , и вода закипает при  $89^\circ\text{C}$ .

Наоборот, в том случае, когда требуется повысить температуру воды выше  $100^\circ\text{C}$ , создают достаточно большое давление над ее поверхностью. Такие устройства, называемые автоклавами, используются, например, в медицине для дезинфекции инструментов и в кулинарии для ускорения варки пищевых продуктов.

**4. Холодильник.** При испарении жидкости затрачивается большое количество тепла. Если заставить испаряться жидкость в отсутствие подогрева, то ее температура будет быстро понижаться. Это можно осуществить, откачивая, например, с помощью насоса пар из сосуда с водой, не подводя к ней тепло. В этом случае испарение идет за счет внутренней энергии воды. Температура воды понижается, пока вода не превратится в лед. Такой процесс используется в холодильниках. Схема одного из таких холодильников приведена на рис. 2.22.

Холодильник — это замкнутая система, в которой циркулирует легко испаряющаяся жидкость, например фреон-12 (дифтордихлорметан  $\text{CF}_2\text{Cl}_2$ ). Мотор  $M$  приводит в действие компрессор  $K$ . Поршень компрессора во время прямого хода нагнетает фреон через клапан  $P_2$ . Во время обратного хода фреон засасывается в цилиндр компрессора через клапан  $P_1$ .

Канал, по которому циркулирует фреон, имеет сужение в виде трубки — капилляра  $A$ . При движении потока фреона на концах капилляра возникает большая разность давлений.

Компрессор сжимает пары фреона и выталкивает их через клапан  $P_2$  в конденсатор  $P$ . Работа, совершаемая компрессором при сжатии, увеличивает внутреннюю энергию фреона, так как сжатие идет быстро, почти адиабатически. Температура сжатого фреона возрастает. Для охлаждения фреона конденсатор снабжен радиатором. Радиатор — металлическая поверхность большой площади, имеющая хороший тепловой контакт с трубкой, по которой протекает фреон. Радиатор

охлаждается воздухом комнатной температуры. Фреон отдает тепло радиатору, охлаждается и частично конденсируется. Температура фреона становится близкой к комнатной.

Затем фреон просачивается через капилляр  $A$ . За капилляром находится змеевик, проложенный в стенках охлаждаемого объема  $X$ . Так как по другую сторону капилляра давление ниже, просочившийся фреон испаряется. Для парообразования расходуется тепло, отнимаемое от стенок холодильной камеры и от предметов, находящихся в ней.

Затем пары фреона вновь засасываются компрессором через клапан  $\Pi_1$ , и цикл повторяется снова. Холодильник работает как насос, перекачивая тепловую энергию от одного тела — холодильной ка-

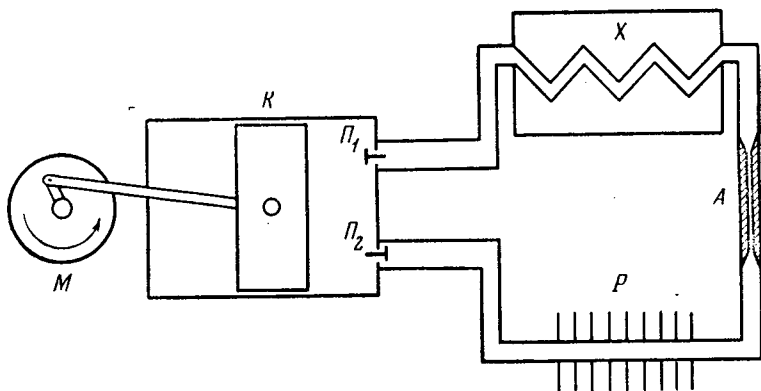


Рис. 2.22

меры — к другому — радиатору, где энергия отдается окружающему воздуху. В процессе циркуляции за единицу времени фреон получает энергию в виде механической работы  $A$  от поршня компрессора и в виде тепла  $Q_1$  — от стенок и предметов холодильной камеры. Полученную энергию он отдает в виде тепла  $Q_2$  радиатору. По закону сохранения энергии

$$A + Q_1 = Q_2. \quad (2.34)$$

Отсюда следует, что холодильник отдает в окружающую атмосферу больше тепла, чем отнимает у холодильной камеры.

**5. Критическая температура.** Мы уже знаем, что над жидкостью, помещенной в замкнутый объем, образуется насыщенный пар. Между паром и жидкостью существует граница раздела из-за того, что плотность жидкости больше, чем плотность пара. Благодаря этому мы обычно визуально легко наблюдаем границу пара и жидкости.

Плотность насыщенного пара, как было сказано, с увеличением температуры растет. Большинство жидкостей при нагреве расширяется и их плотности, следовательно, уменьшаются.

На рис. 2.23 представлена зависимость плотности паров эфира и жидкого эфира в зависимости от температуры. С ростом температуры их плотности сближаются, при некоторой температуре плотности становятся равными. При этой же температуре обращается в нуль коэффициент поверхностного натяжения и теплота парообразования. Эта температура называется *критической*.

При критической температуре граница раздела между жидкостью и паром пропадает. Физически пар и жидкость становятся неразличимыми. Можно сказать, что при критической температуре мы имеем дело

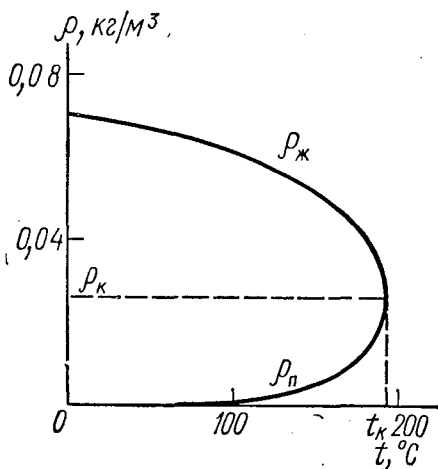


Рис. 2.23

совместно, если объем, в котором находится вещество, не меньше, чем  $V_1 = \frac{m}{\rho_{\text{ж}}}$  и не больше, чем  $V_2 = \frac{m}{\rho_{\text{п}}}$ . Интервал значений объемов, в котором насыщенный пар и жидкость существуют одновременно, равен

$$V_2 - V_1 = m \left( \frac{1}{\rho_{\text{п}}} - \frac{1}{\rho_{\text{ж}}} \right). \quad (2.35)$$

С ростом температуры  $\rho_{\text{п}}$  и  $\rho_{\text{ж}}$  сближаются. При этом для постоянной массы вещества интервал объемов, в которых существуют насыщенный пар и жидкость, сужается. Одновременно с увеличением температуры растет и давление насыщенного пара.

Учитывая это, изобразим несколько изотерм на графике зависимости давления от объема (см. рис. 2.24). Пусть при температуре  $T_1$  давление насыщенного пара  $P_1$ . При температуре  $T_2 > T_1$  давление насыщенного пара  $P_2 > P_1$ . Плотность пара  $\rho_{\text{п}2}$  больше, чем  $\rho_{\text{п}1}$ , а плотность жидкости  $\rho_{\text{ж}2}$  меньше, чем  $\rho_{\text{ж}1}$ . При критической температуре плотности пара и жидкости равны  $\rho_{\text{к}}$ , а давление —  $P_{\text{к}}$ . Горизонтальный участок графика изотермы стягивается в одну точку  $K$ . Эта точка на графике называется критической точкой. Объем, который занимает

вещество плотности  $\rho_k$ , равен

$$V_k = \frac{m}{\rho_k}. \quad (2.36)$$

Этот объем называется *критическим объемом*.

Исчезновение границы между жидкостью и паром при критической температуре можно наблюдать экспериментально, если нагревать вещество в прозрачной стеклянной ампуле. Поместим в ампулу некоторую массу этилового эфира  $m$  и запаяем ее. Объем ампулы возьмем равным критическому  $V_k = \frac{m}{\rho_k}$ , где  $\rho_k$  — заранее взятая из таблиц крити-

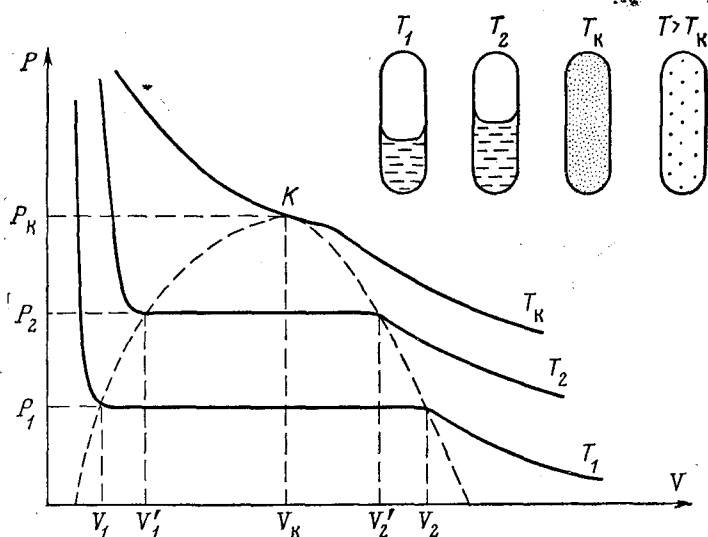


Рис. 2.24

ческая плотность эфира, равная  $0,026 \text{ кг/м}^3$ . Если исходная температура  $T$  ниже критической, то в ампуле четко виден мениск, разграничивающий жидкость и пар (см. рис. 2.24).

По мере нагрева от температуры  $T$  до  $T_K$  плотность пара растет. Все большая часть вещества переходит в парообразное состояние. Это ведет к уменьшению уровня жидкости, но одновременно с этим жидкость расширяется и стремится занять больший объем. Эти два процесса частично компенсируют друг друга. В результате граница жидкость — пар удерживается все время вблизи середины трубки вплоть до критической температуры  $T_K$ . Для эфира она равна  $194^\circ \text{ С}$ . При этой температуре плотность вещества по обе стороны мениска выравнивается, видимая граница расплывается. При температуре выше  $T_K$  вся ампула оказывается заполняемой однородным прозрачным веществом. Эта однородность сохраняется и при дальнейшем нагреве.

При охлаждении процессы протекают в обратном порядке.

Определение критической температуры является важной задачей. Схема одного из наиболее простых методов определения критической температуры, предложенная А. И. Надеждиным, приведена на рис. 2.25. Ампула *A* закреплена в обойме *B*, опирающейся на ребро призмы *П*. Ампула установлена так, чтобы при равномерном заполнении ее объема веществом она находилась в равновесии. Внутрь ампулы вводится необходимое количество жидкости, которая стекает в один из концов и выводит систему из равновесия. При критической температуре плотность вещества по всей ампуле становится одинаковой, равновесие восстанавливается. Это является индикатором того, что достигнута критическая температура.

Данный метод удобен тем, что позволяет проводить опыты и в непрозрачных, например стальных, ампулах.

Критическая температура газов, входящих в состав воздуха — азота, кислорода, и др., — гораздо ниже комнатной. Так, например, критическая температура азота —  $147^{\circ}\text{C}$ , кислорода —  $119^{\circ}\text{C}$ , а у гелия —  $268^{\circ}\text{C}$ . Для получения этих веществ в жидком виде их необходимо охладить до температуры ниже критической. Это охлаждение производится в специальных холодильных установках.

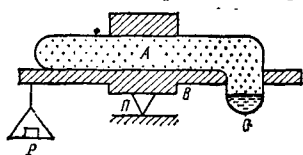


Рис. 2.25

Для того чтобы ожиженное вещество могло существовать, не закипая при атмосферном давлении, необходимо настолько понизить температуру, чтобы давление насыщенных паров было немного меньше атмосферного. Для жидкого азота эта температура равна —  $196^{\circ}\text{C}$ , а для кислорода —  $183^{\circ}\text{C}$ .

Самой холодной жидкостью является жидкий гелий. При атмосферном давлении гелий начинает кипеть при температуре —  $268,9^{\circ}\text{C}$ . Заставляя гелий кипеть при пониженном давлении без подвода тепла, можно снизить температуру гелия до —  $272^{\circ}\text{C}$ . Но и это не предельно низкая температура, достигаемая в настоящее время. Существуют методы, позволяющие достичь температур, отличающихся от температуры абсолютного нуля всего на  $0,001^{\circ}$  и менее.

Ожиженные кислород, азот, гелий и другие вещества имеют большое практическое значение. Они используются в качестве охладителей в физике, медицине, химии, космической технике и других областях.

## § 2.6. Твердое тело

1. **Кристаллические твердые тела.** Под твердым телом обычно подразумевают *твердые кристаллические тела* или просто *кристаллы*. Кристаллы можно получить либо путем охлаждения жидкого вещества, либо из раствора этого вещества.

Отличительной чертой кристаллических тел является то, что поверхность таких тел ограничена рядом плоскостей — граней. У разных тел эти грани сходятся под разными углами. Кристаллы соли имеют

форму кубиков, а кварца — шестигранной призмы, заостренной на концах. Многие тела, например металлические, представляют собой совокупность мелких кристаллов, ориентированных различным образом. Такие тела называются *поликристаллическими*. Другие тела состоят из смеси мелких кристаллов разного рода. Такими являются песок, глина, гранит и другие минералы.

В природе редко встречаются крупные кристаллы. Встречаются кристаллы льда длиной порядка метра и более. В 1958 г. в Советском Союзе был найден кристалл кварца весом 70 т. Его длина составляла 7,5 м, а ширина 1,6 м. Однако такие находки очень редки. Потребность же науки и техники в кристаллах очень велика. Кристаллы кварца используют в радиотехнике для создания стабилизации работы радиопередатчиков, в оптике для изготовления специальных линз, пропускающих ультрафиолетовые лучи, а также для генерирования ультразвуковых колебаний. С помощью кристаллов сегнетовой соли также генерируют ультразвуковые колебания. Кристаллы рубина используют в квантовых генераторах света — лазерах.

Современная техника освоила изготовление монокристаллов многих веществ, в том числе таких, как корунд (и его разновидность — рубин), кварц, алмаз и др. Эти вещества требуют особых условий для кристаллизации. Так, для создания кристаллов корунда и рубина нужна температура  $2000^{\circ}\text{C}$ . Кристаллы кварца получают при температуре  $500^{\circ}\text{C}$  и давлении 2000 атм. Для получения алмаза требуются давление 100 тыс. атм и температура  $2000^{\circ}\text{C}$ .

Вещество существует в виде кристаллов при определенных значениях температуры и давления. При этих условиях кинетическая энергия атомов оказывается недостаточной для того, чтобы преодолеть силы притяжения атомов. Эти силы достаточно велики, чтобы не позволить атомам оторваться друг от друга и разлететься в стороны. Более того, эти силы не только удерживают атомы все вместе, но и не позволяют им перемещаться внутри твердого тела.

Однако это не означает, что атомы твердого тела совсем неподвижны. Каждый атом колеблется около некоторого положения равновесия в разных направлениях. В этом отношении твердое тело похоже на жидкость. Но в твердом теле центр, около которого колеблется атом, остается неподвижным. В жидкости же центр, около которого колеблются молекулы, перемещается.

Атомы обмениваются друг с другом энергиями, так как между ними существуют силы взаимодействия. Отдельные атомы, обладающие наибольшей энергией, могут даже преодолеть силы взаимодействия и перемещаться на некоторое расстояние внутри тела. Опыт подтверждает эту возможность. Если прижать, например, кусок свинца к куску золота, то оказывается, что атомы одного вещества проникают в объем, занимаемый другим веществом. Правда, скорость этой взаимной диффузии очень мала. При температуре  $20^{\circ}\text{C}$  за 5 лет молекулы одного вещества проникают в другое всего на 1 см. Поэтому мы будем пренебрегать таким перемещением молекул в твердом теле в том случае, когда рассматриваем внутреннее строение тела.



Внешний вид кристалла является следствием особенности его строения. В кристаллах атомы расположены в пространстве в определенном порядке.

Нарисуем мысленно точки в тех местах, где расположены атомы кристалла. Эти точки назовем *узлами*. Соединим близлежащие узлы прямыми линиями. Совокупность этих линий и узлов образует пространственную решетку. Вдоль каждой линии узлы располагаются через равные интервалы.

Рассмотрим, например, решетку кристалла железа (см. рис. 2.26, а). Нетрудно заметить, что вся решетка как бы состоит из кубиков. В вершинах и в центре каждого кубика располагается по атому железа. Аналогично железу любую кристаллическую решетку твердого тела можно представить как бы состоящей из приложенных друг к другу ячеек наподобие пчелиных сот. Форма и размеры ячеек могут быть различными у разных веществ.

В узлах решетки могут располагаться одиночные атомы, группы атомов или ионы. Например, кристалл хлористого цезия ( $\text{CsCl}$ ) (см. рис. 2.26, б) тоже состоит из ячеек, имеющих форму куба. В вершинах куба расположены ионы хлора, а в центре — ион цезия.

Нетрудно оценить расстояние между ионами в такой решетке. Масса одной грамм-молекулы хлористого цезия 168 г. Плотность его  $4 \text{ г/см}^3$ . Следовательно,  $6 \cdot 10^{23}$  молекул хлористого цезия в кристалле занимают объем

$$V_0 = \frac{168}{4} \text{ см}^3 = 42 \text{ см}^3.$$

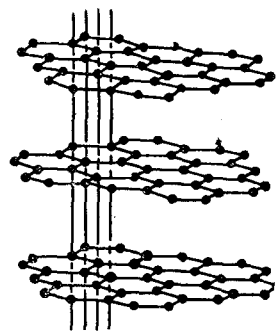
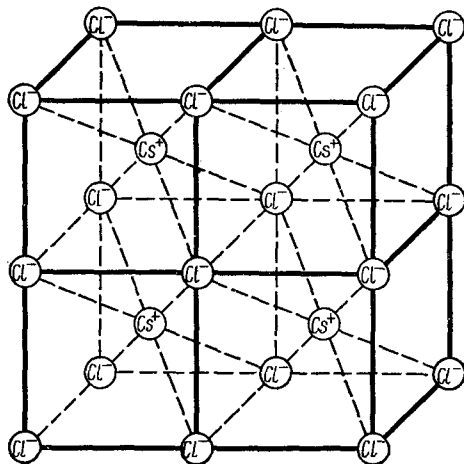
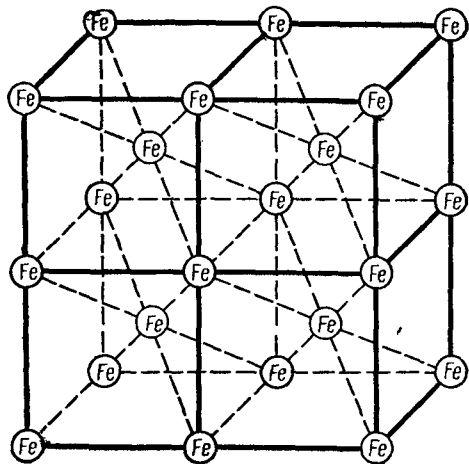
Число ионов цезия равно числу ячеек. Следовательно, объем одной ячейки равен

$$\frac{V_0}{N_0} = 7 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3.$$

Поскольку ячейка кубическая, то сторона куба равна расстоянию между ионами хлора. Это расстояние составляет около  $4 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ . Из этого расчета видно, что межатомные расстояния в твердом теле мало отличаются от тех, которые имеют место в жидкостях.

Монокристаллы обладают одной важной особенностью. Эта особенность заключается в том, что физические свойства монокристалла по различным направлениям могут быть различными. Если, например, из кубического кристалла поваренной соли вырезать стержень так, чтобы ось его была параллельна ребру куба (см. рис. 2.27, а), то такой стержень имеет предел прочности  $560 \text{ н/см}^2$ . Если же стержень вырезать, как показано на рис. 2.27, б, то предел прочности будет  $1130 \text{ н/см}^2$ . Это свойство кристаллических тел называется *анизотропией* прочности.

Объяснить наличие анизотропии легко, если проанализировать строение кристалла. Рассмотрим в качестве примера строение кристалла графита. Из рис. 2.26, в видно, что атомы углерода в кристалле графита располагаются в плоскостях, которые отстоят на определен-



6

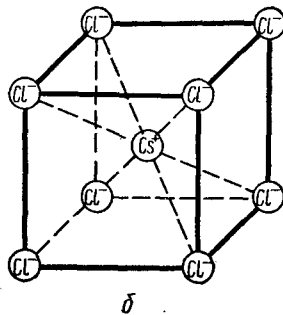
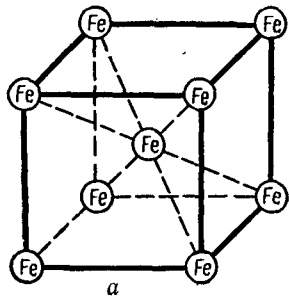


Рис. 2.26

ных расстояниях друг от друга. Расстояния между атомами в плоскости меньше, чем расстояния между плоскостями. По-видимому, силы сцепления между атомами разных плоскостей должны быть меньше, чем между атомами в одной плоскости. Поэтому кристалл легче всего разрушить так, чтобы плоскость разрыва была параллельна атомным плоскостям. Действительно, кристаллы графита легко разрушаются благодаря тому, что атомы разных плоскостей скользят друг относительно друга. Этим свойством пользуются в технике, применяя графит вместо смазки в трущихся частях механизмов.

Анизотропия проявляется только в монокристаллах. В поликристаллических телах много мелких кристаллов, ориентированных самым разнообразным образом. В этих телах анизотропия не наблюдается. Кроме кристаллических тел существуют еще твердые *аморфные* тела.

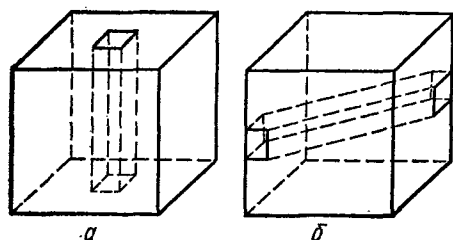


Рис. 2.27

В аморфных телах нет пространственной решетки. Атомы в таких телах колеблются около неподвижных точек, хаотически распределенных в пространстве. У аморфных тел не наблюдается явление анизотропии; их можно рассматривать как очень вязкие жидкости. Примерами аморфных тел являются стекло и ряд пластмасс.

Особое место среди твердых тел занимают *полимеры*. Полимеры имеют большое практическое значение. Все больше разных изделий из полимеров находит свое применение в народном хозяйстве. К полимерам относятся: каучук, полиэтилен, полистирол и другие вещества. Особенность их строения состоит в том, что молекулы полимеров представляют собой длинные цепочки, составленные из одинаковых звеньев. Например, цепочка молекулы каучука состоит из звеньев —  $\text{CH}_2 - \text{CH}=\text{CH} - \text{CH}_2 -$ . Длина отдельных молекул может достигать 0,001 мм. В телах, состоящих из полимеров, молекулы переплетены и изогнуты. В результате упорядоченность в расположении атомов уменьшается. Анизотропия в таких телах почти незаметна. Но если растянуть такое тело, то молекулы полимеров вытянутся вдоль направления растяжения. Появится упорядоченность в расположении атомов, при этом проявляются и свойства анизотропии.

Молекулы полимеров, например каучука, совершают тепловые колебания. С ростом температуры отдельные звенья цепочки полимеров начинают колебаться интенсивнее. Число изгибов и амплитуда колебаний возрастают.

Но расстояние по прямой между началом и концом ломаной линии тем меньше, чем больше изломов. Итак, усиление колебаний звеньев молекулы полимера равноценно их сокращению. Действительно, каучук и резина при нагреве сокращаются, а при охлаждении удлиняются. В этом отношении они отличаются от большинства кристаллических тел.

2. **Тепловое расширение твердых тел.** При нормальных условиях амплитуды колебаний атомов кристаллических тел меньше среднего расстояния между атомами и составляют около  $10^{-8}$  см. С ростом температуры амплитуда колебаний растет. Большие отклонения атомов от положения равновесия ведут к тому, что размеры тела увеличиваются.

Рассмотрим твердое тело в виде прямоугольного параллелепипеда со сторонами  $a_0$ ,  $b_0$  и  $c_0$  при температуре  $0^\circ$  С. При нагревании каждая сторона удлиняется. Это удлинение происходит по закону

$$a = a_0(1 + \kappa t). \quad (2.37)$$

Здесь  $\kappa$  — коэффициент линейного расширения тела, а  $t$  — температура по шкале Цельсия. Аналогично изменятся стороны  $b$  и  $c$ . Коэффициент  $\kappa$  для различных веществ различен. Так, для железа он равен  $0,000012$  *1/град*, а для стекла  $0,000009$  *1/град*.

При увеличении линейных размеров тела изменится и его объем. Он станет равным

$$V = V_0(1 + \kappa t)^3. \quad (2.38)$$

Здесь  $V_0 = a_0 b_0 c_0$  — объем тела при  $0^\circ$  С.

Возведем в куб двучлен  $(1 + \kappa t)$ . Отметим также, что для большинства тел  $\kappa$  очень мало, так что даже при высоких температурах  $\kappa t$  — малая величина по сравнению с единицей. Так, например, при температуре  $t = 1000^\circ$  С для железа произведение  $\kappa t$  составляет всего  $0,012$ . Очевидно, что величины  $\kappa^2 t^2$  и  $\kappa^3 t^3$  будут выражаться числом, еще меньшим по сравнению с единицей. Поэтому мы будем ими пренебрегать и запишем приближенно

$$V = V_0(1 + \gamma t), \quad (2.39)$$

где  $\gamma = 3\kappa$  называется коэффициентом объемного расширения. Отсюда видно, что коэффициент объемного расширения равен утроенному коэффициенту линейного расширения.

Величины коэффициентов теплового расширения приходится учитывать при изготовлении ряда приборов. Так, электрические вводы в лампы из стекла необходимо делать из металла с таким же коэффициентом теплового расширения, например из платины, для которой  $\kappa = 9 \cdot 10^{-6}$  *1/град*. Впаивание других металлов ведет к возникновению сильных механических напряжений при охлаждении и растрескиванию спая. Детали приборов и машин, для которых тепловое расширение нежелательно, изготавливают или из кварца с коэффициентом  $\kappa = 4 \cdot 10^{-7}$  *1/град* или из особого сплава никеля с железом, называемого инваром. Для инвара  $\kappa = 10^{-6}$  *1/град*.

3. **Тепловые превращения твердых тел.** Кристаллическое тело сохраняет свое строение при нагревании только вплоть до определенной температуры. По мере нагревания атомы кристаллов увеличивают свою кинетическую энергию. Когда этой энергии становится достаточно, атомы преодолевают силы взаимного сцепления. Порядок в распо-

ложении атомов разрушается. Атомы получают возможность перемещаться внутри тела. Кристаллическое тело переходит в жидкое состояние. Процесс перехода из твердого состояния в жидкое называется *плавлением*. Температура, при которой начинается этот процесс, называется *температурой плавления*. Обратный процесс называется *кристаллизацией*.

Разрушение порядка в расположении атомов кристалла требует преодоления сил, удерживающих атомы на местах. На это преодоление тратится кинетическая энергия атомов. Следовательно, процесс плавления сопровождается затратой энергии, черпаемой из внутренней энергии тела. Количество энергии, которое необходимо сообщить телу в виде тепла для плавления 1 г вещества, называется *удельной теплотой плавления*.

Мы знаем, что средние расстояния между атомами в твердом и жидком состояниях отличаются мало и составляют около  $10^{-8}$  см. Так, например, ртуть плавится при температуре  $t = -38,9^\circ \text{C}$ . При этой температуре жидкая ртуть имеет плотность  $\rho_{\text{ж}} = 1369 \text{ кг/м}^3$ , а в твердом состоянии ее плотность при той же температуре  $\rho_{\text{т}} = 1419 \text{ кг/м}^3$ . Таким образом, объем 1 г ртути изменяется при плавлении всего на 7%, следовательно, и межатомные расстояния должны измениться не более чем на несколько процентов. В газах при нормальных условиях по сравнению с жидкостями среднее расстояние между молекулами значительно больше и составляет около  $10^{-7}$  см. При испарении, как это следует из приведенных выше оценок, межатомные расстояния должны возрастать приблизительно в 10 раз.

Работа, совершаемая при преодолении сил взаимного притяжения, тем больше, чем больше увеличивается расстояние между атомами.

Естественно предположить, что и энергия, требуемая для плавления 1 г вещества, меньше энергии, необходимой для испарения 1 г того же вещества. Действительно, удельная теплота плавления  $q_{\text{п}}$  кристаллических тел заметно меньше удельной теплоты испарения  $q_{\text{и}}$ . Так, для воды при  $t = 0^\circ \text{C}$   $q_{\text{п}} = 2500 \text{ кДж/кг}$ , а  $q_{\text{и}} = 333 \text{ кДж/кг}$ . Для ртути при  $t = 38,9^\circ \text{C}$   $q_{\text{п}} = 277 \text{ кДж/кг}$ , а  $q_{\text{и}} = 11 \text{ кДж/кг}$ .

При нагреве кристаллического тела температура его будет расти только до температуры плавления. Дальнейшее сообщение тепла не приведет к повышению температуры. Причина этого в том, что процесс плавления отнимает часть тепловой энергии твердого тела. Только после того как все твердое тело расплавится и превратится в жидкость, возможно дальнейшее увеличение температуры вещества.

Мы уже отмечали, что даже при температуре ниже точки плавления отдельные, наиболее быстрые, молекулы твердого тела могут покинуть свои места в кристаллической решетке и перемещаться внутри тела; величина такого перемещения очень мала. Однако те молекулы, которые расположены у поверхности тела и имеют достаточную кинетическую энергию, способны совсем покинуть тело, т. е. испариться.

Процесс перехода вещества из твердого состояния непосредственно в паробразное называется *сублимацией*. Приведем несколько примеров.

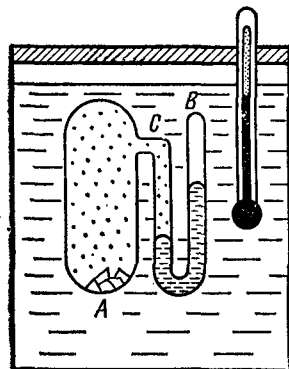
Всем хорошо известно, что если кусок нафталина внести в комнату, то запах его быстро распространится по всему помещению, хотя нафталин при комнатной температуре остается в твердом состоянии.

Обычный лед сублимируется при температуре ниже нуля. Благодаря этому белье сохнет на морозе.

Если кристаллическое тело поместить в замкнутый объем, то испаряющееся вещество образует насыщенные пары над кристаллами. Давление и плотность таких насыщенных паров зависят от температуры. Чем выше температура, тем выше давление и плотность насыщенных паров кристаллов. Для большинства твердых кристаллических тел, например металлов, давление насыщенных паров при комнатной температуре очень мало. Только у некоторых веществ, например у нафталина, это давление относительно велико.

Экспериментально обнаружить давление паров твердого тела, например нафталина, можно с помощью прибора, изображенного на рис. 2.28, а.

Баллончик *A*, из которого предварительно откачан воздух, содержит некоторое количество нафталина. К баллончику припаян U-образный манометр, одно его плечо *B* откачано, другое *C* соединено с баллончиком. Манометр измеряет давление паров в баллончике. Вся система помещается в термостат. Меняя температуру в термостате, можно наблюдать изменение давления насыщенных паров над твердым нафталином. При температуре 80° С нафталин плавится. При дальнейшем нагревании пары уже будут насыщенными парами жидкого нафталина. Кривая зависимости давления насыщенных паров над твердым и жидким нафталином приведена на рис. 2.28, б.



а

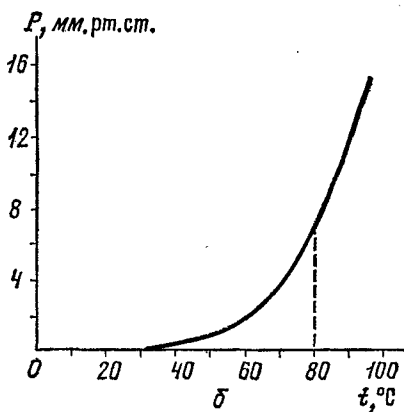


Рис. 2.28

## § 2.7. Тепловые двигатели

**1. Принцип действия и коэффициент полезного действия тепловых двигателей.** Мы знаем, что механическая энергия может переходить во внутреннюю энергию тел. Можно привести много примеров такого превращения. Когда работает станок, режущий металл или выполняю-

щий другую работу, сопряженную с затратой механической энергии, механическая энергия переходит в конце концов в энергию хаотического движения атомов и молекул деталей, резца, древесины и т. д. Механическая работа станка при этом целиком переходит во внутреннюю энергию станка и окружающих тел.

Естественно поставить вопрос: возможен ли обратный переход, т. е. нельзя ли, отбирая у тела внутреннюю энергию в виде теплоты, снова превратить ее в механическую энергию другого тела? Иными словами: можно ли энергию хаотического движения молекул внутри тела

превратить в энергию упорядоченного движения тела как целого?

Теплота — одна из самых дешевых видов энергии. Ее можно легко получить, сжигая разнообразные виды топлива: нефть, уголь, газ и т. д. С другой стороны, на фабриках, заводах, транспорте имеется большое количество механизмов, которые должны совершать механическую работу. Поэтому вопрос о превращении тепловой энергии в механическую работу очень важен. Это превращение вполне возможно. Машина, которая превращает полученную в виде тепла энергию в механическую, называется тепловым двигателем.

Тепловой двигатель получает тепло от источника, который мы будем называть *нагревателем*. Тепло может быть получено в результате

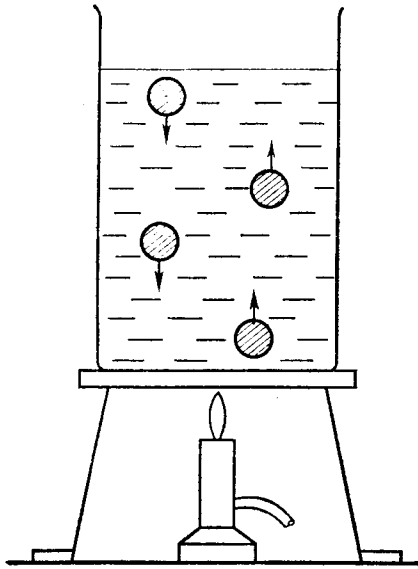


Рис. 2.29

сгорания топлива, в результате деления атомных ядер и пр. Наконец, тепло может быть получено от Солнца. Все эти источники энергии могут быть нагревателями. В самом тепловом двигателе тепло поглощается веществом или телом, которое в результате нагрева совершает работу: приводит в движение поршень, вал турбины и т. д. Это тело называется *рабочим телом*. Обычно рабочим телом служит пар (в паровых машинах) или продукты сгорания топлива (в газовых турбинах или двигателях внутреннего сгорания).

Чаще всего в процессе работы части теплового двигателя совершают периодическое движение. Так, поршень паровой машины совершает периодическое возвратно-поступательное движение. Периодическое движение совершают лопатки турбины. Такие машины называются машинами периодического действия.

Проследим основные моменты работы теплового двигателя на простых моделях. Одна из таких моделей приведена на рис. 2.29. В стакан с водой наливается несколько капель анилина (анилин не смешивается с водой). Его плотность при комнатной температуре выше

плотности воды, и он оседает на дно. Если подогревать стакан на газовой горелке, то благодаря нагреванию плотность анилина уменьшается. Анилин при нагреве расширяется сильнее, чем вода. Капли анилина всплывают, здесь у поверхности воды они охлаждаются и вновь тонут. Возникает периодическое движение капель, которое можно рассматривать как простую модель теплового двигателя.

В данной системе рабочим телом служат капли анилина. Нагревателем является газовая горелка. Отметим, что без охлаждения у поверхности воды наш «двигатель» перестал бы работать. Следовательно, отдача тепла воздуху является необходимым условием работы «двигателя». Окружающий воздух играет роль холодильника.

Другой моделью теплового двигателя может служить система, изображенная на рис. 2.30. Легкий обод, у которого вместо спиц натянуты куски резины, может вращаться вокруг закрепленной оси  $O$ . Мощная электролампа освещает спицы с одного края колеса, нагревая их. Резина обладает способностью сокращаться при нагревании. Укорочение спиц с одной стороны приводит к растяжению спиц с другой стороны обода. Обод сместится вправо, центр тяжести обода тоже сместится вправо относительно точки опоры. Под действием вращательного момента силы тяжести обод повернется вокруг оси. Нагретые спицы уйдут из зоны обогрева, на их место придут холодные спицы. Нагретые спицы отдадут тепло окружающему воздуху, остынут и снова удлинятся. Пришедшие же им на смену спицы сократятся. В результате колесо начнет вращаться по часовой стрелке. В данной модели нагревателем служит лампа, рабочим телом — резиновые спицы, а холодильником — окружающий воздух.

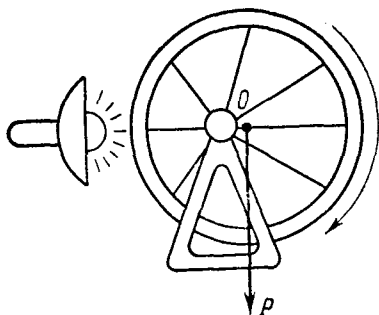


Рис. 2.30

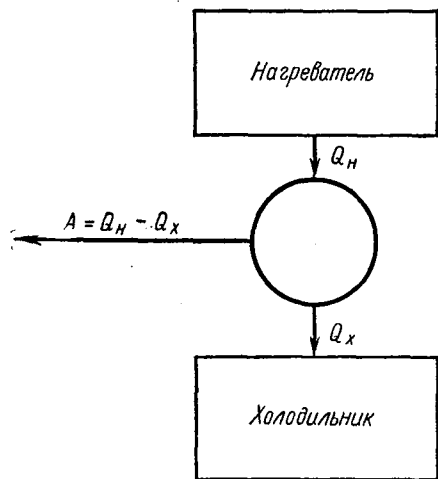


Рис. 2.31

Конечно, описанные модели служат только для демонстрации принципа работы тепловых двигателей. Из их анализа следует, что всякий тепловой двигатель имеет и нагреватель и холодильник. Схематически изображение тепловой машины в общем виде представлено на рис. 2.31.



Пусть рабочее тело тепловой машины получает от нагревателя некоторое количество тепла  $Q$ . В результате работы машина превращает часть этой энергии в механическую энергию  $A$ . Для работы любого теплового двигателя необходимо не только нагревать рабочее тело, но и в определенные моменты охлаждать его. Значит, работа каждой тепловой машины должна сопровождаться отдачей некоторого количества тепловой энергии  $Q_x$  холодильнику, охлаждающему рабочее тело. По закону сохранения энергии

$$A = Q_n - Q_x. \quad (2.40)$$

Из этой формулы следует, что механическая энергия, получаемая от машины, всегда меньше тепловой энергии, полученной рабочим телом. Следовательно, только часть тепловой энергии превращается в механическую энергию  $A$ . Отношение количества теплоты, превращенной машиной в механическую энергию, к количеству теплоты, полученной от нагревателя, называется *коэффициентом полезного действия* теплового двигателя (к. п. д.)

$$\eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n}. \quad (2.41)$$

Учитывая формулу (2.40), можно записать выражение для к. п. д. иначе

$$\eta = \frac{A}{Q_n}. \quad (2.42)$$

**2. Сравнение к. п. д. различных тепловых двигателей.** При анализе моделей мы отмечаем, что каждая модель в процессе работы отдает часть полученной тепловой энергии холодильнику. Следовательно, в тепловом двигателе к. п. д. не может быть равен 100%.

Чем же определяется наибольший возможный к. п. д. теплового двигателя? Анализ показывает, что к. п. д. определяется температурами нагревателя и холодильника. В 1824 г. французский инженер Сади Карно доказал, что к. п. д. тепловой машины не может быть выше величины  $\frac{T_n - T_x}{T_n}$ , где  $T_n$  и  $T_x$  — абсолютные температуры нагревателя и холодильника. Практически к. п. д. тепловых двигателей всегда значительно ниже, чем максимально возможный. Увеличение максимально возможного значения к. п. д. тепловых двигателей требует или увеличения температуры нагревателя, или уменьшения температуры холодильника.

Так, например, в паровых турбинах используют в качестве рабочего тела водяной пар при высокой температуре, достигающей  $580^\circ\text{C}$  и более. Коэффициент полезного действия турбины выше, чем у простых паровых двигателей.

Еще больше к. п. д. у двигателей внутреннего сгорания, где рабочим веществом являются продукты сгорания топлива — бензина, керосина, мазута и т. п. Температура сгорающих газов более высокая, чем температура пара, к. п. д. двигателей внутреннего сгорания тоже соответственно выше.

Кроме температуры нагревателя и холодильника существенную роль в работе тепловой машины играют и другие факторы. Потери энергии в тепловой машине происходят не только в холодильнике: часть механической энергии затрачивается на преодоление трения, часть тепла отдается окружающему воздуху за счет теплопроводности деталей машины. Все это снижает к. п. д. Поэтому к. п. д. тепловой машины зависит и от ее конструкции и от характера процессов, происходящих во время цикла работы. При одних и тех же температурах нагревателя и холодильника разные машины могут иметь разные к. п. д.

В таблице перечислено несколько типов тепловых двигателей, их к. п. д и приблизительные значения температур, которые могут быть приняты как температуры нагревателя и холодильника. Из таблицы видно, что к. п. д. реальных машин ниже, чем максимально возможные их значения.

Т а б л и ц а

Коэффициент полезного действия у тепловых двигателей разных типов

Тип двигателя	Рабочее вещество	$t_n, ^\circ\text{C}$	$t_x, ^\circ\text{C}$	$\frac{T_n - T_x}{T_n}, \%$	К. п. д., %
Поршневая паровая машина	Пар	200	20	21	7 ÷ 15
Паровая турбина	Пар	580	100	57	20 ÷ 25
Двигатель дизеля	Продукты сгорания топлива	1800	100	82	30 ÷ 39
Карбюраторный двигатель	Продукты сгорания топлива	1800	100	82	18 ÷ 24

Повышение к. п. д. тепловых машин имеет большое значение в технике. Например, тепловые двигатели используются в народном хозяйстве для превращения тепла в электроэнергию. Для повышения к. п. д. такого превращения в настоящее время разрабатываются новые типы преобразователей энергии. В некоторых из них, например в магнитогидродинамическом генераторе (МГД-генераторе), кинетическая энергия струи раскаленных газов непосредственно преобразуется в электроэнергию. МГД-генераторы обладают большим к. п. д., чем обычные тепловые электростанции.

## РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

### ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

#### § 3.1. Взаимодействие электрических зарядов

**1. Основные элементарные частицы и понятие об электронной теории.** В природе существуют мельчайшие частицы — так называемые *элементарные* частицы. Они входят в состав атомов, атомы — в состав молекул, молекулы — в состав всех веществ. К настоящему времени число обнаруженных элементарных частиц уже превысило двести.

Элементарные частицы характеризуются массой. *Масса* — одно из основных свойств частиц. Другим важным свойством элементарных частиц является заряд. *Заряд* — это мера способности частиц к электрическим и магнитным взаимодействиям. Так как заряд — свойство элементарных частиц, он не может существовать сам по себе, т. е. без частиц.

Атом состоит из трех основных видов элементарных частиц: электронов, протонов и нейтронов.

*Электрон* имеет массу, равную  $9,1 \cdot 10^{-28}$  г. Его заряд представляет собой наименьший встречающийся в природе заряд и называется *элементарным*. Условно принято считать заряд электрона *отрицательным*.

*Протон* обладает массой, равной  $1,67 \cdot 10^{-24}$  г, в 1837 раз большей, чем масса электрона. Протон имеет заряд, равный по величине заряду электрона, но противоположный по знаку. Иначе говоря, протон обладает *элементарным положительным* зарядом.

*Нейтроны* — элементарные частицы, обладающие массой, несколько большей, чем масса протона; они не имеют заряда, т. е. *электро-нейтральны*.

Согласно планетарной модели атома в центре его находится положительно заряженное ядро, занимающее очень малую часть всего объема атома (диаметр ядра порядка  $10^{-13}$  см, а поперечник атома —  $10^{-8}$  см).

Ядро состоит из протонов и нейтронов. Вокруг ядра, как планеты вокруг Солнца, вращаются электроны<sup>1</sup>.

В природе есть обширный круг электрических явлений, объяснение которым можно дать с помощью так называемой *электронной теории*.

Эта теория, исходя из представления о существовании электронов в веществе, объясняет электрические и магнитные явления движением электронов, их взаимодействием между собой и с другими заряженными частицами.

Электроны входят в состав всех атомов, но количество их в атомах различных веществ разное. Число электронов в атоме равно числу протонов. Поэтому сумма элементарных положительных зарядов ядра равна сумме отрицательных зарядов электронов, и в целом атом электронейтрален. Если атом теряет один или несколько электронов, он становится положительно заряженным *ионом*. Захватывая дополнительные электроны, атом превращается в отрицательный ион. Сам процесс образования ионов называется *ионизацией*.

В электронной теории пользуются понятиями свободных и связанных зарядов. *Свободными* называются заряды, которые могут перемещаться внутри вещества. Заряды, которые связаны с атомами (или молекулами) и имеют возможность передвигаться лишь в пределах атома (или молекулы), получили название *связанных*.

**2. Проводники, диэлектрики, полупроводники.** Все вещества, существующие в природе, по их электрическим свойствам можно условно разделить на три основные группы: проводники, диэлектрики (или изоляторы) и полупроводники.

Вещества, которые имеют в достаточно большом количестве свободные заряды, получили название *проводников*. Проводниками могут быть твердые тела, жидкости, а также газы в ионизированном состоянии.

Проводники подразделяются на два класса. К первому классу относят проводники, при прохождении через которые электрических зарядов (электрического тока) не наблюдается выделения вещества (таковы, например, металлы, уголь, некоторые химические соединения). Проводники, в которых происходит выделение их химических составных частей при прохождении электрических зарядов, называются проводниками второго класса, или электролитами (водяные растворы кислот, солей, щелочей, расплавленные соли, некоторые химические соединения в жидком или твердом состоянии).

В узлах кристаллической решетки металлов размещаются положительные ионы. Электроны, покинувшие атомы, могут перемещаться внутри металла. Они получили название *свободных электронов*, или *электронов проводимости*.

В незаряженном металле заряды свободных электронов скомпенсированы положительными зарядами ионов кристаллической решетки.

<sup>1</sup> Современная физика (квантовая механика) по-иному трактует строение атома. Тем не менее, даже такая упрощенная его модель позволяет объяснить многие электрические и магнитные явления.

Изменение числа свободных электронов металла приводит к его электризации. Если металл получит извне лишние электроны, он зарядится отрицательно; если потеряет часть электронов, то он зарядится положительно (будет сказываться нескомпенсированный положительный заряд ионов).

В проводниках второго класса свободные заряды возникают в результате *диссоциации* молекул, т. е. распада молекул на положительные и отрицательные ионы. В подобных проводниках проводимость электрических зарядов обусловлена движением ионов и потому называется *ионной* (в отличие от *электронной* проводимости металлов).

Ионизированный газ тоже является хорошим проводником. Проводимость газа получила название *электронно-ионной*, поскольку осуществляется с помощью электронов и ионов.

Вещества, в которых нет (или почти нет) свободных зарядов, называются *диэлектриками*. Эти вещества не проводят электрических зарядов, поэтому их называют еще *изоляторами*.

Заряженные частицы, входящие в состав молекул диэлектрика, связаны с молекулами весьма прочно. При не очень сильных электрических воздействиях заряды молекул могут лишь несколько смещаться.

Диэлектриками могут быть твердые тела (как, например, янтарь, стекло, эбонит, фарфор), жидкости (например, различные масла), все газы (в неионизированном состоянии).

Большая группа веществ, которые по своим электропроводящим свойствам занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками, получила название *полупроводников*.

При обычной (комнатной) температуре полупроводники слабо проводят электрические заряды, так как число свободных электронов у них во много раз меньше, чем у металлов. При нагревании полупроводника наблюдается увеличение концентрации свободных электронов.

Примерами полупроводников могут служить германий, селен, кремний, теллур, некоторые окислы металлов и другие вещества.

Разделение всех веществ на проводники, диэлектрики и полупроводники является условным. Так, например, фосфор, являющийся в обычных условиях изолятором, будучи подвергнут сжатию при давлении в 40 000 *атм*, становится проводником. Сильно нагретое стекло также превращается в проводник.

**3. Взаимодействие электрических зарядов. Закон Кулона.** Под взаимодействием электрических зарядов подразумевается взаимодействие между телами, имеющими заряды, поскольку заряды, являясь свойством элементарных частиц, не могут существовать отдельно от частиц, входящих в состав тел.

Представим себе два заряженных тела произвольных размеров и формы. Если эти тела удалены друг от друга на расстояние, намного превосходящее их линейные размеры, то форма тел и их взаимное расположение относительно друг друга перестают сказываться на силе взаимодействия между ними. В этом случае эти тела можно считать материальными точками, а заряды на них — точечными зарядами.

Точечным зарядом называется заряд, находящийся на теле любой формы, размеры которого весьма малы по сравнению с расстояниями его до других зарядов.

Французский физик Кулон, обобщив результаты опытов с заряженными телами, установил закон взаимодействия точечных зарядов.

Закон Кулона заключается в следующем: сила  $F$  взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами прямо пропорциональна произведению их величин  $q_1$  и  $q_2$ , обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними и направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (3.1)$$

Здесь  $k$  — коэффициент пропорциональности ( $k > 0$ ), зависящий от выбора единиц измерения.

Сила, описываемая законом Кулона, или, как ее еще называют, *кулоновская сила*, есть сила взаимодействия двух зарядов. Это значит, что если заряд  $q_2$  действует на заряд  $q_1$  с силой  $\vec{F}_1$ , то согласно третьему закону Ньютона заряд  $q_1$  действует на заряд  $q_2$  с такой же по величине, но противоположно направленной силой  $\vec{F}_2$ , т. е.  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  (рис. 3.1).

При этом для одноименных зарядов сила, действующая на один из них, направлена от другого заряда (взаимное отталкивание зарядов). В этом случае  $F > 0$ , так как  $q_1 q_2 > 0$  (знаки зарядов одинаковые).

Для разноименных зарядов сила, действующая на один из зарядов, направлена в сторону другого заряда (взаимное притяжение зарядов). В этом случае  $F < 0$ , так как  $q_1 q_2 < 0$  (знаки зарядов различные).

Кулон проводил опыты для зарядов, находящихся в воздухе. Как показали дальнейшие исследования, сила взаимодействия зарядов в вакууме очень мало отличается от силы взаимодействия их в воздухе. Поэтому формула (3.1) выражает по существу закон взаимодействия зарядов в вакууме.

Закон Кулона справедлив для точечных зарядов, в роли которых могут выступать как заряженные макроскопические тела, так и элементарные частицы. Для элементарных частиц он верен вплоть до ничтожно малых расстояний (порядка  $10^{-13}$  см). На еще меньших расстояниях закон Кулона не выполняется. Возможно, это связано с тем, что на таких малых расстояниях электроны и протоны не являются точечными зарядами или же в этом случае имеет место иной закон взаимодействия зарядов.

Закон Кулона выполняется также и для тел сферической формы (шар, сфера), радиусы которых соизмеримы с расстояниями между их центрами, при условии, что заряды распределены равномерно по всему объему (или по всей поверхности) этих тел. Доказательство этого будет дано в § 3.2.

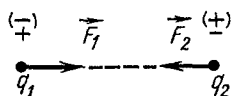


Рис. 3.1

Закон Кулона напоминает закон всемирного тяготения Ньютона: оба они аналогичны по записи, справедливы для точечных тел (материальных точек и точечных зарядов) или для тел сферически симметричных. Кулоновские силы, как и гравитационные, являются центральными силами и действуют без непосредственного контакта тел.

Закон Кулона выражает силу взаимодействия между двумя точечными зарядами. Но как поступить, если зарядов больше двух и требуется найти силу, действующую на один из них со стороны остальных зарядов? Применим ли в этом случае закон Кулона, не влияет ли на силу взаимодействия между двумя какими-либо зарядами присутствие других зарядов?

Опыт показал, что в этом случае выполняется *принцип независимости действия сил*, или, как его еще называют, *принцип суперпозиции* (наложения) сил: если имеется несколько зарядов, то каждый из них действует на какой-то выбранный заряд независимо от других, т. е. так, как будто, кроме двух взаимодействующих зарядов, иных зарядов нет. При этом сила взаимодействия для каждой пары зарядов определяется по закону Кулона. Результирующая сила равна сумме сил, действующих со стороны всех зарядов.

Пусть имеется  $n$  точечных зарядов  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  и пусть  $\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13}, \dots, \vec{F}_{1n}$  — силы, действующие на заряд  $q_1$  со стороны зарядов  $q_2, q_3, \dots, q_n$  соответственно. Тогда результирующая сила  $\vec{F}$  равна векторной сумме

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i}.$$

Пользуясь законом Кулона и принципом суперпозиции сил, можно рассчитать силы взаимодействия между произвольными заряженными телами, если только линейные размеры каждого из них малы по сравнению с расстояниями между ними (точечные заряды).

Если же размеры тела велики и заряд нельзя считать точечным зарядом, то следует разбить это тело на достаточно малые элементы и, считая их за точечные заряды, найти результирующую силу как геометрическую сумму сил для всех элементов.

**4. Единица заряда. Абсолютная электростатическая и международная системы единиц.** Чтобы сравнивать величины зарядов, нужно располагать единицей измерения. Создать эталон заряда практически невозможно, так как заряженные тела легко отдают свой заряд другим телам (т. е. всегда имеет место так называемая «утечка» заряда). Существуют различные способы определения единицы заряда. Один из них основан на применении закона Кулона.

Полагая в формуле (3.1) коэффициент  $k$  равным единице и считая его безразмерным, а заряды  $q_1 = q_2 = q$ , получим

$$q = r\sqrt{F}.$$

Если для измерения  $r$  и  $F$  воспользоваться системой СГС (в которой за основные единицы выбраны сантиметр, грамм, секунда) и положить  $r=1$  см, а  $F=1$  дн, то из последней формулы найдем  $q=1$  см·дн<sup>1/2</sup>.

Это значит, что единица заряда есть такой заряд, который действует в вакууме на равный ему заряд, расположенный на расстоянии 1 сантиметр, с силой, равной одной дине.

Такая единица заряда называется *абсолютной электростатической единицей заряда* и обозначается СГСЭ<sub>q</sub>.

Так как 1 дн есть  $\frac{g \cdot cm}{сек^2}$ , то 1 СГСЭ<sub>q</sub> = 1 см<sup>3/2</sup>·г<sup>1/2</sup>·сек<sup>-1</sup>. Эта единица заряда используется для построения системы единиц, получившей название *абсолютной электростатической системы единиц*.

В такой системе за основные приняты: единица длины — сантиметр (см), массы — грамм (г), времени — секунда (сек) и электрического заряда — абсолютная электростатическая единица (СГСЭ<sub>q</sub>). С помощью этих четырех единиц можно определить единицы для измерения всех электрических и магнитных величин.

Абсолютную электростатическую систему единиц принято обозначать символом СГСЭ: первые три буквы — начальные буквы единиц: сантиметр, грамм, секунда, буква Э указывает на то, что в основу системы положен закон электростатического взаимодействия зарядов.

Закон Кулона в системе СГСЭ записывается так:

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где  $r$  измеряется в сантиметрах,  $F$  — в динах,  $q_1$  и  $q_2$  — в СГСЭ<sub>q</sub>.

Система СГСЭ очень удобна для описания электрических явлений. Для описания же магнитных явлений применяется другая система единиц, построенная на основе закона магнитного взаимодействия токов (система СГСМ; о ней см. § 3.9).

В настоящее время наряду с системой СГСЭ (и СГСМ) широкое распространение получила также *международная система единиц*, сокращенно обозначаемая буквами СИ.

Для образования единиц электрических и магнитных величин в системе СИ достаточно воспользоваться четырьмя (из шести) основными единицами: метр (м), килограмм (кг), секунда (сек) и единицей электрического тока — ампер (а).

За единицу заряда в системе СИ принят кулон (к). Кулон является единицей производной и определяется как заряд, прошедший за 1 секунду через поперечное сечение проводника, ток в котором постоянен и равен 1 амперу:

$$1к = 1а \cdot 1сек.$$

В гл. 3 § 3.9 мы дадим определение ампера на основании закона взаимодействия токов и найдем, что

$$1к = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q.$$

В системе СИ используется *рационализированная* запись законов электричества. Суть этой записи состоит в том, что в знаменатель урав-



нения закона Кулона (а также закона взаимодействия токов, см. § 3.9) ставится множитель  $4\pi$ . Это делается для того, чтобы избавиться от этого множителя в тех формулах, которые наиболее часто встречаются в практике. Поэтому в системе СИ коэффициент  $k$  в законе Кулона полагают равным  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , где  $\epsilon_0$  — так называемая *электрическая постоянная*.

Закон Кулона в системе СИ имеет вид

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (3.1')$$

где  $r$  измеряется в метрах,  $F$  — ньютонах ( $n$ ),  $q_1$  и  $q_2$  — в кулонах.

Так как единица заряда уже выбрана, то электрическую постоянную  $\epsilon_0$  нельзя обратить в единицу. Таким образом, в системе СИ, в отличие от системы СГСЭ, в закон Кулона входит коэффициент  $k$ , имеющий определенную размерность.

Найдем, чему равна величина электрической постоянной  $\epsilon_0$ . Допустим, что два точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$ , каждый в  $1 \kappa$ , находятся на расстоянии  $r=1 \text{ м}$  друг от друга. Тогда сила их взаимодействия в системе СГСЭ равна

$$F = \frac{(3 \cdot 10^9)^2}{100^2} = 9 \cdot 10^{14} \text{ дн} = 9 \cdot 10^9 \text{ н}.$$

С другой стороны, согласно (3.1') для той же силы имеем

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1\kappa \cdot 1\kappa}{\text{м}^2}.$$

Приравнявая эти два выражения для силы  $F$ , получим

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{\kappa^2}{\text{н} \cdot \text{м}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\kappa^2}{\text{н} \cdot \text{м}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{а}^2 \cdot \text{сек}^2}{\text{н} \cdot \text{м}^2}.$$

## § 3.2. Теорема Остроградского — Гаусса и ее применения

**1. Электрическое поле. Напряженность электрического поля.** Согласно современным воззрениям, передача силовых взаимодействий между разобщенными телами не может осуществляться без участия *материи*, т. е. через «ничто». Всякое действие передается с помощью определенного *материального объекта*, причем не мгновенно, а с конечной скоростью. И в тех случаях, когда между отдельными телами нет никакого вещества (вакуум), действие тел осуществляется посредством особого материального объекта, получившего название *поля*.

Наличие поля у какого-либо тела не зависит от присутствия вблизи этого тела других тел: в пространстве, окружающем тело, всегда существует поле, созданное самим этим телом.

Поле — это не отвлеченный образ, к которому вынуждены прибегать физики для того, чтобы объяснить взаимодействия тел. Поле существует реально, так же как реально существует вещество. Поле

является одним из видов материи. *Частицы и поле* — два вида материи, известные современной физике.

В пространстве, окружающем заряд, всегда существует поле, порожденное этим зарядом. Такое поле получило название *электрического поля*. Электрическое поле покоящихся зарядов называется *электростатическим* полем, поскольку оно не изменяется с течением времени.

Основным свойством электростатического поля является его способность действовать с некоторой силой на заряды (как неподвижные, так и движущиеся). Этим свойством пользуются для того, чтобы судить о наличии поля в пространстве.

Для характеристики электрического поля вводятся два понятия: *напряженность*, которая является силовой характеристикой поля, и *потенциал* (или *разность потенциалов*), который служит энергетической характеристикой поля.

Поместим вблизи какого-нибудь заряженного тела точечный положительный заряд  $q_0$  (величина его должна быть столь малой, чтобы он не мог исказить изучаемого поля, такой заряд называется *пробным*). Измерим силу, действующую на этот заряд. Пусть она оказалась равной  $\vec{F}_0$ . Затем вместо заряда  $q_0$  поместим в ту же точку пространства другой пробный положительный заряд  $q$ , в  $n$  раз больший, чем заряд  $q_0$ .

Измерив силу  $\vec{F}$ , которая действует на заряд  $q$ , убедимся, что эта сила возросла в  $n$  раз и совпадает с направлением  $\vec{F}_0$

$$\vec{F} = n\vec{F}_0,$$

или, так как  $n = \frac{q}{q_0}$ :

$$\vec{F} = q \frac{\vec{F}_0}{q_0}.$$

Мы видим, что сила  $\vec{F}$  пропорциональна  $q$ , т. е. она зависит от величины пробного заряда и поэтому не может характеризовать поле в рассматриваемой точке. Однако отношение  $\frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$  оказывается постоянным для данной точки поля, и оно может служить характеристикой электрического поля.

Отношение, которое выражает силу, приходящуюся на единицу заряда, называется *напряженностью* электрического поля и обычно обозначается буквой  $E$ .

Так как сила  $\vec{F}$  — вектор, а заряд  $q$  — скаляр, то  $E$  — вектор, совпадающий по направлению с силой  $\vec{F}$ . Чтобы найти направление вектора  $\vec{E}$  в какой-либо точке поля, можно поместить в эту точку пробный положительный заряд и определить направление силы, действующей на этот заряд; с этим направлением и совпадает направление вектора  $\vec{E}$ .

За единицу напряженности поля принимается напряженность такого поля, в котором на единичный заряд действует сила, равная единице. В системе СГСЭ единица напряженности равна

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1 \text{ дн}}{1 \text{ СГСЭ}_q} = 1 \text{ СГСЭ}_E.$$

Эта единица называется *абсолютной электростатической* единицей напряженности поля.

В системе СИ сила измеряется в ньютонах, а заряд — в кулонах. Поэтому единица напряженности поля имеет наименование  $\frac{\text{ньютон}}{\text{кулон}}$   $\left(\frac{\text{н}}{\text{к}}\right)$ . В этой же системе напряженность можно выражать и в вольтах на метр  $\left(\frac{\text{в}}{\text{м}}\right)$ .

Учитывая, что  $1\text{н} = 10^5 \text{ дн}$ ,  $1\text{к} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q$ , получим связь между единицами напряженности в обеих системах:

$$1 \text{ СГСЭ}_E = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{н}}{\text{к}}.$$

Найдем напряженность поля точечного заряда. Для этого уточним сначала само понятие точечного заряда. Давая определение точечного заряда (§ 3.1), мы сравнивали размеры тела, на котором помещен заряд, с расстояниями от него до других зарядов. В том случае, когда рассматривается поле только одного (уединенного) заряда, критерием «точечности» заряда должна быть малость размеров заряженного тела по сравнению с расстоянием его до тех точек пространства, в которых изучается поле.

Поместим в точку  $A$ , отстоящую на расстояние  $r$  от точечного заряда  $q$ , пробный заряд  $+q_0$ . По закону Кулона сила  $F$ , действующая на заряд  $q_0$ , равна

$$F = \frac{qq_0}{r^2} \text{ (система СГСЭ)}.$$

Взяв отношение  $F$  к  $q_0$ , найдем напряженность поля точечного заряда

$$E = \frac{q}{r^2}. \quad (3.2)$$

Направление вектора  $\vec{E}$  определяется направлением вектора силы  $\vec{F}$ . Поэтому во всех точках вектор  $\vec{E}$  направлен радиально, т. е. по радиусу, исходящему из заряда, как из центра. При этом если  $q > 0$ , то вектор напряженности поля  $\vec{E}$  направлен от заряда (рис. 3.2, а); если же  $q < 0$ , вектор  $\vec{E}$  направлен к заряду (рис. 3.2, б).

Напряженность поля точечного заряда в системе СИ выражается формулой

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (3.2')$$

Формулы (3.2) и (3.2') справедливы для случая, когда заряд находится в вакууме. В дальнейшем мы выясним влияние среды (жидкость, газ) на величину напряженности поля точечного заряда.

Так как напряженность поля характеризуется силой, то к векторам напряженности применим принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции). Поэтому для определения напряженности поля нескольких точечных зарядов необходимо найти геометрическую сумму напряженностей поля отдельных зарядов

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

где  $\vec{E}$  — результирующая напряженность поля, а  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_i, \dots, \vec{E}_n$  — напряженности полей  $n$  точечных зарядов.

В общем случае, когда требуется найти напряженность поля заряженного тела произвольных размеров, все тело мысленно разбивается на малые элементы и определяется результирующая напряженность поля всех элементов.

Поясним это на примере. Пусть заряженное тело представляет собой кольцо радиуса  $R$  (рис. 3.3). Будем считать, что кольцо тонкое (толщина его намного меньше его радиуса) и что заряд  $+Q$  распределен по кольцу равномерно. Выберем точку  $A$  (рис. 3.3, а) на перпендикуляре, восстановленном из центра кольца к его плоскости. Найдем напряженность поля в этой точке.

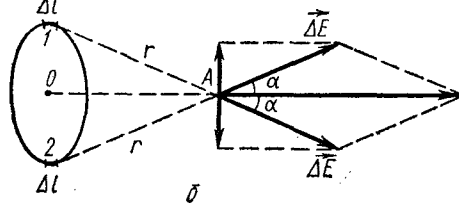


Рис. 3.3

Пусть расстояние  $h$  от рассматриваемой точки до центра кольца  $O$  сравнимо с расстояниями от этой точки до любого участка кольца. В этом случае заряженное кольцо нельзя считать точечным зарядом. Разобьем все кольцо на  $n$  равных элементов длиной  $\Delta l = \frac{2\pi R}{n}$  так, чтобы величина  $\Delta l$  была мала по сравнению с  $h$ . Тогда каждый из этих элементов можно принять за точечный заряд, величина которого равна  $\Delta Q = \frac{Q}{2\pi R} \Delta l$ .

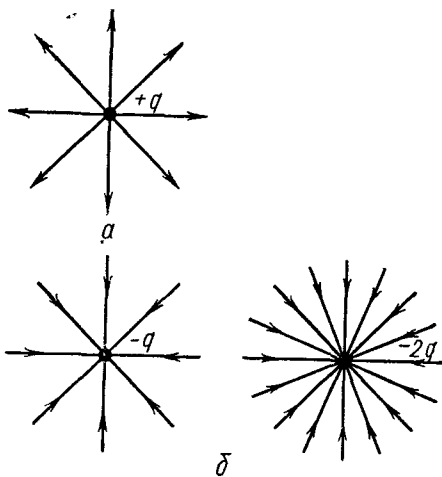


Рис. 3.2

Выберем на кольце два симметричных элемента 1 и 2 (рис. 3.3, б). Напряженность поля каждого из этих элементов равна

$$\Delta E = \frac{\Delta Q}{r^2},$$

где  $r$  — расстояние от точки  $A$  до элемента.

Напряженность поля от двух этих элементов равна сумме горизонтальных составляющих  $\Delta \vec{E}$  (сумма их вертикальных составляющих равна нулю). Следовательно, чтобы найти результирующую напряженность поля  $\vec{E}$ , надо сложить горизонтальные составляющие напряженностей  $\Delta \vec{E}$  от всех элементов:

$$E = n \Delta E \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором  $\Delta \vec{E}$  и направлением перпендикуляра  $OA$ .

Учитывая, что  $\cos \alpha = \frac{h}{r}$ , а  $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ , получим

$$E = \frac{n \Delta Q h}{r^3} = \frac{n Q \Delta l h}{2 \pi R r^3} = \frac{Q h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \quad (\text{система СГСЭ}),$$

$$E = \frac{Q h}{4 \pi \epsilon_0 (R^2 + h^2)^{3/2}} \quad (\text{система СИ}).$$

Положив в полученных формулах  $h=0$ , найдем, что в центре кольца  $E=0$ , как и следовало ожидать из соображений симметрии.

При больших значениях  $h$  ( $h \gg R$ ) напряженность поля от заряженного кольца равна  $E \approx \frac{Q}{h^2}$  (система СГСЭ). Это значит, что на больших расстояниях от заряженного кольца напряженность поля такая же, как и от точечного заряда.

**2. Силовые линии. Поток вектора напряженности.** Для удобства графического изображения электрического поля вводится понятие силовых линий, или линий напряженности.

*Силовой линией* называется линия, проведенная в электрическом поле так, чтобы в каждой ее точке вектор напряженности был направлен по касательной. Силовым линиям приписывается направление, совпадающее с направлением векторов напряженности в каждой точке этих линий. Так как напряженность в каждой точке поля имеет лишь одно направление, то силовые линии нигде не пересекаются.

Для положительных зарядов векторы напряженности поля направлены от заряда, для отрицательных — к заряду.

Точечный заряд, помещенный в электрическое поле, движется, вообще говоря, не вдоль силовых линий. Это объясняется тем, что силовая линия определяет в каждой точке поля направление напряженности  $\vec{E}$  и, следовательно, силы  $\vec{F}$ , действующей на этот заряд; сила же  $\vec{F}$  определяет направление вектора ускорения, приобретаемого зарядом, а не направление его движения.

Для того чтобы силовые линии могли характеризовать помимо направления вектора напряженности его величину, условились проводить силовые линии гуще в тех участках поля, где напряженность больше, и реже там, где она меньше.

В том случае, когда векторы напряженности во всех точках поля имеют одинаковую величину и направление, силовые линии представляют собой прямые линии, параллельные вектору напряженности, густота силовых линий во всех участках этого поля постоянна. Такое поле называется *однородным*.

Для точечного положительного заряда вектор напряженности всюду направлен в сторону от заряда. Поэтому силовые линии такого заряда — прямые линии, радиально расходящиеся от заряда (рис. 3.2, а).

Так как напряженность поля точечного заряда убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда, то и густота силовых линий уменьшается с расстоянием так же, как и напряженность поля.

На рис. 3.2, б представлены картины силовых линий для двух отрицательных точечных зарядов:  $-q$  и  $-2q$ .

Введем понятие *потока вектора напряженности*. Это понятие позволит установить связь между величиной напряженности поля и числом силовых линий.

Любую часть пространства можно мысленно разбить на небольшие области, такие, чтобы в пределах каждой из них напряженность поля мало менялась. Тогда поле такой области можно считать однородным.

Поместим в такую область малую площадку  $\Delta S_0$ , которая была бы перпендикулярна к силовым линиям (рис. 3.4). Условимся проводить через эту площадку силовые линии, число которых  $\Delta N$  равно произведению напряженности поля  $E$  в этой области на площадь  $\Delta S_0$ :

$$\Delta N = E \Delta S_0.$$

В этом случае напряженность  $E$  как раз и будет характеризовать густоту силовых линий, т. е. число силовых линий на единицу площади:

$$E = \frac{\Delta N}{\Delta S_0}.$$

*Потоком вектора напряженности* (или просто *потоком напряженности*) называют число силовых линий, пронизывающих некоторую поверхность.

Поток напряженности  $\Delta N$  через небольшую (элементарную) поверхность  $\Delta S$  будем называть *элементарным потоком*.

Определим элементарный поток напряженности через площадку  $\Delta S$ , помещенную в однородное поле под произвольным углом к направлению силовых линий (рис. 3.5).

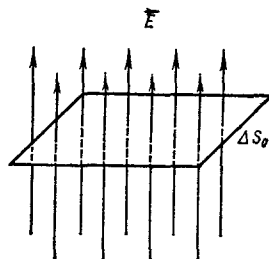


Рис. 3.4

Пусть нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $\Delta S$  составляет угол  $\alpha$  с направлением вектора напряженности  $\vec{E}$ . И пусть  $\Delta S_0$  есть проекция  $\Delta S$  на плоскость, перпендикулярную к силовым линиям. Понятно, что те силовые линии, которые пройдут через  $\Delta S$ , пройдут и через  $\Delta S_0$ . Поэтому

$$\Delta N = E \Delta S_0 = E \Delta S \cos \alpha = E_n \Delta S,$$

где  $E_n = E \cos \alpha$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$ .

Это выражение показывает, что поток напряженности будет тем больше, чем больше  $E$  и  $\Delta S$  и чем меньше угол  $\alpha$ ; поток максимален при  $\alpha = 0$  и равен нулю, если  $\alpha = \pi/2$ . В зависимости от того, какой угол образует вектор  $\vec{E}$  с нормалью  $\vec{n}$ , поток может быть положительным (при  $\alpha < \pi/2$ ) или отрицательным (при  $\alpha > \pi/2$ ).

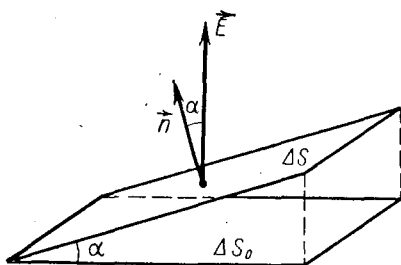


Рис. 3.5

Поток напряженности есть величина скалярная.

Для определения потока напряженности через произвольную поверхность  $S$  разбивают эту поверхность на такие элементы  $\Delta S$ , чтобы в пределах каждого из них напряженность поля практически была постоянной. Тогда полный поток напряженности  $N$  через всю поверхность  $S$

находится алгебраическим суммированием элементарных потоков по всем элементам.

$$N = \sum \Delta N = \sum E_n \Delta S.$$

Здесь  $E_n$  — проекция вектора напряженности  $\vec{E}$  на нормаль к элементу поверхности  $\Delta S$ .

**3. Теорема Остроградского — Гаусса.** Докажем теорему, устанавливающую связь между потоком напряженности через произвольную поверхность и величиной зарядов, создающих этот поток. Эта теорема, называемая теоремой Остроградского — Гаусса, позволяет легко рассчитывать (во многих случаях — средствами элементарной математики) напряженности полей от конечных или даже бесконечно больших тел с симметричным распределением зарядов.

**Теорема Остроградского — Гаусса** формулируется так: полный поток вектора напряженности  $N$  через произвольную замкнутую поверхность прямо пропорционален алгебраической сумме электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности, и не зависит от зарядов, находящихся вне поверхности:

$$N = k' (q_1 + q_2 + \dots + q_i + \dots + q_n).$$

Здесь  $k'$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц, а  $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n$  — заряды, заключенные внутри поверхности.

Доказательство этой теоремы мы проведем сначала для замкнутой поверхности, представляющей собой сферу, и только для одного точечного заряда, а затем для замкнутой поверхности любой формы и для произвольного числа зарядов.

Найдем, чему равен поток напряженности  $N$  через сферу радиуса  $r$ , если в центре ее помещен точечный заряд  $+q$ . Условимся за положительное направление нормали к сфере выбирать направление от ее центра (рис. 3.6).

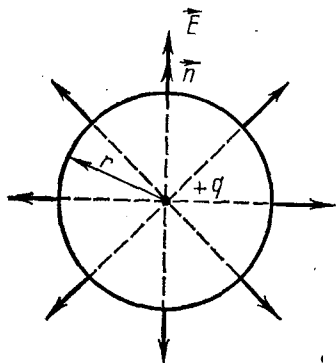


Рис. 3.6

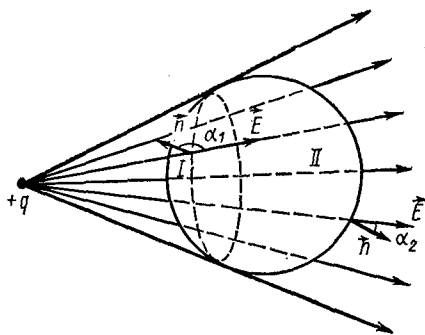


Рис. 3.7

Величина напряженности поля точечного заряда  $+q$  во всех точках сферической поверхности равна  $E = \frac{q}{r^2}$ . Векторы  $\vec{E}$  направлены перпендикулярно к этой поверхности. Поэтому поток  $N$  равен произведению  $E$  на площадь сферической поверхности  $S = 4\pi r^2$

$$N = ES = \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi q \text{ (система СГСЭ)}, \quad (3.3)$$

$$N = \frac{q}{\epsilon_0} \text{ (система СИ)}. \quad (3.3')$$

Таким образом, поток напряженности через сферу определяется только величиной заряда, заключенного внутри этой сферы, и не зависит от размеров сферы. Следовательно, силовые линии являются непрерывными.

Силовые линии, выходящие из точечного положительного заряда, расходятся по радиусам в бесконечность вдоль нормалей к сфере; ясно, что поток напряженности через сферу положительный.

Если внутри сферы поместить отрицательный точечный заряд, то силовые линии будут сходиться из бесконечности к заряду навстречу нормалям к сфере и поток напряженности будет отрицательный.

Если точечный заряд  $+q$  находится вне сферы, то поток напряженности через нее будет равен нулю.

Действительно, те силовые линии (см. рис. 3.7), которые проходят через левую часть I сферы (выпуклую по отношению к заряду  $+q$ ), пройдут и через правую ее часть II. Иначе говоря, потоки, пронизы-



вающие I и II части сферы, равны по величине; знаки же потоков противоположны: для левой части I — поток отрицательный (так как  $\cos \alpha < 0$ ), для правой части II — положительный ( $\cos \alpha > 0$ ).

Если заряд  $q$  помещен внутри сферы, но не в ее центре, то и тогда поток вектора напряженности через сферу будет равен  $4\pi q$  (система СГСЭ): все силовые линии (число их равно  $4\pi q$ ), которые выходят из заряда, пройдут и через сферическую поверхность. При этом во всех точках ее углы между силовыми линиями и нормальми к поверхности не превышают  $90^\circ$ , т. е. общий поток — положительного знака (рис. 3.8).

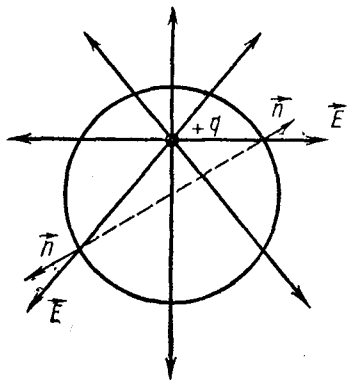


Рис. 3.8

По тем же причинам поток напряженности через любую замкнутую поверхность, охватывающую точечный заряд, определяется формулой (3.3) (или (3.3')), а точечный заряд, находящийся вне такой поверхности, не создает полного потока, отличного от нуля.

Обобщим полученные результаты на случай произвольного числа зарядов.

Пусть внутри любой замкнутой поверхности помещены  $n$  точечных зарядов  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_i, \dots, q_n$ . Поскольку

знак заряда определяет также и знак потока, полный поток напряженности  $N$  равен алгебраической сумме потоков  $N_i$  от каждого заряда  $q_i$ :

$$N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_i + \dots + N_n$$

или согласно (3.3)

$$N = 4\pi (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_i + \dots + q_n) = 4\pi \sum_{i=1}^n q_i \quad (\text{система СГСЭ}). \quad (3.4)$$

В системе СИ

$$N = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (3.4')$$

Следовательно, поток вектора напряженности через произвольную замкнутую поверхность прямо пропорционален алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности.

Как видим, коэффициент пропорциональности  $k'$  равен в системе СГСЭ  $4\pi$ , а в системе СИ —  $1/\epsilon_0$ .

Так как положение зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности, не влияет на величину потока напряженности, то суммарный заряд  $Q = \sum_{i=1}^n q_i$  может быть распределен внутри этой поверхности

произвольным образом (в отдельных точках, по всему объему или по поверхности тел конечных размеров). В частном случае, когда алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри поверхности, равна нулю ( $\sum_{i=1}^n q_i = 0$ ), то и суммарный поток через эту поверхность тоже равен нулю ( $N=0$ ).

Рассмотрим несколько примеров на применение теоремы Остроградского — Гаусса.

1. Электрическое поле равномерно заряженной сферической поверхности. Пусть заряд  $+Q$  равномерно распределен по сферической поверхности радиуса  $R$  (рис. 3.9). Определим напряженность поля: а) вне сферической поверхности и б) внутри ее.

а) Проведем сферу  $S$  радиуса  $r$ , имеющую общий центр с заряженной сферической поверхностью. Из соображений симметрии очевидно, что силовые линии являются радиальными прямыми, перпендикулярными к поверхности  $S$ , и равномерно пронизывают эту поверхность. Напряженность  $E$  во всех точках сферы  $S$  постоянна по величине.

Поэтому полный поток напряженности через сферу равен произведению напряженности  $E$  на площадь сферы:  $N = E4\pi r^2$ .

Так как суммарный заряд, заключенный внутри сферы  $S$ , равен  $Q$ , то согласно (3.4) имеем

$$N = E4\pi r^2 = 4\pi Q,$$

откуда

$$E = \frac{Q}{r^2} \text{ (система СГСЭ),} \quad (3.5)$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ (система СИ).} \quad (3.5')$$

Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженной сферической поверхности такова, как будто весь заряд сосредоточен в ее центре (ср. с формулами (3.2) и (3.2')).

б) Найдем напряженность поля в точках, лежащих внутри заряженной сферической поверхности.

Выделим сферу  $S'$  радиуса  $r'$  (рис. 3.9) так, чтобы центр ее совпал с центром заряженной поверхности. Из соображений симметрии ясно, что напряженность  $\vec{E}$ , если таковая имеется, должна быть численно одинакова на всей выбранной поверхности сферы  $S'$  и нормальна к ней. С помощью формулы (3.4) находим, что

$$N = E4\pi r'^2 = 0,$$

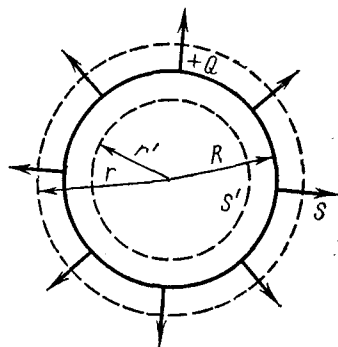


Рис. 3.9

так как внутри поверхности зарядов нет. Отсюда  $E=0$ , т. е. напряженность поля внутри равномерно заряженной поверхности равна нулю.

Соотношениями (3.5) и (3.5') определяется также напряженность поля вне шара, равномерно заряженного по объему. В этом легко убедиться, если применить формулу (3.4) (или (3.4')).

В § 3.1 мы утверждали, что закон Кулона применим не только к точечным зарядам, но и к конечным телам сферической формы с равномерным распределением зарядов. Полученные формулы (3.5) и (3.5') подтверждают справедливость сделанного утверждения: напряженность поля от равномерно заряженных сферически симметричных тел описывается такой же формулой, что и напряженность поля точечного заряда.

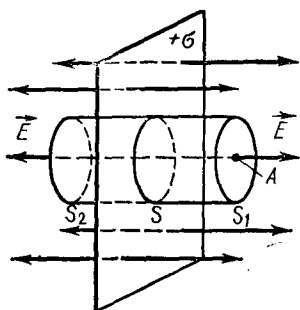


Рис. 3.10

2. Электрическое поле равномерно заряженной безграничной плоскости. Допустим, что безграничная плоскость заряжена равномерно, т. е. поверхностная плотность заряда  $\sigma^1$  на всех участках плоскости одинакова. Вследствие симметрии можно считать, что силовые линии — прямые, которые идут перпендикулярно плоскости в обе стороны от нее (рис. 3.10).

Выберем точку  $A$ , лежащую на некотором расстоянии от плоскости, и вычислим напряженность поля в этой точке. Проведем цилиндрическую замкнутую поверхность, выбранную так, чтобы боковая поверхность цилиндра была параллельна силовым линиям, а его основания  $S_1$  и  $S_2$  — параллельны плоскости (основание  $S_1$  проходит через точку  $A$ ).

Поток вектора напряженности через боковую поверхность цилиндра будет равен тогда нулю, так как силовые линии идут вдоль этой поверхности.

Поэтому полный поток  $N$  складывается из двух потоков: потока  $N_1=ES_1$  через основание  $S_1$  и потока  $N_2=ES_2$  через основание  $S_2$  (здесь  $E$  — искомая напряженность поля). Оба потока положительны и равны друг другу, так как  $S_1=S_2=S$  ( $S$  — участок плоскости, лежащей внутри выбранной цилиндрической поверхности). Заряд внутри этой поверхности равен  $Q=\sigma S$ .

С помощью (3.4) находим

$$N = N_1 + N_2 = ES + ES = 2ES = 4\pi\sigma S,$$

откуда  $E=2\pi\sigma$  (система СГСЭ).

В системе СИ

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

<sup>1</sup> Ею называют отношение  $\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$ , где  $\Delta q$  — заряд, равномерно распределенный на участке поверхности с площадью  $\Delta S$ .

Итак, величина напряженности  $E$  не зависит от положения рассматриваемой точки  $A$  и определяется только величиной поверхностной плотности зарядов  $\sigma$ . Вектор  $\vec{E}$  всюду направлен перпендикулярно к плоскости (от плоскости, если  $\sigma > 0$ , и к плоскости, если  $\sigma < 0$ ).

Как видим, поле безграничной равномерно заряженной плоскости является однородным.

3. Поле двух параллельных безграничных равномерно заряженных плоскостей. Представим себе две безграничные плоскости, параллельные друг другу. Пусть эти плоскости заряжены равномерно: одна зарядом с поверхностной плотностью  $+\sigma$ , а вторая — с поверхностной плотностью  $-\sigma$  (рис. 3.11).

Обозначим через  $\vec{E}_0$  вектор напряженности поля от одной плоскости ( $\sigma > 0$ ) и через  $\vec{E}_{01}$  — от другой ( $\sigma < 0$ ). Как нетрудно убедиться, в пространстве между плоскостями векторы  $\vec{E}_0$  и  $\vec{E}_{01}$  направлены в одну сторону, а вне плоскостей — противоположно друг другу.

Так как  $E_0 = E_{01} = 2\pi\sigma$ , то напряженность поля между плоскостями равна

$$E_1 = E_0 + E_{01} = 4\pi\sigma \quad (\text{система СГСЭ}), \quad (3.6)$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{система СИ}). \quad (3.6')$$

Вне плоскостей напряженность оказывается равной нулю:  $E_2 = E_0 - E_{01} = 0$  (см. рис. 3.11).

Итак, во всех точках пространства между плоскостями вектор напряженности имеет одинаковую величину и направление (от положительно заряженной плоскости к отрицательно заряженной), т. е. поле между плоскостями однородное. Вне этих плоскостей поле равно нулю.

### § 3.3. Потенциал и разность потенциалов

1. Работа по перемещению заряда в электрическом поле. Выберем в пространстве, где имеется электростатическое поле, две точки  $A$  и  $C$ , отстоящие друг от друга на каком-то конечном расстоянии. Определим работу сил поля по перемещению точечного заряда величиной  $+q_0$  из точки  $A$  в точку  $C$  по пути  $ABC$  (рис. 3.12). В общем случае произвольного электрического поля напряженность  $\vec{E}$  во всех точках пути  $ABC$  различна, а поэтому различна и сила  $\vec{F} = q_0\vec{E}$ , действующая на заряд  $q_0$ .

Для подсчета работы разделим весь путь  $ABC$  на такие  $n$  элементарных отрезков длиной  $\Delta l_i$ , чтобы в пределах каждого из них напря-

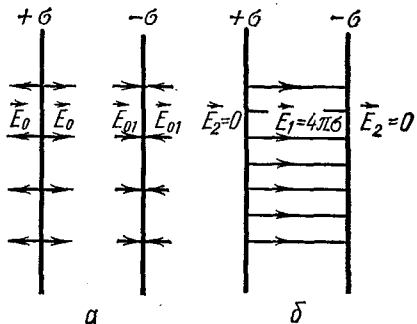


Рис. 3.11

женность  $E_i$  практически не менялась, и найдем элементарную работу  $\Delta A_i$  на отрезке  $\Delta l_i$ . Сумма всех элементарных работ даст тогда полную работу  $A$  на всем пути  $ABC$ . Элементарная работа по перемещению заряда  $q_0$  на отрезке длиной  $\Delta l_i$  равна

$$\Delta A_i = q_0 E_i \Delta l_i \cos \beta_i = q_0 E_{i\parallel} \Delta l_i,$$

где  $\beta_i$  — угол между вектором  $\vec{E}_i$  и отрезком  $\Delta l_i$  (рис. 3.12), а  $E_{i\parallel} = E_i \cos \beta_i$  — проекция вектора  $\vec{E}_i$  на отрезок  $\Delta l_i$ .

Сложив все элементарные работы  $\Delta A_i$ , найдем полную работу  $A$ :

$$A = q_0 \sum_{i=1}^n E_{i\parallel} \Delta l_i. \quad (3.7)$$

Покажем, что работа сил электростатического поля по перемещению заряда между двумя точками поля не зависит от формы пути, для чего рассмотрим работу сил поля по перемещению пробного заряда  $q_0$  в поле неподвижного точечного заряда  $q$ .

Будем перемещать заряд  $q_0$  из точки  $A$  в точку  $C$ , которые

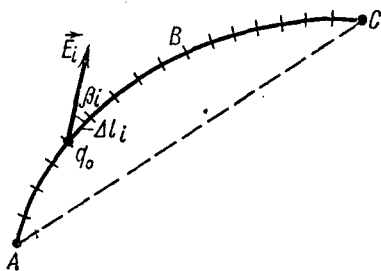


Рис. 3.12

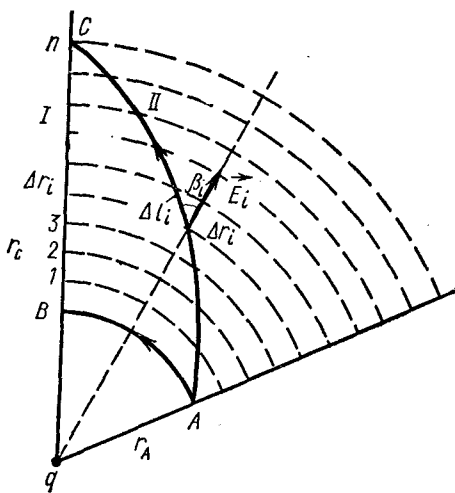


Рис. 3.13

находятся от заряда  $q$  на расстояниях  $r_A$  и  $r_C$  соответственно (рис. 3.13). Выберем два пути перемещения заряда: первый путь (путь I) — из точки  $A$  по дуге  $AB$  окружности радиуса  $r_A$ , затем, по радиусу от точки  $B$  до точки  $C$ ; второй путь (путь II) — в виде произвольной кривой, соединяющей рассматриваемые точки. Разделим пути I и II на отрезки  $\Delta r_i$  и  $\Delta l_i$  так, чтобы отрезок  $\Delta r_i$  пути I был равен проекции отрезка  $\Delta l_i$  пути II на направление напряженности поля  $\vec{E}_i$ , т. е. чтобы  $\Delta r_i = \Delta l_i \cos \beta_i$  ( $\beta_i$  — угол между вектором  $\vec{E}_i$  и направлением перемещения заряда  $q_0$ ). Причем отрезки  $\Delta r_i$  и  $\Delta l_i$  сделаем настолько малыми, чтобы в их пределах величину напряженности поля  $\vec{E}_i$  можно было бы считать неизменной.

На участке  $AB$  пути I работа не производится, так как во всех его точках векторы напряженности поля направлены перпендикулярно направлению перемещения заряда. На отрезке  $BC$  напряженность поля совпадает с направлением перемещения заряда. Поэтому вся работа  $A_I$  на пути I равна работе на участке  $BC$ :

$$A_I = q_0 \sum_{i=1}^n E_i \Delta r_i.$$

Работу  $A_{II}$  на пути II запишем в виде:

$$A_{II} = q_0 \sum_{i=1}^n E_i \Delta l_i \cos \beta_i.$$

Учитывая, что  $\Delta l_i \cos \beta_i = \Delta r_i$ , получаем

$$A_{II} = q_0 \sum_{i=1}^n E_i \Delta r_i.$$

Сравнивая это выражение с выражением для работы на пути I, убеждаемся в равенстве этих работ.

Итак, работа по перемещению заряда в электростатическом поле точечного заряда не зависит от формы пути. Обобщим этот вывод на случай любого электростатического поля. Поле произвольного распределения зарядов можно рассматривать как сумму полей точечных зарядов. И поэтому если работа слагаемых сил не зависит от формы пути, работа их результирующей также не будет от нее зависеть. Следовательно, все электростатические поля обладают тем свойством, что работа сил поля по перемещению заряда не зависит от формы пути.

Если заряд  $q_0$  под действием сил электростатического поля переместился из какой-либо точки в бесконечно удаленную точку, то работа  $A_\infty$  по его перемещению запишется в виде

$$A_\infty = q_0 \sum_{i=1}^{\infty} E_{il} \Delta l_i. \quad (3.8)$$

Сумма  $\sum_{i=1}^{\infty} E_{il} \Delta l_i = \frac{A_\infty}{q_0}$ , которую мы обозначим через  $\varphi$ , не зависит от величины перемещаемого заряда и является лишь функцией координат точек поля. Поэтому величина  $\varphi$  принимается за энергетическую характеристику поля; ее называют *потенциалом*.

Потенциал выражает собой работу сил поля по перемещению точечного единичного заряда из некоторой точки электрического поля в бесконечность. Потенциал — величина скалярная и может иметь как положительные, так и отрицательные значения.

Если поле создается положительно заряженным телом, то сила, действующая на положительный заряд  $+q_0$ , направлена в сторону перемещения этого заряда; она совершит положительную работу ( $A > 0$ ), перенеся заряд  $+q_0$  из данной точки в бесконечность. В этом случае потенциал положителен ( $\varphi > 0$ ).

Если источником поля служит отрицательно заряженное тело, то сила, действующая на заряд  $+q_0$ , будет направлена к заряженному

телу. Тогда внешняя сила, переместив заряд из данной точки в бесконечность, совершит положительную работу, а силы поля — отрицательную. В этом случае потенциал отрицателен ( $\varphi < 0$ ).

Формула (3.8) позволяет получить единицы потенциала. Полагая в системе СГСЭ  $A_\infty = 1$  эрг,  $q_0 = 1$  СГСЭ<sub>q</sub>, имеем

$$1 \text{ СГСЭ}\varphi = \frac{1 \text{ эрг}}{1 \text{ СГСЭ}q},$$

т. е. единицей потенциала 1 СГСЭ<sub>φ</sub> в СГСЭ-системе является потенциал такой точки поля, при перемещении из которой положительного единичного заряда силами поля совершается работа в один эрг.

В системе СИ работа измеряется в джоулях, а заряд в кулонах, так что единица потенциала равна  $1 \frac{\text{дж}}{\text{к}}$ . Эта единица названа *вольт* ( $\vartheta$ ).

Легко видеть, что

$$1 \vartheta = \frac{10^7 \text{ эрг}}{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}q} = \frac{1}{300} \text{ СГСЭ}\varphi.$$

Каждая точка электрического поля характеризуется своим значением потенциала. Разность потенциалов двух точек  $\varphi_1 - \varphi_2$  называется *разностью потенциалов*, или *напряжением* между этими точками (и измеряется в тех же единицах, что и потенциал). Другими словами, разность потенциалов (напряжение) между двумя точками поля есть работа сил поля по перемещению единичного положительного заряда из одной точки поля в другую и согласно (3.7) равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sum_{i=1}^n E_{il} \Delta l_i. \quad (3.9)$$

Подставляя  $\varphi_1 - \varphi_2$  в (3.7), получим формулу, выражающую работу сил поля по перемещению заряда величиной  $q_0$  из точки поля с потенциалом  $\varphi_1$  в точку с потенциалом  $\varphi_2$ :

$$A = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.10)$$

В выражение для  $A$  входит разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , зависящая лишь от положения двух выбранных точек, между которыми происходит перемещение заряда. Если путь перемещения заряда замкнутый, то  $A = 0$ , так как в этом случае  $\varphi_1 = \varphi_2$ .

Обычно полагают потенциал бесконечно удаленной точки равным нулю (нулевой потенциал). Но если в качестве нулевого значения потенциала выбрать потенциал любой другой точки поля, то значение потенциала в каждой точке изменится на одинаковую величину, и разность потенциалов останется неизменной.

**2. Разность потенциалов и потенциал точечного заряда.** Найдем разность потенциалов между двумя произвольно выбранными точками  $A$  и  $C$ , находящимися соответственно на расстояниях  $r_A$  и  $r_C$  от точечного заряда  $+q$  (рис. 3.13).

Будем считать, что перемещение положительного единичного заряда из точки  $A$  в точку  $C$  происходит сначала по дуге  $BC$  окружности

радиуса  $r_A$ , а затем вдоль силовой линии от точки  $B$  до точки  $C$ . Работа сил поля на пути  $AB$  равна нулю, так как заряд движется перпендикулярно силовым линиям. Поэтому согласно (3.10)  $\varphi_A = \varphi_B$ , где  $\varphi_A$  и  $\varphi_B$  — потенциалы точек  $A$  и  $B$ . Таким образом, разность потенциалов между точками  $A$  и  $C$  равна разности потенциалов между точками  $B$  и  $C$ .

Разделим отрезок  $BC$  на  $n$  одинаковых элементов так, чтобы их длина  $\Delta r$  была намного меньше расстояния точки  $A$  до заряда  $q$  ( $\Delta r \ll r_A$ ).

Разность потенциалов между точками  $B$  и  $I$  первого элемента равна  $\Delta\varphi_{B1} = E_{\text{ср1}} \Delta r$ .

Под  $E_{\text{ср}}$  мы подразумеваем среднее значение напряженности поля на этом элементе, т. е. величину  $E_{\text{ср1}} = \frac{q}{r_{\text{ср1}}^2}$ , где  $r_{\text{ср1}} = \frac{r_A + r_1}{2}$  ( $r_1$  — расстояние от точки  $I$  до заряда).

Так как  $r_1 = r_A + \Delta r$ , то

$$E_{\text{ср1}} = \frac{4q}{(2r_A + \Delta r)^2} = \frac{4q}{4r_A^2 + 4r_A \Delta r + (\Delta r)^2}.$$

Величина  $(\Delta r)^2$  намного меньше каждого из слагаемых в знаменателе этого выражения, так что

$$E_{\text{ср1}} = \frac{q}{r_A^2 + r_A \Delta r}.$$

Подставляя  $E_{\text{ср1}}$  в формулу для  $\Delta\varphi_{B1}$  и учитывая, что

$$\Delta r = r_1 - r_A,$$

получим

$$\Delta\varphi_{B1} = q \frac{r_1 - r_A}{r_1 r_A} = q \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Рассуждая таким же образом, найдем элементарные разности потенциалов  $\Delta\varphi_{12}, \Delta\varphi_{23}, \dots, \Delta\varphi_{n-1,C}$  на остальных  $n-1$  участках

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{12} &= q \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta\varphi_{n-1,C} &= q \left( \frac{1}{r_{n-1}} - \frac{1}{r_C} \right). \end{aligned}$$

Полная разность  $\varphi_A - \varphi_C$  будет равна сумме этих элементарных разностей потенциалов

$$\varphi_A - \varphi_C = q \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_C} \right).$$

Итак, разность потенциалов между двумя точками поля, созданного точечным зарядом, прямо пропорциональна величине этого заряда и разности обратных величин расстояний от этих точек до заряда.



Из этой формулы легко получить выражение для потенциала точечного заряда. Полагая  $r_C = \infty$  (точка  $C$  находится в бесконечности), получим

$$\varphi = \frac{q}{r}. \quad (3.11)$$

Как видим, потенциал в некоторой точке поля точечного заряда пропорционален величине этого заряда и обратно пропорционален расстоянию от данной точки до заряда.

В системе СИ:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.12)$$

Полученные формулы (3.11) и (3.12) применимы и для равномерно заряженных тел сферической формы, поскольку для подобных тел справедливо выражение для напряженности поля точечного заряда (см. (3.2) и (3.2')).

Поэтому выражение для потенциала, например, заряженной равномерно сферы (для точек, лежащих вне сферы) совпадает с формулой (3.11) для потенциала точечного заряда. В соответствии с этой формулой потенциал точек, лежащих вблизи заряженной поверхности сферы, равен  $\varphi = \frac{q}{R}$ , где  $q$  — заряд, а  $R$  — радиус сферы.

Такое же значение потенциала будет во всех точках, находящихся внутри (в том числе и в центре) сферы. Это объясняется тем, что работа сил поля по перемещению единичного заряда из любой точки, лежащей внутри сферы, в бесконечно удаленную точку (т. е. потенциал этих точек) равна работе лишь на пути от поверхности сферы в бесконечность, так как напряженность внутри заряженной сферы равна нулю.

Итак, потенциал всех точек пространства, ограниченного равномерно заряженной сферой, одинаков и равен

$$\varphi = \frac{q}{R} \text{ (система СГСЭ),}$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \text{ (система СИ).}$$

**3. Эквипотенциальные поверхности. Связь разности потенциалов с напряженностью поля.** Совокупность точек поля, обладающих одинаковыми потенциалами, образуют поверхности, которые называются *поверхностями равного потенциала*, или *эквипотенциальными поверхностями*.

Пользуясь методом эквипотенциальных поверхностей, можно изображать электрические поля графически, подобно тому как это делается с помощью силовых линий.

На рис. 3.14 представлена картина силовых линий и эквипотенциальных поверхностей точечного заряда. Видно, что в этом случае эквипотенциальные поверхности представляют собой сферы с общим центром в точке, где помещен заряд.

Силловые линии всегда перпендикулярны (нормальны) к эквипотенциальным поверхностям. Чтобы в этом убедиться, рассмотрим работу сил поля по перемещению заряда  $+q$  по эквипотенциальной поверхности на малом участке пути  $\Delta l$  (рис. 3.14).

Если напряженность поля на этом участке постоянна и равна  $\vec{E}$ , то работу силы  $\vec{F}=q\vec{E}$  на пути  $\Delta l$  можно записать в виде

$$A = qE \cos \alpha \Delta l,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором напряженности  $\vec{E}$  и отрезком  $\Delta l$ .

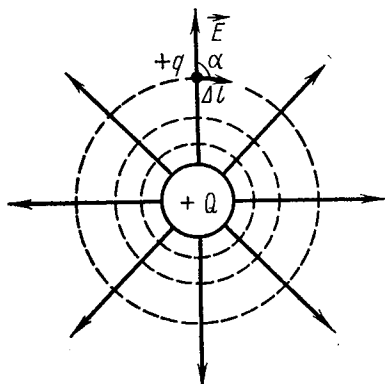


Рис. 3.14

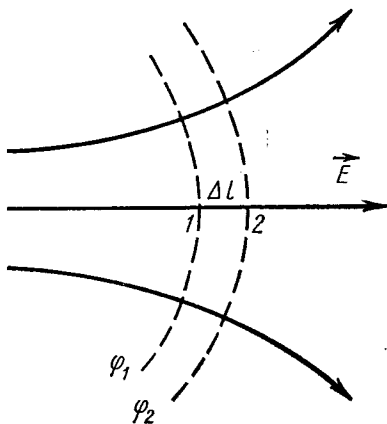


Рис. 3.15

С другой стороны, эта работа согласно (3.10) равна

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — потенциалы точек, соответствующих концам отрезка  $\Delta l$ .

Так как перемещение заряда  $q$  происходит по эквипотенциальной поверхности, то  $\varphi_1 = \varphi_2$ . А это значит, что  $A = 0$  или  $qE \cos \alpha \Delta l = 0$ . Ни одна из величин  $q$ ,  $E$ ,  $\Delta l$  не равна нулю. Поэтому  $\cos \alpha = 0$ .

Отсюда заключаем, что  $\alpha = \pi/2$ , т. е. вектор напряженности  $\vec{E}$ , а следовательно, и силловые линии, перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям.

Получим теперь соотношение, устанавливающее связь между разностью потенциалов и напряженностью поля.

Выберем в произвольном электрическом поле (рис. 3.15) расстояние  $\Delta l$  между эквипотенциальными поверхностями (вдоль силовой линии) настолько малым, чтобы напряженность поля  $\vec{E}$  можно было считать постоянной во всех точках  $\Delta l$ .

Пусть заряд  $+q$  перемещается из точки 1 в точку 2, разность потенциалов которых равна  $\varphi_1 - \varphi_2$  (полагаем, что  $\varphi_1 > \varphi_2$ ).

Тогда работа сил поля  $A$  на пути  $\Delta l$  может быть представлена через разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ :

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

С другой стороны, эту же работу можно выразить через напряженность  $E$ :

$$A = qE\Delta l.$$

Сравнивая эти две формулы, получим

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta l} = - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta l} = - \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}. \quad (3.13)$$

Величина  $\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$ , показывающая, как быстро изменяется потенциал при перемещении вдоль силовой линии, называется *градиентом потенциала*.

*Градиент потенциала* есть вектор, направленный по силовой линии в сторону возрастания потенциала, т. е. навстречу  $\vec{E}$  (знак минус в формуле (3.13) учитывает направление этих векторов).

Таким образом, напряженность поля равна градиенту потенциала и всегда направлена в сторону убывания потенциала.

Аналогичными рассуждениями можно показать, что если отрезок  $\Delta l$  выбран не вдоль силовой линии, то в формулу (3.13) будет входить не полная величина напряженности поля  $E$ , а лишь ее проекция на направление отрезка  $\Delta l$ .

С помощью формулы (3.13) и зная распределение потенциала (т. е. его значение в каждой точке поля), можно определить напряженность этого поля (или проекцию вектора напряженности на любое направление) в каждой точке и, наоборот, по известным значениям напряженности рассчитать разность потенциалов.

Эта формула справедлива для малых расстояний  $\Delta l$ ; для однородного поля она применима для любых  $\Delta l$ .

Этой же формулой пользуются при изображении поля с помощью эквипотенциальных поверхностей. При этом задаются определенным значением разности  $\Delta\varphi$ . Если положить разность потенциалов  $\Delta\varphi$  равной, например, 1 в, то большим значениям напряженности  $\vec{E}$  должны соответствовать меньшие расстояния  $\Delta l$ . Значит, там, где напряженность поля больше, эквипотенциальные поверхности располагаются ближе друг к другу.

Применим формулу (3.13) для расчета напряженности  $\vec{E}$  поля между двумя параллельными плоскостями, отстоящими друг от друга на расстояние  $d$  и имеющими потенциалы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Так как рассматриваемое поле однородно, то на основании (3.13) имеем

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

С помощью этого соотношения также можно дать определение единицы напряженности поля. Полагая  $\varphi_1 - \varphi_2 = 1$  в,  $d = 1$  м, получим

$$E = \frac{1 \text{ в}}{1 \text{ м}} = 1 \frac{\text{в}}{\text{м}}.$$

Эта единица называется *вольт на метр*  $\left(\frac{\text{в}}{\text{м}}\right)$ .

Как видим,  $1 \frac{\text{в}}{\text{м}}$  есть напряженность такого поля, в котором разность потенциалов на 1 м длины силовой линии равна 1 в.

**4. Потенциальная и кинетическая энергия заряда.** Пусть точечный положительный заряд  $q$  перемещается в поле другого положительного заряда  $Q$  из весьма удаленной точки (где напряженность поля можно считать равной нулю) в точку, в которой сказывается действие заряда  $Q$ . Если заряд  $q$  освободить, то он под действием электрической силы переместится в «бесконечность». При этом силами поля будет совершена работа, равная той, которая была затрачена на перемещение этого заряда в первоначальную точку.

Таким образом, система, состоящая из этих двух зарядов ( $q$  и  $Q$ ), обладает потенциальной энергией. Часто эту энергию называют потенциальной энергией заряда в поле.

Мерой этой потенциальной энергии  $W$  является работа  $A$ , совершаемая внешними силами при перемещении заряда  $q$  из бесконечности в заданную точку поля:  $W = A$ .

Если потенциал точки поля равен  $\varphi$ , то  $A = q\varphi$ , так что

$$W = q\varphi.$$

Итак, потенциальная энергия заряда в некоторой точке поля прямо пропорциональна произведению величины заряда на потенциал этой точки.

Эта формула позволяет дать еще одно определение потенциала. Взяв отношение потенциальной энергии к заряду, получим

$$\frac{W}{q} = \varphi.$$

Видно, что потенциал некоторой точки поля измеряется потенциальной энергией, приходящейся на единицу заряда, помещенного в данную точку поля.

Изменение кинетической энергии заряда, на который действуют только силы поля, зависит от той разности потенциалов, которую проходит заряд при своем движении в электрическом поле.

Предположим, что заряд  $q$ , масса которого  $m$ , движется в вакууме под действием сил электростатического поля. В соответствии с законом сохранения энергии, сумма кинетической  $T$  и потенциальной  $W$  энергии этого заряда в поле должна быть неизменной:  $T + W = \text{const}$ .

Пусть в какой-то момент времени заряд  $q$ , находясь в точке, потенциал которой  $\varphi_1$ , имеет скорость  $v_1$ . Сумма кинетической и потен-

циальной энергии его в этой точке поля равна

$$\frac{mv_1^2}{2} + q\varphi_1.$$

Если через некоторое время заряд переместится под действием одних лишь сил поля в другую точку с потенциалом  $\varphi_2$  ( $\varphi_2 < \varphi_1$ ), где будет иметь скорость  $v_2$ , то сумма его кинетической и потенциальной энергии в этой точке поля будет равна

$$\frac{mv_2^2}{2} + q\varphi_2.$$

Приравнявая эти суммы энергии, получим

$$\frac{mv_1^2}{2} + q\varphi_1 = \frac{mv_2^2}{2} + q\varphi_2,$$

откуда

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -q(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Видно, что изменение кинетической энергии заряда определяется величиной этого заряда и разностью потенциалов тех точек поля, между которыми заряд перемещается.

Если в начальный момент времени заряд  $q$  покоился в точке с потенциалом  $\varphi_1$  ( $v_1=0$ ), то

$$\frac{mv_2^2}{2} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Эта формула позволяет выразить кинетическую энергию заряда в так называемых *электрон-вольтах*: 1 электрон-вольт (*эв*) — такая энергия, которую приобретает частица с зарядом, равным заряду электрона, пробегая в вакууме разность потенциалов в 1 вольт.

Так как заряд электрона  $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  СГСЭ<sub>q</sub>, а  $1 \text{ в} = \frac{1}{300}$  СГСЭ<sub>φ</sub>, то

$$1 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ дж}.$$

### § 3.4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле

**1. Проводники в электрическом поле.** Внесем металлический незаряженный проводник в электростатическое поле. Электрическое поле вызовет в проводнике упорядоченное движение свободных электронов в направлении, противоположном направлению напряженности  $\vec{E}_0$  внешнего поля. Электроны, собирающиеся на одной стороне проводника, образуют избыточный отрицательный заряд; на другой стороне проводника недостаток электронов будет проявляться как избыточный положительный заряд. Эти заряды создадут внутреннее поле, напряженность которого  $\vec{E}'$  будет направлена навстречу  $\vec{E}_0$ . Равновесие зарядов в проводнике (электростатический случай) имеет место лишь

тогда, когда для всех точек проводника выполняется условие  $\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}' = 0$ .

Из-за отсутствия электрического поля внутри заряженного проводника можно утверждать, что проводник представляет собой область постоянного потенциала. В самом деле, если  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — потенциалы любых двух точек проводника, то согласно (3.13)  $\varphi_1 = \varphi_2$ , так как  $E = 0$ .

Итак, все точки проводника (как внутри его, так и на его поверхности) имеют один и тот же потенциал. Поверхность проводника есть, следовательно, эквипотенциальная поверхность. Поэтому силовые линии вблизи проводника всегда перпендикулярны к его поверхности.

Такое свойство проводника связано с тем обстоятельством, что в заряженном проводнике избыточные заряды распределяются лишь на внешней поверхности. В этом можно убедиться следующим образом. Допустим, что не все заряды проводника распределены на его поверхности, т. е. внутри проводника есть какой-то заряд, сосредоточенный в объеме  $\Delta V$  (рис. 3.16). Проведем замкнутую поверхность  $S$  так, чтобы она не выходила за пределы проводника и охватывала весь заряд (или часть его) в объеме  $\Delta V$ . Поток напряженности через эту поверхность должен быть равен  $N = 4\pi Q$  (система СГСЭ), где  $Q$  — заряд, находящийся внутри поверхности  $S$ . Но поле внутри проводника равно нулю, поэтому  $N = 0$ , а следовательно, и  $Q = 0$ . Такое рассуждение можно провести для любого объема, лежащего внутри проводника.

Таким образом, в состоянии равновесия избыточный заряд проводника располагается только на его поверхности. Если проводник не является сплошным, а представляет собой замкнутую поверхность (оболочку), то внутри нее электрическое поле также отсутствует. Это следует непосредственно из свойства избыточных зарядов располагаться только на внешней поверхности проводника.

Таким образом, в состоянии равновесия избыточный заряд проводника располагается только на его поверхности. Если проводник не является сплошным, а представляет собой замкнутую поверхность (оболочку), то внутри нее электрическое поле также отсутствует. Это следует непосредственно из свойства избыточных зарядов располагаться только на внешней поверхности проводника.

Отсутствие электрического поля внутри проводящей оболочки позволяет создать *электростатическую защиту*, экранирующую внутреннее пространство оболочки от электрических полей внешних зарядов. Однако такая оболочка не защищает внешнее пространство от поля, созданных зарядами, помещенными внутрь этой оболочки. Чтобы в этом убедиться, рассмотрим точечный заряд  $+Q$ , помещенный в центре проводящей незаряженной сферы  $C$  (рис. 3.17), и найдем напряженность поля в точке, находящейся вне сферы на расстоянии  $r$  от ее центра.

Под действием электрического поля заряда  $+Q$  свободные электроны, находящиеся в стенке сферы, перейдут на внутреннюю ее поверх-

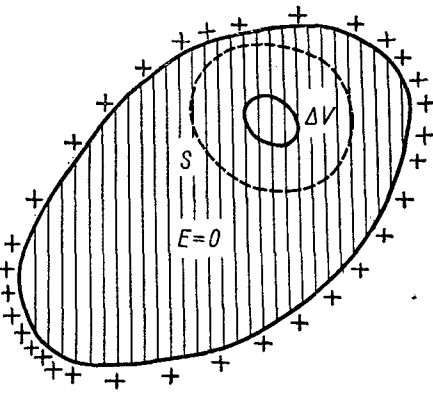


Рис. 3.16

ность; здесь возникает избыточный отрицательный заряд. Величина его будет равна  $-Q$ , так как этот заряд вместе с зарядом  $+Q$  в центре должен дать нулевое поле в проводнике (весьма важно, что заряд  $-Q$  распределится равномерно на внутренней поверхности, а его поле вне сферической поверхности такое же, как если бы он был сосредоточен в центре, где находится заряд  $+Q$ ).

На внешней поверхности сферы образуется недостаток отрицательных зарядов; здесь возникнет положительный заряд, величина которого равна сумме зарядов электронов, переместившихся на внутреннюю поверхность сферы. Таким образом, на внешней поверхности «наводится» заряд  $+Q$ , т. е. такой же, какой помещен внутри сферы. Этот заряд и создает поле вне сферы. Заряд  $+Q$  будет распределен по внешней поверхности сферы равномерно, так как радиус ее везде одинаков.

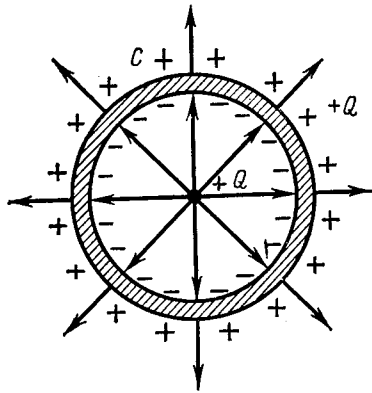


Рис. 3.17

Тогда напряженность поля вне сферы определится по формуле (3.5) как напряженность от равномерно заряженной сферы

$$E = \frac{Q}{r^2} \text{ (система СГСЭ),}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ (система СИ).}$$

Поверхностная плотность заряда проводника зависит от радиуса кривизны поверхности в данном месте: чем меньше радиус кривизны, тем больше в этом месте поверхностная плотность заряда.

Объяснение этому можно дать на следующем примере.

Рассмотрим заряженный проводник, состоящий из двух шаров, соединенных тонким проводом. Пусть большой шар (радиуса  $R$ ) имеет заряд  $+Q$ , а малый (радиус  $r$ ) — заряд  $+q$ . Будем считать, что расстояние между шарами велико по сравнению с их радиусами, так что заряд одного шара не сказывается на распределении зарядов на другом шаре.

Из равенства потенциалов шаров имеем

$$\frac{Q}{R} = \frac{q}{r}, \text{ или } \frac{Q}{q} = \frac{R}{r}.$$

Поверхностные плотности зарядов большого шара  $\sigma_R$  и малого  $\sigma_r$  равны

$$\sigma_R = \frac{Q}{4\pi R^2}, \quad \sigma_r = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

Беря отношение поверхностных плотностей зарядов  $\sigma_R/\sigma_r$  и заменяя в нем отношение зарядов  $Q/q$  отношением радиусов шаров, получим

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_r} = \frac{r}{R}.$$

Таким образом, поверхностная плотность зарядов будет больше у того шара, у которого радиус меньше, и наоборот. Поверхностная плотность зарядов проводника определяет величину напряженности поля вблизи его поверхности.

Найдем, как зависит напряженность поля вблизи поверхности проводника от поверхностной плотности зарядов.

Рассмотрим шар радиуса  $R$  из проводящего материала, заряженный с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Напряженность поля заряженного шара в любой точке вне шара определяется формулой

$$E = \frac{q}{r^2} \text{ (система СГСЭ),}$$

где  $q$  — заряд шара, а  $r$  — расстояние от рассматриваемой точки до центра шара. Выбирая точку вблизи поверхности шара и полагая в этом случае  $r=R$ , получим напряженность поля

$$E_R = \frac{q}{R^2}.$$

Учитывая, что

$$q = 4\pi R^2\sigma,$$

имеем

$$E_R = 4\pi\sigma \text{ (система СГСЭ),} \quad (3.14)$$

$$E_R = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ (система СИ).} \quad (3.14')$$

Итак, напряженность поля вблизи поверхности шара прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов.

Мы видим, что в выражение для  $E_R$  не входит радиус шара. Это значит, что формула (3.14) справедлива для любых размеров шара, даже таких, когда  $R$  весьма велико (плоскость).

Следовательно, напряженность поля будет больше у тех мест, где кривизна больше (радиус кривизны меньше). Это и понятно, так как там, где радиус кривизны меньше, больше и поверхностная плотность зарядов, а, значит, согласно (3.14) больше и напряженность поля.

Особенно большой может быть напряженность поля вблизи острых выступов. При зарядении проводников до высоких потенциалов около таких выступов может произойти «пробой» окружающего проводник диэлектрика и возникнуть разряд (например, на линиях высокого напряжения).

**2. Диполь в электрическом поле. Поляризация диэлектриков.** Система из двух точечных равных зарядов противоположного знака  $+q$  и  $-q$ , находящихся друг от друга на расстоянии  $l$  (рис. 3.18), ма-

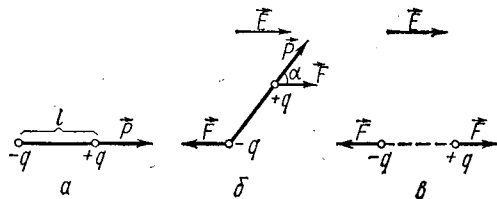


Рис. 3.18



лом по сравнению с расстояниями от них до точек, в которых наблюдается действие этих зарядов, называется *диполем*.

Представление о диполе позволяет дать объяснение поляризации диэлектриков.

Произведение  $ql$  называется *электрическим моментом* диполя и обозначается буквой  $P$ . Расстоянию  $l$  приписывается направление от заряда  $-q$  к заряду  $+q$ . Поэтому момент диполя есть вектор, направленный в ту же сторону, что и  $\vec{l}$ :

$$\vec{P} = q\vec{l}.$$

Рассмотрим диполь, у которого  $\vec{l}$  — неизменная величина (жесткий диполь).

Если поместить такой диполь в электрическое поле, то он повернется так, чтобы момент его  $\vec{P}$  совпал с направлением вектора напряженности поля. Чтобы это показать, рассмотрим диполь в однородном поле с напряженностью  $\vec{E}$  (рис. 3.18, б). Пусть момент диполя  $\vec{P}$  составляет угол  $\alpha$  с вектором  $\vec{E}$ . На каждый заряд диполя действует сила  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Эти силы, направленные в противоположные стороны, создадут момент пары сил

$$M = qEl \sin \alpha.$$

Момент пары сил будет действовать до тех пор, пока диполь не займет положение, при котором  $\vec{P}$  будет совпадать с  $\vec{E}$  ( $\alpha=0$ ). Дальнейшее действие электрического поля будет сводиться к тому, что силы станут растягивать диполь в разные стороны (рис. 3.18, в). В общем случае (нежесткий диполь) электрическое поле не только ориентирует диполь вдоль силовых линий, но и растягивает его, увеличивая  $\vec{l}$ , а следовательно, и момент диполя  $\vec{P}$ .

Выясним теперь, в чем заключается явление поляризации диэлектриков.

В идеальных диэлектриках нет свободных зарядов. Разноименные заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, компенсируют друг друга, и в целом молекулы нейтральны. Однако эти заряды могут быть несколько смещены в пределах одной молекулы. Тогда такая молекула превращается в диполь с определенным электрическим моментом.

Бывают молекулы, которые построены из ионов (как, например, молекула воды, содержащая отрицательный ион кислорода и два положительных иона водорода). У таких молекул существует электрический момент. Подобные молекулы называются *полярными*, а диэлектрики, в состав которых входят такие молекулы, — *полярными диэлектриками*.

Бывают также молекулы, которые не содержат ионов (как, например, молекула водорода). Эти молекулы в отсутствие электрического поля не имеют электрического момента. Они получили название *неполярных молекул*, а диэлектрики, состоящие из них, — *неполярными диэлектриками*.

Незаряженный диэлектрик, помещенный в электрическое поле, *поляризуется* — на его поверхности появляются заряды. Эти заряды называются *поляризационными*, или *связанными* (в отличие от свободных зарядов проводника), а само это явление получило название *поляризации*.

Молекулы-диполи полярного диэлектрика вследствие теплового движения в отсутствие электрического поля расположены хаотично (рис. 3.19, а). При наложении электрического поля на каждый диполь действует пара сил и он поворачивается, стремясь расположиться вдоль силовых линий. Относительное число диполей-молекул, ориентированных вдоль напряженности поля (рис. 3.19, б), возрастает с увеличением поля и с понижением температуры.

Если диэлектрик однороден и *изотропен* (т. е. его свойства по всем направлениям одинаковы), весь его объем останется нейтральным. Однако у той границы, где силовые линии входят, получается избыток отрицательных зарядов диполей, а у той, где силовые линии выходят, — избыток положительных. В результате у этих границ диэлектрика возникают поляризационные заряды, равные по величине и противоположные по знаку.

На тех участках поверхности, которые параллельны вектору напряженности поля, поляризационные заряды не образуются.

Молекулы неполярного диэлектрика в отсутствие электрического поля не имеют электрического момента (рис. 3.20, а), но во внешнем электрическом поле молекулы превращаются в диполи и ориентируются вдоль

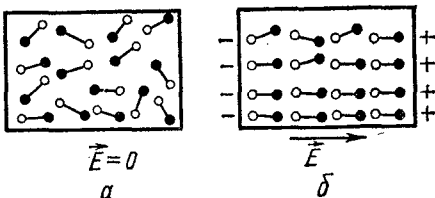


Рис. 3.19

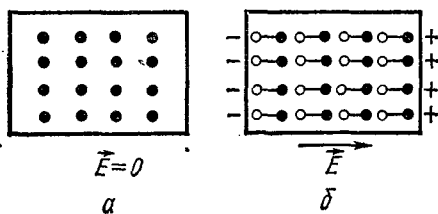


Рис. 3.20

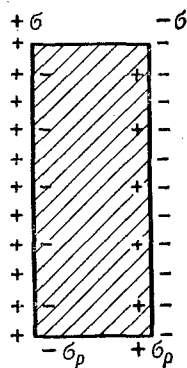


Рис. 3.21

силовых линий. В результате на одной поверхности диэлектрика (однородного и изотропного) появляется отрицательный поляризационный заряд, а на другой — положительный (рис. 3.20, б).

Итак, диэлектрик, помещенный в электрическое поле, поляризуется. Появившиеся на его поверхности заряды искажают внешнее поле и уменьшают напряженность поля внутри диэлектрика.

3. Поле внутри поляризованного диэлектрика. Диэлектрическая проницаемость. Пусть пространство между двумя параллельными безграничными проводящими плоскостями заполнено однородным и изотропным диэлектриком (рис. 3.21) и пусть плотности поверхностных свободных зарядов этих плоскостей (равные друг другу по величине) соответственно равны  $+\sigma$  и  $-\sigma$ .

В результате поляризации на границе проводник — диэлектрик возникают поляризационные заряды с плотностью  $-\sigma_p$  и  $+\sigma_p$ . Напряженность поля внутри диэлектрика  $\vec{E}$  есть сумма напряженности  $\vec{E}_0$ , созданной свободными зарядами  $+\sigma$  и  $-\sigma$ , и напряженности  $\vec{E}_p$ , созданной поляризационными зарядами  $-\sigma_p$  и  $+\sigma_p$ :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p.$$

Так как

$$E_0 = 4\pi\sigma, \quad E_p = 4\pi\sigma_p,$$

то

$$E = 4\pi(\sigma - \sigma_p) \quad (\text{система СГСЭ}). \quad (3.15)$$

Таким образом, напряженность поля внутри диэлектрика уменьшается на  $4\pi\sigma_p$  по сравнению с напряженностью поля в отсутствие диэлектрика.

В системе СИ

$$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0}.$$

Как видим, внутри поляризованного диэлектрика возникает поле, напряженность которого направлена против внешнего поля.

Напряженность поля внутри диэлектрика определяется поверхностной плотностью нескомпенсированных зарядов  $\sigma_a = \sigma - \sigma_p$ . Величина  $\sigma_a$ , которая называется поверхностной плотностью эффективных зарядов, зависит (при заданном значении напряженности внешнего поля) от рода вещества и его состояния. Поэтому для характеристики электрических свойств диэлектриков целесообразно ввести такую величину, которая была бы связана с поверхностной плотностью эффективных зарядов.

С этой целью вводят в рассмотрение отношение

$$\epsilon = \frac{\sigma}{\sigma_a} = \frac{\sigma}{\sigma - \sigma_p}, \quad (3.16)$$

показывающее, во сколько раз поверхностная плотность свободных зарядов проводника больше поверхностной плотности эффективных зарядов на поверхности данного диэлектрика, граничащего с этим проводником.

Величина  $\epsilon$  называется *диэлектрической проницаемостью* вещества. Она зависит от природы диэлектрика и его состояния (т. е. давления, температуры).

Из формулы (3.16) видно, что  $\epsilon$  — величина безразмерная и для диэлектриков всегда больше единицы. Для вакуума  $\epsilon=1$ , так как  $\sigma_p=0$ . При  $|\sigma_p|=|\sigma|$   $\epsilon=\infty$ , что возможно лишь в том случае, если вещество, граничащее с данным проводником, есть также проводник.

Найдем, во сколько раз уменьшается напряженность поля внутри диэлектрика по сравнению с напряженностью поля в вакууме  $\vec{E}_0$ .

Подставим  $\sigma-\sigma_p$ , найденное из (3.16), в (3.15). Тогда получим

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon} = \frac{E_0}{\epsilon},$$

т. е. напряженность поля в однородном и изотропном диэлектрике в  $\epsilon$  раз меньше, чем напряженность поля в вакууме. На основании последней формулы можно дать несколько иное определение диэлектрической проницаемости: диэлектрическая проницаемость среды есть величина, показывающая, во сколько раз напряженность в однородном и изотропном диэлектрике меньше, чем в вакууме при том же значении внешнего поля.

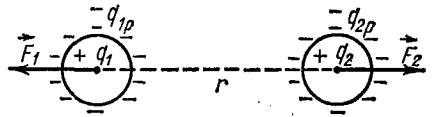


Рис. 3.22

#### 4. Закон Кулона для зарядов, помещенных в диэлектрик. Пусть

в безграничном, однородном и изотропном диэлектрике, диэлектрическая проницаемость которого  $\epsilon$ , находятся два точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$  (рис. 3.22). Эти заряды мы будем представлять в виде равномерно заряженных проводящих шариков, расстояние между центрами которых  $r$  намного больше их радиусов. Вокруг шариков на поверхности диэлектрика возникают поляризационные заряды  $q_{1p}$  и  $q_{2p}$ . Сила  $F_2$ , которая действует на второй шарик со стороны первого, равна

$$F_2 = q_2 E_1,$$

где  $E_1$  — напряженность поля, создаваемого эффективными зарядами  $q_s = q_1 - q_{1p}$  первого шарика в том месте, где находится заряд  $q_2$

$$E_1 = \frac{q_1 - q_{1p}}{r^2}.$$

Подставляя значение  $E_1$  в выражение для силы  $F_2$ , получим

$$F_2 = \frac{q_2 (q_1 - q_{1p})}{r^2}.$$

Так как  $q_1 = 4\pi R^2 \sigma_1$ ,  $q_{1p} = 4\pi R^2 \sigma_{1p}$  ( $R$  — радиус шарика, а  $\sigma_1$  и  $\sigma_{1p}$  — поверхностные плотности свободных и поляризационных зарядов), то согласно (3.16) имеем

$$q_1 - q_{1p} = 4\pi R^2 (\sigma_1 - \sigma_{1p}) = \frac{4\pi R^2 \sigma_1}{\epsilon} = \frac{q_1}{\epsilon}.$$

Следовательно,

$$F_2 = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}. \quad (3.17)$$

Аналогично находится сила

$$F_1 = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} = F_2.$$

Формула (3.17) выражает в системе СГСЭ закон Кулона для случая диэлектриков (в основном для жидкостей и газов). Этот закон в системе СИ имеет вид

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (3.17')$$

В этой системе величину  $\epsilon$  обычно называют *относительной диэлектрической проницаемостью*, но она имеет тот же смысл, что и диэлектрическая проницаемость в системе СГСЭ. Произведение  $\epsilon_a = \epsilon\epsilon_0$  называется *абсолютной диэлектрической проницаемостью*.

В системе СГСЭ численные значения  $\epsilon_a$  и  $\epsilon$  совпадают.

В системе СИ обе эти величины отличаются не только абсолютными своими значениями, но и тем, что  $\epsilon_a$  имеет размерность, а  $\epsilon$  — величина безразмерная.

Из формул (3.17) и (3.17') следует, что напряженность и потенциал точечного заряда (или сферического тела, заряженного равномерно с зарядом  $q$ ) в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  будут определяться формулами

$$E = \frac{q}{\epsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{\epsilon r} \quad (\text{в системе СГСЭ}),$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (\text{в системе СИ}).$$

Подчеркнем, что закон Кулона (3.17) и (3.17') справедлив для диэлектриков, которые удовлетворяют следующим условиям.

1) Диэлектрик должен обладать одинаковыми свойствами во всем объеме и по всем направлениям, т. е. он должен быть однородным и изотропным. В противном случае внутри диэлектрика возникнут объемные заряды, которые также будут действовать на точечные заряды.

2) Он должен быть жидким (или газообразным), так как только в таком диэлектрике поляризационные заряды, появляющиеся вокруг точечных зарядов, распределяются по сферической поверхности.

В частном случае диэлектрик может быть и твердым, если только полость, которая вырезается внутри такого диэлектрика, имеет форму сферы, в центре которой находится заряд.

3) Диэлектрик должен быть безграничным, иначе поляризационные заряды, возникающие на его границах, будут искажать поле самого заряда, помещенного в этот диэлектрик.

Конечным по своим размерам диэлектрик может быть тогда, когда поверхность, ограничивающая его объем, имеет сферическую форму: в этом случае поляризационные заряды, возникающие на ней, не влияют на поле данного заряда.

Рассмотрим пример на применение закона Кулона для диэлектриков.

В шаре, сделанном из твердого однородного и изотропного диэлектрика, вокруг его центра вырезана сферическая полость, в которой помещен проводящий шарик, центр его совпадает с центром полости (рис. 3.23). Пусть заряд шарика равен  $+Q$ , а диэлектрическая проницаемость диэлектрика  $\epsilon$ .

Найдем, какая напряженность поля  $E_1$  будет в точке 1, лежащей внутри диэлектрика на расстоянии  $r_1$  от центра, и напряженность  $E_2$  в точке 2, находящейся вне шара на расстоянии  $r_2$  от его центра.

На поверхности полости (радиус ее обозначим через  $R$ ) возникает поляризационный заряд  $-Q_p$ , а на внешней поверхности шара — заряд  $+Q_p$  (так как диэлектрик однородный и изотропный). Эти заряды равномерно располагаются по поверхностям соответствующих сфер.

Напряженность  $E_1$  находится по формулам

$$E_1 = \frac{Q}{\epsilon r_1^2} \text{ (система СГСЭ),}$$

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^2} \text{ (система СИ),}$$

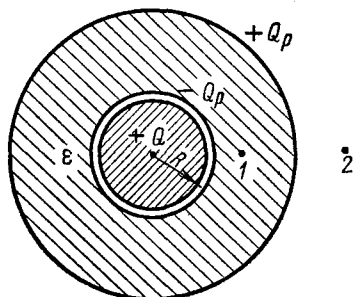


Рис. 3.23

так как для этого случая применим закон Кулона (3.17), (3.17'). Поле внутри диэлектрика создается только эффективными зарядами  $Q - Q_p$ , расположенными на сферической поверхности радиуса  $R$ , поскольку заряд, находящийся на внешней поверхности шара, не будет давать вклада

в поле (см. § 3.2).

Напряженность  $E_2$  найдется по формулам

$$E_2 = \frac{Q}{r_2^2} \text{ (система СГСЭ),}$$

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \text{ (система СИ).}$$

Видно, что поле вне шара такое, как будто диэлектрика нет. Это и понятно — напряженность  $\vec{E}_2$  равна сумме трех напряженностей: напряженности  $\vec{E}_0$ , созданной зарядом в отсутствие диэлектрика, напряженности  $\vec{E}_-$  — поля от поляризационного заряда  $-Q_p$  и напряженности  $\vec{E}_+$  — поля от заряда  $+Q_p$ :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_- + \vec{E}_+.$$

Но так как

$$E_- = \frac{-Q_p}{r_2^2}, \quad E_+ = \frac{Q_p}{r_2^2},$$

то

$$E_2 = E_0 = \frac{Q}{r_2^2} \text{ (система СГСЭ).}$$

### § 3.5. Электроемкость проводников

1. **Емкость уединенного проводника.** Как показывает опыт, если форма и размеры проводника не изменяются и остаются неизменными среда, в которой находится проводник, и расположение окружающих его тел, то чем большее количество заряда сообщать проводнику, тем выше будет его потенциал. Причем разные проводники будут приобретать различные потенциалы при зарядении их одинаковым зарядом. Это свидетельствует о том, что проводники обладают свойством, которое отличает их друг от друга. Свойство это характеризуется величиной, получившей название *электроемкости*, или просто *емкости* проводников.

Емкость проводников зависит от расположения окружающих предметов. Рассмотрим сначала емкость уединенного проводника — проводника, удаленного от всех тел настолько далеко, что они практически не влияют на его потенциал.

С увеличением заряда  $Q$  на уединенном проводнике прямо пропорционально возрастает его потенциал  $\varphi$  (если отсчитывать его от «бесконечности»). Это объясняется тем, что при увеличении заряда на проводнике увеличивается прямо пропорционально и напряженность поля, а потому — и работа на перемещение единичного заряда из бесконечности до проводника.

Следовательно,

$$\varphi = KQ,$$

где  $K$  — коэффициент пропорциональности.

Величина, обратная коэффициенту  $K$ :

$$C = \frac{1}{K} = \frac{Q}{\varphi}, \quad (3.18)$$

называется *емкостью уединенного проводника*. Емкость зависит от формы, размеров проводника и среды, в которой он находится, но не зависит от его материала, величины заряда на нем и его потенциала.

Емкость уединенного проводника есть величина, численно равная заряду, который надо сообщить незаряженному проводнику, чтобы потенциал его стал равен единице.

Поскольку размерности заряда  $[Q]$  и потенциала  $[\varphi]$  нам известны,  $[Q] = e^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2} \cdot \text{сек}^{-1}$ ,  $[\varphi] = e^{1/2} \cdot \text{см}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}$  (система СГСЭ), можно найти и размерность емкости

$$[C] = \frac{[Q]}{[\varphi]} = [\text{см}].$$

Как видим, емкость имеет размерность длины. Иначе говоря, за единицу емкости в системе СГСЭ принимается емкость такого проводника, увеличение на котором заряда на 1 СГСЭ<sub>q</sub> повышает его потенциал на 1 СГСЭ<sub>φ</sub>. Эта единица — сантиметр. Нетрудно убедиться, что это будет емкость проводящего шара радиуса в 1 см, помещенного в вакуум. Согласно (3.11) потенциал заряженного шара (сферы) в вакууме равен

$$\varphi = \frac{Q}{R} \quad (\text{система СГСЭ}),$$

где  $R$  — радиус шара. Сравнивая эту формулу с (3.18), находим  $C=R$ .

В системе СИ за единицу емкости принимается емкость такого проводника, потенциал которого меняется на 1 вольт при сообщении ему заряда в 1 кулон. Такая единица называется *фарадой* ( $\phi$ ):

$$1\phi = \frac{1\kappa}{1\epsilon} = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q}{\frac{1}{300} \text{ СГСЭ}_\varphi} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см.}$$

Если уединенный проводник помещается в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то его емкость возрастает в  $\epsilon$  раз, так как в этом случае потенциал проводника падает в  $\epsilon$  раз. Покажем это на примере проводящего шара, находящегося в диэлектрике. Потенциал такого шара равен (§ 3.2):

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon R} \text{ (система СГСЭ).}$$

Сравнивая эту формулу с (3.18), получим емкость шара в диэлектрике

$$C = \epsilon R.$$

**2. Конденсаторы. Соединения конденсаторов.** На емкость проводника влияет наличие вблизи него других тел. Действительно, если к заряженному проводнику приблизить какое-нибудь тело, то под влиянием зарядов, имеющих на теле (или возникших через влияние), поле проводника исказится. При этом изменится работа, необходимая для того, чтобы перенести единицу пробного заряда из бесконечности на проводник, т. е. изменится потенциал проводника, а следовательно, и его емкость.

Однако можно создать такие системы проводников, емкость которых не зависела бы от расположения окружающих тел. Такими системами являются *конденсаторы*.

Простейшие конденсаторы представляют собой два проводника, расположенные таким образом, чтобы поле, создаваемое их зарядами, было сосредоточено («сконденсировано») в пространстве, защищенном самими проводниками от внешних воздействий. При зарядке конденсатора его проводники заряжаются одинаковыми по величине, но противоположными по знаку зарядами  $+Q$  и  $-Q$ , при этом разность потенциалов (или *напряжение*) между проводниками оказывается возрастающей прямо пропорционально величине заряда  $Q$ .

Емкость конденсатора есть отношение заряда одного из проводников  $Q$  к напряжению между ними  $U$

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (3.18')$$

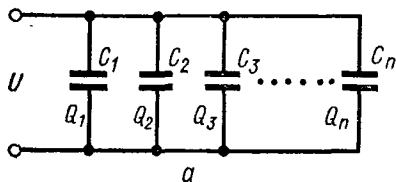
Помимо емкости конденсаторы характеризуются также рабочим напряжением, превышение которого может привести к «пробою» — между пластинами (обкладками) возникает разряд, разрушающий изоляцию конденсатора.



Для подбора нужной емкости при заданном рабочем напряжении конденсаторы соединяют в батареи.

Рассматривают параллельное и последовательное соединение конденсаторов.

Если  $n$  конденсаторов с емкостями  $C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_n$  соединены параллельно (рис. 3.24, а), то постоянным будет напряжение  $U$  на всех конденсаторах. Заряды на конденсаторах равны:  $Q_1 = C_1 U$ ,  $Q_2 =$



$= C_2 U, \dots, Q_i = C_i U, \dots, Q_n = C_n U$ . Полный заряд всей батареи есть сумма этих зарядов

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = U \sum_{i=1}^n C_i.$$

С другой стороны,  $Q = CU$ , где  $C$  — емкость всей батареи. Сравнивая эти два выражения для полного заряда  $Q$ , получаем

$$C = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Итак, емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме их емкостей.

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 3.24, б) одинаковым для всех конденсаторов будет заряд  $Q$ .

Напряжения на конденсаторах определяются по формулам

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2}, \dots, U_i = \frac{Q}{C_i}, \dots, U_n = \frac{Q}{C_n}.$$

Напряжение батареи равно сумме этих напряжений

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = Q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Откуда

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

где  $C$  — емкость батареи. Как видим, при последовательном соединении конденсаторов величина, обратная емкости батареи, равна сумме обратных величин емкостей соединяемых конденсаторов.

**3. Емкость плоского конденсатора.** Плоский конденсатор состоит из пары параллельных проводящих пластин, расстояние между которыми  $d$  мало по сравнению с их размерами. Будем считать, что пространство между пластинами заполнено однородным и изотропным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Пусть площадь пластин конденсатора равна  $S$ , а заряды на них  $+Q$  и  $-Q$ .

Обозначим через  $E$  напряженность поля в диэлектрике. Напряжение между пластинами согласно § 3.3 равно  $U=Ed$ . Напряженность поля в диэлектрике  $E$  в  $\epsilon$  раз меньше, чем напряженность поля в отсутствие диэлектрика  $E_0$ . Поскольку в соответствии с формулой (3.6)

$$E_0 = 4\pi \frac{Q}{S},$$

то

$$E = 4\pi \frac{Q}{\epsilon S}$$

и, следовательно,

$$U = \frac{4\pi Qd}{\epsilon S}.$$

Сравнивая последнюю формулу с (3.18'), получаем в системе СГСЭ

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}.$$

В системе СИ

$$E = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0 S},$$

так что

$$U = \frac{Qd}{\epsilon\epsilon_0 S}$$

и

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

**4. Энергия заряженного конденсатора.** То обстоятельство, что заряженный конденсатор имеет запас энергии, подтверждает следующий опыт.

Возьмем конденсатор  $C$  (рис. 3.25) и зарядим его от батареи  $B$  (переключатель  $\Pi$  находится в положении 1). При перебрасывании переключателя в положение 2 конденсатор разряжается через электрическую лампочку  $L$  и лампочка вспыхивает. Электрический ток, возникающий при разрядке конденсатора, проходя через нить лампочки, выделяет в ней определенное количество тепла. Это означает, что заряженный конденсатор обладает электрической энергией.

Выясним, от каких величин зависит энергия конденсатора.

Для этого подсчитаем работу, которая совершается при разрядке конденсатора емкостью  $C$ , имеющего заряд  $Q$ , до напряжения  $U$ . Эта работа и будет мерой энергии конденсатора.

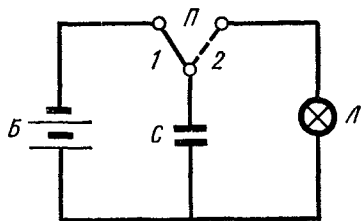


Рис. 3.25

Предположим для простоты, что весь заряд  $Q = CU$  переходит с одной пластины (обкладки) конденсатора на другую малыми порциями, равными  $\Delta Q = \frac{Q}{n}$ , где  $n$  — целое и большое число ( $n \gg 1$ ).

При каждом переносе заряда  $\Delta Q$  напряжение падает на величину  $\Delta U = \frac{\Delta Q}{C}$ .

Первая порция заряда будет переноситься при напряжении  $U$ . Поэтому согласно (3.10) работа по перемещению этого заряда равна

$$\Delta A_1 = \Delta Q U.$$

Вторая порция заряда  $\Delta Q$  переносится при напряжении  $U - \Delta U$ , и работа по перемещению второй порции равна

$$\Delta A_2 = \Delta Q (U - \Delta U).$$

Работа по перемещению  $n$ -ной порции заряда равна

$$\Delta A_n = \Delta Q [U - (n-1) \Delta U].$$

Полная работа  $A$ , которая затрачивается на перемещение всего заряда  $Q$ , равна сумме этих работ

$$A = \sum_{i=1}^n \Delta A_i = n \Delta Q U - [1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)] \Delta Q \Delta U.$$

Учитывая, что

$$1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \approx \frac{n^2}{2} \quad (\text{так как } n \gg 1),$$

получим выражение для энергии заряженного конденсатора  $W$ :

$$W = A = \frac{QU}{2}. \quad (3.19)$$

Итак, энергия конденсатора равна половине произведения величины заряда на напряжение конденсатора. Энергию конденсатора можно выразить через его емкость  $C$  и напряжение  $U$ . Подставив в (3.19)  $Q = CU$ , получим

$$W = \frac{CU^2}{2}. \quad (3.20)$$

Подставляя  $U = \frac{Q}{C}$  в (3.19), получим формулу, выражающую энергию конденсатора  $W$  через заряд конденсатора и его емкость

$$W = \frac{Q^2}{2C}.$$

Аналогичные формулы можно получить и для энергии заряженного уединенного проводника. В этом случае  $C$  будет означать емкость,  $Q$  — заряд уединенного проводника, а  $U$  — потенциал уединенного проводника.

## ГЛАВА 2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

### § 3.6. Электронная теория электропроводности

#### 1. Условия возникновения и поддержания электрического тока.

*Электрическим током* называется любое упорядоченное движение электрических зарядов внутри вещества или в вакууме. Упорядоченное движение электрических зарядов в различного рода проводниках получило название *токов проводимости*. Для возникновения и поддержания электрического тока проводимости необходимы два условия:

1) наличие в данном проводнике *свободных* зарядов (такими зарядами в металлах являются электроны проводимости, в электролитах — положительные и отрицательные ионы, в газах — электроны и ионы);

2) наличие сил (электрических полей), действующих на эти заряды.

Кулоновские силы не могут быть причиной возникновения продолжительного электрического тока, так как они быстро приводят свободные заряды в состояние статического равновесия, при котором электрическое поле в проводнике исчезает, а потенциалы всех точек выравниваются. Поэтому для поддержания в цепи длительного тока нужно, чтобы на свободные заряды действовали другие, неэлектростатические, так называемые *сторонние силы*.

Устройства, которые обеспечивают возникновение таких сторонних сил, называются источниками *электродвижущей силы*, или *источниками тока*. В таких источниках происходит разделение разноименных зарядов за счет процессов, например, химических (гальванические элементы), механических (электрические генераторы) и других.

Упорядоченное движение электрических зарядов можно осуществить и с помощью перемещения в пространстве заряженных тел. Такой электрический ток называют *конвекционным*.

За направление электрического тока условно принимается направление движения *положительных* зарядов. Поэтому в тех проводниках, в которых проводимость осуществляется электронами или отрицательными ионами, направление тока *противоположно* направлению движения зарядов.

**2. Сила и плотность тока.** Количественной характеристикой тока является *сила тока* — скалярная величина, равная отношению электрического заряда  $\Delta q$ , прошедшего через поперечное сечение проводника за промежуток времени  $\Delta t$ , к величине  $\Delta t$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Предел этого отношения при бесконечно малом значении  $\Delta t$  называется *мгновенной силой тока*.

Если сила тока не изменяется с течением времени, то такой ток называется *постоянным*. Сила постоянного тока равна

$$I = \frac{q}{t},$$

где  $q$  — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время  $t$ . Если в этой формуле положить  $q=1$  СГСЭ<sub>q</sub>, а  $t=1$  сек, то получим единицу силы тока в системе СГСЭ:

$$1 \text{ СГСЭ}_1 = \frac{1 \text{ СГСЭ}_q}{1 \text{ сек}}.$$

В системе СИ применяется другая единица силы тока — *ампер* ( $a$ ): 1 ампер есть ток, при котором через поперечное сечение проводника в каждую секунду протекает заряд в 1 кулон.

Очевидно, что

$$1a = \frac{1\text{к}}{1 \text{ сек}} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_1.$$

Сила постоянного тока одинакова во всех сечениях проводника. В этом легко убедиться следующим образом.

Допустим, что в двух различных сечениях проводника сила тока имеет разные значения  $I_1$  и  $I_2$ . Тогда заряд, прошедший через одно сечение за время  $t$ , был бы равен  $Q_1=I_1t$ , а заряд, прошедший через другое сечение за то же время  $t$ , равен  $Q_2=I_2t$ . Следовательно,  $Q_1 \neq Q_2$ . Но это было бы возможно, если бы в каком-то месте рассматриваемого проводника происходило накопление или возникала убыль зарядов, что вызвало бы изменение силы тока со временем, и тогда ток не был бы постоянным.

Для характеристики распределения тока по сечению проводника вводится понятие *плотности тока* как отношение силы тока  $\Delta I$ , который прошел через элементарную площадь  $\Delta S$ , расположенную перпендикулярно к направлению тока, к величине этой площади

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S}.$$

Если плотность постоянного тока одинакова по всему сечению проводника, то последнюю формулу можно записать в виде

$$j = \frac{I}{S},$$

где  $I$  — сила тока в проводнике,  $S$  — площадь поперечного сечения проводника.

Если в цепи постоянного тока есть проводники с разными поперечными сечениями, то, как следует из последней формулы, плотности тока  $j_1$  и  $j_2$  в различных сечениях обратно пропорциональны площадям  $S_1$  и  $S_2$  этих сечений

$$\frac{j_1}{j_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Выясним, от чего зависит плотность тока. Для этого выделим внутри какого-нибудь проводника площадку величиной  $S$ , расположенную перпендикулярно направлению средней скорости движения зарядов  $\bar{v}$ , и определим заряд  $Q$ , который пройдет через площадку  $S$  за время  $t$ .

Ясно, что величина  $Q$  будет равна суммарному заряду всех заряженных частиц, которые будут находиться внутри цилиндра длиной  $l = \bar{v}t$  и основанием, равным  $S$ .

Если  $n$  — концентрация заряженных частиц (т. е. число частиц в единице объема), то количество частиц внутри этого цилиндра равно  $N = n\bar{v}tS$ . Тогда величина заряда  $Q$  будет равна

$$Q = eN = en\bar{v}tS,$$

где  $e$  — заряд одной частицы. С другой стороны, заряд  $Q$  можно записать в виде

$$Q = It = jSt,$$

где  $j$  — плотность тока. Сравнивая две последние формулы, получим

$$j = en\bar{v}. \quad (3.21)$$

Итак, плотность тока равна произведению величины заряда частицы, концентрации частиц и средней скорости их направленного движения.

**3. Понятие об электронной проводимости металлов.** Согласно представлениям электронной теории высокая электрическая проводимость металлов объясняется наличием большого числа свободных зарядов — электронов проводимости. Эти электроны, находясь в состоянии непрерывного теплового движения, образуют своеобразный *электронный газ*, подобный идеальному одноатомному газу. При своем движении электроны проводимости сталкиваются с ионами кристаллической решетки металла. Поэтому можно говорить о длине *свободного пробега* электронов.

Хаотичное движение электронов не вызывает электрического тока, так как в любом направлении перемещается одинаковое количество электронов. Если же внутри металла создано электрическое поле сторонних сил, то под действием этого поля электроны получают дополнительную скорость  $v_n$  направленного движения. В этом случае электроны будут двигаться не совсем беспорядочно: наряду с хаотичным тепловым движением электронный газ будет перемещаться как целое. Такое упорядоченное движение электронов ведет к переносу заряда, а поэтому возникает электрический ток.

Скорость направленного движения электронов мала по сравнению со средней скоростью теплового движения. Чтобы в этом убедиться, проведем несложный расчет для медного провода.

Скорость направленного движения  $v_n$  связана с плотностью тока  $j$  соотношением (см. (3.21))

$$v_n = \frac{j}{en},$$

где  $n$  — концентрация электронов,  $e$  — заряд электрона, равный  $1,6 \cdot 10^{-19}$  к.

Концентрация электронов в металле часто бывает того же порядка, что и число атомов в единице объема, которое равно  $N/V$ , где  $N=6,02 \cdot 10^{23}$  — число атомов в 1 кг-атоме, а  $V$  — объем 1 кг-атома.

Так как атомный вес меди равен 63,5, то 1 кг-атом имеет массу  $M=63,5$  кг. Деля массу  $M$  на плотность меди  $\delta=8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, получим объем 1 кг-атома.

За величину плотности тока возьмем максимальное допустимое ее значение для медного провода

$$j = 10^7 \frac{a}{m^2}.$$

Тогда для  $v_n$  получим

$$v_n = \frac{jM}{e\delta N} = \frac{10^7 \cdot 63,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{26}} = 7,4 \cdot 10^{-4} \frac{m}{сек}.$$

Средняя же скорость теплового движения электронов при комнатной температуре есть величина порядка  $10^5$  м/сек.

Таким образом, мы видим, что скорость направленного движения электронов в металле много меньше скорости их теплового хаотичного движения.

### § 3.7. Законы постоянного тока

**1. Закон Ома для участка цепи и его объяснение в электронной теории.** Закон Ома для участка цепи заключается в следующем: сила тока  $I$  в проводнике прямо пропорциональна напряжению  $U$  на его концах

$$I = KU.$$

Коэффициент пропорциональности  $K$  называется *проводимостью* проводника, а величина, обратная проводимости, — *сопротивлением*  $R$  проводника, т. е.

$$I = \frac{U}{R}.$$

Покажем, как с помощью электронной теории можно объяснить этот закон.

Выберем в цепи, по которой течет постоянный ток, участок проводника длиной  $l$  и с одинаковой площадью  $S$  поперечного сечения. Пусть напряжение на этом участке равно  $U$ . Сила тока  $I$  согласно (3.21) равна

$$I = jS = en\bar{v}_n S,$$

где  $e$  — заряд электрона,  $n$  — концентрация электронов проводимости, а  $\bar{v}_n$  — средняя скорость их направленного движения.

Сначала докажем, что скорость  $\bar{v}_n$  прямо пропорциональна напряженности  $\vec{E}$  поля в проводнике. Для этого предположим, что электроны проходят между двумя последовательными соударениями с ионами решетки пути, равные средней длине свободного пробега  $\bar{l}$ , предположим

также, что при каждом соударении электрон передает решетке всю свою энергию и после соударения начинает движение без начальной скорости.

Электрон под действием силы  $\vec{F} = e\vec{E}$  получает ускорение  $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$ , где  $m$  — масса электрона. Среднее время  $\bar{t}$  между двумя соударениями электрона равно  $\bar{t} = \frac{\bar{\lambda}}{v_T + \bar{v}_H}$ , где  $\bar{v}_T$  — средняя скорость теплового движения электронов.

Поскольку  $\bar{v}_T \gg \bar{v}_H$ , то  $\bar{t} = \frac{\bar{\lambda}}{v_T}$ . Электрон, двигаясь равноускоренно, приобретает за время  $\bar{t}$  скорость

$$v = a\bar{t} = \frac{e}{m} \cdot \frac{\bar{\lambda}}{v_T} E.$$

Среднее за время свободного пробега значение скорости направленного движения  $\bar{v}_H$  равно  $\frac{1}{2} v$ :

$$\bar{v}_H = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{\bar{\lambda}}{v_T} E.$$

Подставляя это значение  $\bar{v}_H$  в выражение для силы тока  $I$ , получим

$$I = \frac{e^2 n \bar{\lambda}}{2m v_T} ES.$$

Умножая и деля  $I$  на длину проводника  $l$  и учитывая, что  $U = El$ , найдем

$$I = \frac{U}{\rho \frac{l}{S}},$$

где

$$\rho = \frac{2m \bar{v}_T}{e^2 n \bar{\lambda}}. \quad (3.22)$$

Обозначим сопротивление проводника через  $R$ . Тогда имеем

$$I = \frac{U}{R}.$$

Значит,

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (3.23)$$

Мы получили закон Ома для участка цепи.

**2. Сопротивление проводников. Зависимость сопротивления от температуры. Соединения проводников.** Формула (3.23) выражает



зависимость сопротивления однородного проводника от его длины, поперечного сечения и величины  $\rho$ , которая называется *удельным сопротивлением*.

В системе СИ за единицу сопротивления принимается сопротивление такого проводника, в котором при напряжении между его концами в  $1 \text{ в}$  течет ток силой в  $1 \text{ а}$ . Эта единица называется *омом* ( $\text{ом}$ ).

Полагая в (3.23)  $l=1 \text{ м}$ ,  $S=1 \text{ м}^2$ ,  $R=1 \text{ ом}$ , получаем единицу удельного сопротивления  $1 \text{ ом}\cdot\text{м}$ .

В электротехнике принято измерять  $l$  в  $\text{м}$ ,  $S$  — в  $\text{мм}^2$ ,  $R$  — в  $\text{ом}$ , тогда  $\rho$  выражается в  $\frac{\text{ом}\cdot\text{мм}^2}{\text{м}}$ .

Удельное сопротивление — свойство проводника, и зависит от его состояния. Как видно из формулы (3.22), величина  $\rho$  тем меньше, чем больше концентрация свободных электронов в металле  $n$  и средняя длина свободного пробега  $\bar{\lambda}$  и чем меньше средняя скорость теплового движения электронов  $\bar{v}_T$ .

Так как значение  $\bar{v}_T$  растет с температурой, то удельное сопротивление  $\rho$  увеличивается с ростом температуры металлического проводника.

Таким образом, сопротивление проводников является следствием соударений электронов с атомами и ионами кристаллической решетки. С повышением температуры возрастает средняя скорость беспорядочного движения свободных электронов и увеличивается амплитуда тепловых колебаний ионов (атомов) металла; это приводит к возрастанию числа столкновений электронов с частицами в узлах решетки — сопротивление проводника повышается.

Опыты показали, что при не слишком высоких и не очень низких температурах и для почти всех металлов удельное сопротивление  $\rho$  (а следовательно, и сопротивление  $R$ ) меняется с температурой линейно

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t).$$

Здесь  $t$  — температура по шкале Цельсия,  $\rho_0$  — удельное сопротивление при  $0^\circ \text{С}$ ,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления.

При переходе к низким температурам (порядка  $1 \div 10^\circ$  по абсолютной шкале) сопротивление некоторых металлов (например, олова, цинка, свинца, ртути) резко падает почти до нуля. Это явление называется *сверхпроводимостью*. Движение электронов в металле, находящемся в состоянии сверхпроводимости, приобретает высокую степень упорядоченности, при которой электроны перемещаются по проводнику, почти не испытывая соударений с атомами и ионами решетки.

Электронная теория не смогла дать полного объяснения явлению сверхпроводимости. Это удалось сделать лишь с помощью квантовой теории твердых тел.

Проводники могут быть соединены как последовательно, так и параллельно. Используя тот факт, что через все  $n$  последовательно соединенных проводников (с сопротивлениями  $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n$ ) идет

ток одинаковой силы и что напряжение на концах крайних проводников равно сумме напряжений на отдельных проводниках, легко получить формулу для общего сопротивления  $R$ :

$$R = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Общее сопротивление  $R$  параллельно соединенных проводников определяется по формуле

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

где  $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n$  — сопротивления отдельных проводников, число которых равно  $n$ . Эта формула получается из условия постоянства напряжения на всех параллельно включенных проводниках и равенства суммарной силы тока сумме токов, протекающих по каждому из проводников.

**3. Закон Ома для полной цепи. Напряжение на зажимах источника тока.** Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из внешней ее части, имеющей сопротивление  $R$ , и внутренней — источника тока с сопротивлением  $r$ .

Источник тока служит для создания и поддержания внутри проводников электрического поля. В результате происходящего внутри источника разделения положительных и отрицательных зарядов источник приобретает запас потенциальной энергии, который расходуется на работу по перемещению зарядов по всей цепи.

Максимальный запас потенциальной энергии, отнесенный к единице заряда, есть *электродвижущая сила* (э. д. с.) источника. Она измеряется работой тока при перемещении единицы положительного заряда по всей замкнутой цепи, э. д. с. выражается в тех же единицах, что и напряжение.

Мерой работы по перемещению единицы заряда на каком-либо участке цепи является падение напряжения на этом участке:

$$U = IR.$$

Поэтому согласно закону сохранения энергии э. д. с. источника равна сумме падений напряжений на внешней и внутренней частях цепи:

$$\mathcal{E} = IR + Ir, \quad (3.24)$$

где  $\mathcal{E}$  — э. д. с. источника, а  $I$  — сила тока в цепи. Отсюда получаем

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}.$$

Последняя формула выражает *закон Ома для полной цепи*.

Основываясь на законе Ома для полной цепи, выясним, как зависит напряжение на зажимах источника тока от сопротивления внешней цепи.

Соберем цепь, состоящую из последовательно соединенных источника с э. д. с., равной  $\mathcal{E}$ , и внутренним сопротивлением  $r$ , реостата, сопротивление которого равно  $R$ , и амперметра  $A$  (рис. 3.26).

С помощью вольтметра  $V$  будем измерять напряжение на зажимах источника. Сопротивление этого вольтметра подберем такое, чтобы оно намного превышало сопротивление реостата  $R$  и внутреннее сопротивление источника тока  $r$ .

Если мы разомкнем цепь, то вольтметр даст наибольшее показание. Замкнув цепь, будем увеличивать силу тока  $I$ , уменьшая сопротивление  $R$ . Тогда показания вольтметра будут уменьшаться и при очень малых значениях  $R$  ( $R \rightarrow 0$ ) падают до нуля. Это явление легко объяснить следующим образом.

Применяя ко внешней цепи закон Ома для участка цепи, получим

$$U = IR,$$

где  $U$  — напряжение на зажимах источника тока. Согласно закону Ома для полной цепи имеем

$$U = \mathcal{E} - Ir.$$

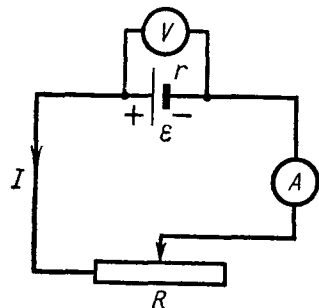


Рис. 3.26

Из этой формулы мы видим: когда цепь разомкнута (значение сопротивления  $R$  бесконечно велико), то ток в цепи равен нулю и, следовательно  $U = \mathcal{E}$ , т. е. напряжение на зажимах источника равно э. д. с.

С уменьшением величины сопротивления  $R$  сила тока в цепи увеличивается. Это приводит к уменьшению напряжения  $U$ .

При  $R = 0$  сила тока достигает максимального значения

$$I_m = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Явление возникновения тока в цепи при замыкании зажимов источника накоротко (т. е. без внешнего сопротивления) называется *коротким замыканием*. Поэтому максимальное значение тока  $I_m$  называют *током короткого замыкания*.

Отметим, что выражение (3.24) называют законом Ома для участка цепи, содержащего источник э. д. с.

**4. Правила Кирхгофа. Соединения источников тока.** На практике часто приходится рассчитывать сложные разветвленные электрические цепи: например находить силы токов во всех участках цепи по заданным значениям сопротивлений и э. д. с. Решение подобных задач облегчается применением так называемых *правил Кирхгофа*.

Первое правило Кирхгофа. Рассмотрим какой-нибудь участок произвольной разветвленной цепи (рис. 3.27). Выберем точку разветвления  $A$  (узел).

Из условия постоянства силы тока следует, что количество заряда, вошедшее за секунду в узел  $A$ , равняется количеству заряда, вышедшего

за секунду из этого узла. Иначе говоря, сумма токов, притекающих к узлу, равна сумме токов, утекающих из узла. Тогда для узла  $A$  имеем

$$I' + I_3 = I'' + I_1,$$

или

$$I' + I_3 - I'' - I_1 = 0.$$

Иначе говоря, алгебраическая сумма токов в узле равна нулю. Токи считаются положительными, если они притекают к узлу, и отрицательными, если они текут от узла.

Эти формулы выражают 1-е правило Кирхгофа.

**Второе правило Кирхгофа.** Применим к отдельным участкам замкнутого контура  $ABC$  (рис. 3.27) закон Ома для участка цепи, содержащего э. д. с. (см. (3.24)), записав его в виде

$$U + Ir = \mathcal{E}.$$

При этом будем пользоваться следующим правилом знаков.

Выберем направление обхода контура (например, по часовой стрелке) и будем считать э. д. с. положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура; э. д. с., которые создают ток противоположного направления, будем считать отрицательными.

Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считаются положительными. Знак падения напряжения на каком-нибудь сопротивлении определяется знаком тока, протекающего через это сопротивление.

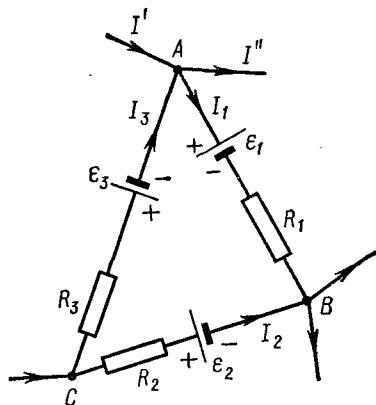


Рис. 3.27

Обозначим потенциалы узлов  $A$ ,  $B$  и  $C$  через  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$  и  $\varphi_C$ . Тогда согласно последней формуле имеем

$$\varphi_B - \varphi_A + I_1 R_1 = -\mathcal{E}_1,$$

$$\varphi_C - \varphi_B - I_2 R_2 = \mathcal{E}_2,$$

$$\varphi_A - \varphi_C + I_3 R_3 = -\mathcal{E}_3,$$

где  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  — токи;  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  — сопротивления;  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_3$  — э. д. с. соответствующих контуров цепи. Складывая эти уравнения, получим

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = -\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3.$$

Как видим, алгебраическая сумма падений напряжений на замкнутом контуре равна алгебраической сумме э. д. с., действующих в этом контуре. Это 2-е правило Кирхгофа.

При расчете разветвленной цепи следует применять следующий порядок:

1) выбрать и обозначить на чертеже направления токов во всех участках цепи;

2) выбрать направление обхода контуров;

3) написать уравнения, соответствующие правилам Кирхгофа, для узлов и выделенных контуров, число уравнений должно равняться числу искомых величин.

Если при подстановке численных данных значение силы тока (или падение напряжения на каком-либо участке) окажется отрицательным, то это будет означать, что выбранное направление тока противоположно действительному его направлению.

В качестве примера на применение правил Кирхгофа приведем расчет цепей, содержащих последовательное и параллельное соединения источников тока.

Пусть  $n$  одинаковых источников тока (с э. д. с.  $\mathcal{E}_0$  и внутренним сопротивлением  $r_0$  каждый) соединены последовательно и замкнуты на сопротивление  $R$  (рис. 3.28, а).

Выберем обход контура по часовой стрелке. Используя 2-е правило Кирхгофа, получим

$$IR + Inr_0 = n\mathcal{E}_0,$$

где  $I$  — сила тока, или

$$I = \frac{n\mathcal{E}_0}{R + nr_0}.$$

Сравнивая эту формулу с законом Ома для полной цепи, видим, что такая батарея действует как один источник тока с э. д. с., равной

$\mathcal{E} = n\mathcal{E}_0$ , и внутренним сопротивлением  $r = nr_0$ , т. е. при последовательном соединении  $n$  одинаковых источников тока э. д. с. батареи и ее внутреннее сопротивление возрастают в  $n$  раз по сравнению со случаем одного источника.

Пусть теперь все  $n$  одинаковых источников тока ( $\mathcal{E}_0, r_0$ ) соединены параллельно и подключены к сопротивлению  $R$  (рис. 3.28, б). Обозначим направления токов так, как показано на рисунке. Будем обходить все контуры по часовой стрелке. Применяя к узлу  $A$  1-е правило Кирхгофа, найдем

$$I = i_1 + i_2 + \dots + i_n.$$

Для отдельных простых контуров 2-е правило Кирхгофа дает

$$\begin{aligned} i_1 r_0 - i_2 r_0 &= 0, \\ i_2 r_0 - i_3 r_0 &= 0, \\ \vdots & \\ i_{n-1} r_0 - i_n r_0 &= 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений находим  $i_1 = i_2 = \dots = i_n = \frac{I}{n}$ . Для контура  $A'B'BA$  имеем  $IR + i_n r_0 = \mathcal{E}_0$ . Подставляя в это уравнение значение

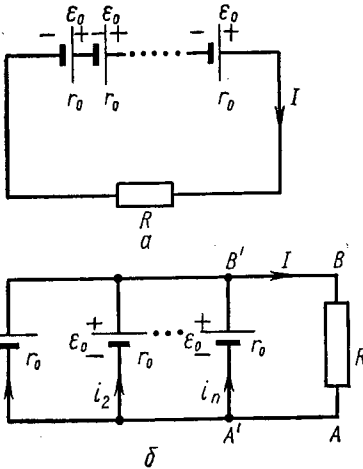


Рис. 3.28

силы тока  $i_n$ , получим

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R + \frac{r_0}{n}}.$$

Из этой формулы видно, что батарея действует как один источник с э. д. с.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$  и внутренним сопротивлением  $r = \frac{r_0}{n}$ . Таким образом, при параллельном соединении  $n$  одинаковых источников тока э. д. с. батареи равна э. д. с. одного источника, а внутреннее сопротивление батареи становится в  $n$  раз меньше, чем сопротивление одного источника.

### § 3.8. Работа и мощность тока

**1. Закон Джоуля — Ленца.** В любой замкнутой цепи источник тока совершает работу. Эта работа может пойти на увеличение внутренней энергии проводника (нагревание), на изменение его механической энергии (движение проводника с током в магнитном поле). Таким образом, величина работы источника тока определяет то количество электрической энергии, которое превращается в другие виды энергии.

Найдем выражение для работы источника тока.

Работа по перемещению электрического заряда  $q$  в электрическом поле между двумя точками с напряжением  $U$  равна  $A = qU$ .

Для постоянного тока

$$q = It,$$

где  $I$  — сила тока,  $t$  — время. Поэтому искомая работа  $A$  будет равна

$$A = IUt.$$

Так как мощность тока  $P = \frac{A}{t}$ , то

$$P = IU.$$

Используя выражения законов Ома для участка и полной цепи, легко получить формулы работы и мощности. Для участка цепи с сопротивлением  $R$

$$A = \frac{U^2}{R}t, \quad P = \frac{U^2}{R}$$

( $U$  — напряжение на этом участке цепи); для полной замкнутой цепи

$$A = \frac{\mathcal{E}^2}{R'}t, \quad P = \frac{\mathcal{E}^2}{R'}$$

( $\mathcal{E}$  — суммарная э. д. с. цепи,  $R'$  — полное сопротивление цепи).

С помощью закона Ома можно выразить работу  $A$  и мощность  $P$  через силу тока  $I$ :

$$A = I^2Rt, \quad P = I^2R.$$

Если измерять силу тока в амперах, напряжение — в вольтах, а время — в секундах, то работа будет выражаться в джоулях (*дж*) (система СИ).

Мощность источника постоянного тока в системе СИ измеряется в ваттах (*вт*)

$$1 \text{ вт} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ сек}}, \text{ или } 1 \text{ вт} = 1 \text{ а} \cdot 1 \text{ в}.$$

При протекании постоянного тока через неподвижный металлический проводник вся работа источника тока  $A$  превращается в тепло

$$Q = kA,$$

где  $Q$  — количество теплоты, которая выделяется в проводнике,  $k$  — тепловой эквивалент работы.

Подставляя в эту формулу значение работы  $A$ , выраженной через силу тока  $I$ , сопротивление проводника  $R$  и время  $t$ , получим

$$Q = kI^2Rt,$$

Эта формула выражает закон Джоуля — Ленца, который устанавливает связь между работой, совершаемой при протекании по проводнику тока силой  $I$ , и выделяющимся при этом количеством тепла  $Q$ .

В системе СИ энергия, работа и количество теплоты измеряются в одинаковых единицах — джоулях, а поэтому  $k=1$ . Если электрические величины измеряются в единицах системы СИ, а количество тепла — в калориях, то  $k=0,24 \frac{\text{кал}}{\text{дж}}$ .

## 2. Закон Джоуля — Ленца с точки зрения электронной теории.

Пусть по металлическому однородному проводнику, имеющему длину  $l$  и постоянное поперечное сечение  $S$ , течет ток силой  $I$ . Найдем количество теплоты  $Q$ , которое выделится в этом проводнике за время  $t$ . При этом будем считать, что при каждом соударении электрона с атомом (ионом) кристаллической решетки вся энергия электрона передается решетке и, следовательно, превращается в тепло.

Обозначим через  $W_0$  кинетическую энергию, которую имеет электрон перед самым столкновением. За время  $t$  каждый электрон испытает  $v = \frac{\bar{v}_T}{\lambda} t$  соударений ( $\bar{v}_T$  — средняя скорость теплового движения,  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега электрона).

Энергия, передаваемая решетке одним электроном за  $v$  соударений в течение  $t$  сек, равна  $W_0 v$ . Если во всем объеме проводника содержится  $N$  электронов, то энергия, которую получит решетка от всех  $N$  электронов в течение  $t$  сек, будет равна  $W = N W_0 v$ . Вся эта энергия переходит в тепло, поэтому  $W = Q$ . Так как (см. § 3.7)

$$W_0 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2 \bar{\lambda}^2}{m v_T^2} E^2,$$

а

$$N = n l S$$

( $n$  — концентрация электронов), то

$$Q = \frac{ne^2\lambda}{2mv_T} E^2 l St.$$

Учитывая, что удельное сопротивление  $\rho$  выражается формулой (3.22) и что  $E = \frac{IR}{l}$  (где  $R$  — сопротивление проводника), имеем

$$Q = I^2 Rt,$$

т. е. закон Джоуля — Ленца (система СИ).

## ГЛАВА 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

### § 3.9. Магнитное поле и его свойства

**1. Магнитное поле. Магнитная индукция.** Всякий электрический ток (например, ток проводимости или конвекционный) способен действовать на другой ток с силой, которая не может быть объяснена кулоновским взаимодействием. Например, два прямых параллельных проводника, по которым текут электрические токи, притягиваются или отталкиваются в зависимости от направления этих токов. Проводники с током в целом электрически нейтральны. Следовательно, в этом случае проявляются иные силы взаимодействия, отличные от кулоновских. Эти силы получили название *магнитных сил*.

Подобно тому как покоящийся электрический заряд действует на другой заряд посредством электрического поля, так и электрический ток действует на другой ток посредством поля особого рода — *магнитного поля*.

Неподвижные заряды не создают вокруг себя магнитного поля. Только движущиеся (в вакууме или в какой-нибудь среде) заряды и постоянные магниты являются источниками магнитного поля. Магнитное поле постоянных магнитов также вызывается движением зарядов в атомах вещества самого магнита. Так что по существу магнитное поле создается только движущимися зарядами.

Магнитное поле не оказывает никакого действия на покоящиеся заряды; оно действует на заряды, движущиеся в вакууме или в среде (токи в проводниках), и на магниты. Действие же магнитного поля на магниты сводится в конечном счете к действию его на заряды, которые движутся в веществе магнита. Следовательно, магнитное поле действует только на движущиеся заряды.

Для изучения свойств магнитного поля можно воспользоваться маленьким плоским витком с током, подводящие провода которого располагаются вплотную друг к другу или переплетаются. Размеры витка должны быть столь малыми, чтобы в его пределах магнитное поле можно было бы считать однородным. Сила тока в витке должна быть тоже



малой, чтобы магнитное поле самого витка не могло исказить исследуемого поля.

Такой виток (мы будем его называть «пробным» витком) подвешивается на тонких подводящих проводах. Угол закручивания нити измеряется по отклонению светового зайчика, который отбрасывается зеркальцем  $Z$  (рис. 3.29) на шкалу  $Ш$ .

Пробный виток, помещенный в магнитное поле, испытывает действие вращающего момента сил  $M$ , который можно определить, зная упругие свойства нити и угол ее закручивания. Опыт показывает, что для одной и той же точки определенного магнитного поля максимальная величина момента сил  $M$  пропорциональна произведению силы тока в витке  $i$  на площадь витка  $S$ :  $M \sim iS$ .

При этом оказывается, что отношение  $\frac{M}{iS}$  для выбранной точки поля остается постоянным; оно не зависит от свойств пробного витка и поэтому может служить характеристикой магнитного поля. Это отношение называется *магнитной индукцией* и обозначается буквой  $B$ :

$$B = \frac{M}{iS}. \quad (3.25)$$

Величину  $p_m = iS$  называют *магнитным моментом* витка и приписывают ей определенное направление. Вектор  $\vec{p}_m$  принято проводить перпендикулярно к плоскости витка в ту сторону, куда перемещался бы правовинтовой буравчик,

если его рукоятку вращать по направлению тока в витке.

Пробный виток, свободно подвешенный в магнитном поле, ориентируется так, что вектор  $\vec{p}_m$  совпадает с направлением магнитной индукции  $\vec{B}$ . Вращающий момент  $M$  будет максимальным, когда вектор  $\vec{p}_m$  перпендикулярен вектору  $\vec{B}$ .

Итак, магнитная индукция есть векторная величина, численно равная максимальному вращающему моменту, действующему на пробный виток с единичным магнитным моментом  $p_m = 1$ , и направленная вдоль вектора  $\vec{p}_m$  свободно подвешенного витка. Вектор  $\vec{B}$  является силовой характеристикой магнитного поля, так как связан с силовыми действиями этого поля на виток с током.

Так же как и электрическое, магнитное поле можно изображать графически с помощью магнитных силовых линий (линий магнитной индукции). Для определения направления силовых линий магнитного поля, создаваемого проводниками с током, применяются следующие два правила:

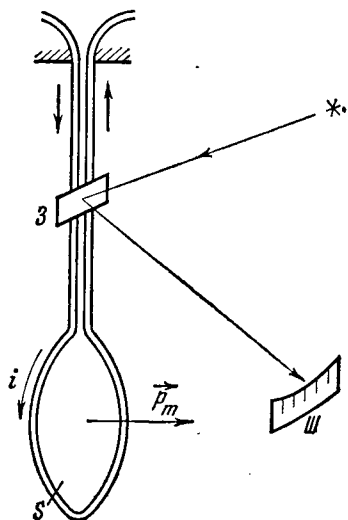


Рис. 3.29

1) *правило буравчика* — если правовинтовой буравчик ввинчивать по направлению тока, то направление вращения рукоятки буравчика будет совпадать с направлением силовых линий;

2) *правило «часовой стрелки»* — если смотреть навстречу току, то магнитные силовые линии должны быть направлены против часовой стрелки.

Магнитные силовые линии отличаются от электростатических тем, что они всегда замкнуты. Это свидетельствует о том, что в природе не существует «магнитных зарядов» (на которых они обрывались бы).

Для магнитного поля справедлив принцип суперпозиции, т. е. независимости действия полей, который позволяет с помощью геометрического сложения находить результирующий вектор магнитной индукции суммарного магнитного поля.

**2. Магнитная проницаемость среды.** Помещая пробный виток в различные вещества, в которых создается магнитное поле с помощью проводников с током, можно убедиться, что магнитная индукция имеет разные значения для различных сред. Это значит, что магнитная индукция зависит еще и от свойств среды.

Пусть магнитное поле создается проводником с током, сила которого поддерживается постоянной. Поместим в какую-нибудь точку пространства, выбранную вблизи проводника, пробный виток с магнитным моментом  $p_m$ .

Допустим, что максимальный вращающий момент, действующий на виток при наличии однородной среды, окружающей все пространство вокруг проводника, равен  $M$ , а в отсутствие среды (в вакууме) он равен  $M_0$ . Тогда для величин магнитных индукций в среде  $B$  и в вакууме  $B_0$  найдем

$$B = \frac{M}{p_m}, \quad B_0 = \frac{M_0}{p_m}.$$

Отношение  $\frac{B}{B_0} = \frac{M}{M_0} = \mu$  называется *относительной магнитной проницаемостью* среды (аналог относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ ). Величина  $\mu$  показывает, во сколько раз магнитная индукция в среде отличается от магнитной индукции в вакууме. Магнитная проницаемость характеризует магнитные свойства вещества; она зависит от рода вещества и его состояния (например, от температуры),  $\mu$  — величина безразмерная.

Наряду с относительной магнитной проницаемостью вводится еще *абсолютная* магнитная проницаемость  $\mu_a = \mu \mu_0$ , где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума (магнитная постоянная, см. ниже);  $\mu_a$  и  $\mu_0$  — величины размерные.

Принято характеризовать магнитное поле в вакууме (намагничивающее, внешнее поле) *напряженностью* магнитного поля  $\vec{H}$  — векторной величиной, не зависящей от свойств среды. Она связана с магнитной индукцией следующими соотношениями:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \quad \text{или} \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_a} = \frac{\vec{B}}{\mu \mu_0}.$$

3. **Магнитное поле постоянного тока. Закон Био — Савара — Лапласа.** Французский математик П. Лаплас, обобщив результаты экспериментов французских физиков Ж. Био и Ф. Савара, получил закон (названный *законом Био — Савара — Лапласа*), который заключается в следующем: если по проводнику течет постоянный ток силой  $I$  (рис. 3.30), то небольшой его отрезок длиной  $\Delta l$  создает в точке  $A$ , отстоящей от него на расстоянии  $r$ , магнитную индукцию  $\Delta \vec{B}$ , численное значение которой

$$\Delta B = K \frac{\mu I \Delta l \sin \beta}{r^2}. \quad (3.26)$$

Здесь  $K$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц,  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды,  $\beta$  — угол между направлением тока в отрезке  $\Delta l$  и прямой  $r$ , соединяющей его с рассматриваемой точкой  $A$ . Прямой  $r$  приписывается направление от отрезка  $\Delta l$  к точке  $A$  ( $\vec{r}$  называется *радиусом-вектором*). Поэтому угол  $\beta$  отсчитывается от элемента  $\Delta l$  (который считается направленным по току) к радиусу-вектору  $\vec{r}$  в сторону меньшего угла (рис. 3.30).

Направление вектора  $\vec{B}$  находится по правилу «буравчика» (или «часовой стрелки»).

Формула (3.26) определяет не полное значение магнитной индукции от всего провода с током, а только ту ее часть, которая создается отрезком тока длиной  $\Delta l$ . Полная величина магнитной индукции  $\vec{B}$  находится геометрическим суммированием всех элементарных магнитных индукций  $\Delta \vec{B}_i$ , создаваемых всеми отрезками проводника:  $\vec{B} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{B}_i$  ( $n$  — общее число отрезков, на которые мысленно разбивается проводник).

Пользуясь законом Био — Савара — Лапласа, определим магнитное поле прямолинейного проводника с током.

Пусть по прямому проводу течет ток силой  $I$  (рис. 3.31). Найдем магнитную индукцию  $\vec{B}$  в точке  $O$ , находящейся на расстоянии  $r_0$  от провода. Будем считать, что  $r_0$  намного меньше длины провода («бесконечно длинный» провод). Тогда концы провода будут видны из точки  $O$  под углами, близкими к  $90^\circ$ .

Сначала определим магнитную индукцию от верхней половины провода. Для этого разобьем эту половину на  $n$  малых отрезков длиной  $\Delta l$ , таких, чтобы каждый  $i$ -тый отрезок  $\Delta l_i$  был намного меньше расстояния  $r_i$  от точки  $O$  до этого отрезка и чтобы любой отрезок  $\Delta l$  был виден из этой точки под одинаковым малым углом  $\Delta \alpha$ . Векторы

<sup>1</sup> Напомним, что знаком  $\Sigma$  здесь обозначено суммирование слагаемых вида  $\Delta \vec{B}_i$  по индексу (номеру)  $i$ , пробегающему значения от 1 до  $n$ , т. е.

$$\sum_{i=1}^n \Delta \vec{B}_i = \Delta \vec{B}_1 + \Delta \vec{B}_2 + \Delta \vec{B}_3 + \dots + \Delta \vec{B}_n.$$

$\vec{\Delta B}$  от всех отрезков будут направлены одинаково (в нашем случае — за чертеж, перпендикулярно к его плоскости). Поэтому суммарная индукция  $\vec{B}_1$  от верхней половины провода выразится согласно (3.26) алгебраической суммой

$$B_1 = \sum_{i=0}^{n-1} K \frac{\mu I \Delta l_i \sin \beta_i}{r_i^2}. \quad (3.27)$$

Проведем из нижней точки отрезка  $\Delta l_i$  отрезок  $AB$ , перпендикулярный к  $r_i$ . Тогда, как это ясно из рисунка (3.31),  $AB = r_i \Delta \alpha = \Delta l_i \cos \alpha_i$ , откуда  $\Delta l_i = \frac{r_i \Delta \alpha}{\cos \alpha_i}$ .

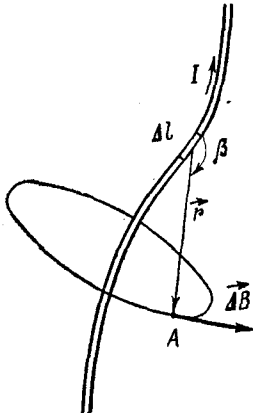


Рис. 3.30

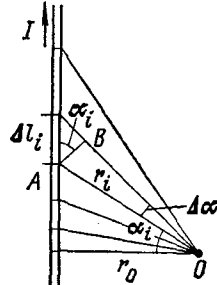


Рис. 3.31

Подставляя  $\Delta l_i$  в (3.27) и учитывая, что

$$\frac{r_0}{r_i} = \cos \alpha_i, \quad \beta_i = \alpha_i + 90^\circ \quad (\text{т. е. } \sin \beta_i = \cos \alpha_i) \quad \text{и} \quad \alpha_i = i \Delta \alpha,$$

получим

$$B_1 = K \frac{\mu I}{r_0} \sum_{i=0}^{n-1} \cos(i \Delta \alpha) \Delta \alpha.$$

Покажем, что  $\sum_{i=0}^{n-1} \cos(i \Delta \alpha) \Delta \alpha = 1$ . Используя тригонометрическую формулу

$$\sin(i \Delta \alpha + \Delta \alpha) = \sin(i \Delta \alpha) \cos \Delta \alpha + \cos(i \Delta \alpha) \sin \Delta \alpha,$$

при малых  $\Delta \alpha$  найдем, что

$$\cos(i \Delta \alpha) \Delta \alpha = \sin(i \Delta \alpha + \Delta \alpha) - \sin(i \Delta \alpha)$$

(здесь мы учли, что если угол  $\Delta \alpha$  мал и выражен в радианах, то  $\sin \Delta \alpha \approx \Delta \alpha$ ).

Для различных  $i$  имеем:

$$i = 0, \Delta\alpha = \Delta\alpha,$$

$$i = 1, \cos(\Delta\alpha) \Delta\alpha = \sin(2\Delta\alpha) - \Delta\alpha,$$

$$i = 2, \cos(2\Delta\alpha) \Delta\alpha = \sin(3\Delta\alpha) - \sin(2\Delta\alpha),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$i = n-1, \cos[(n-1)\Delta\alpha] \Delta\alpha = \sin(n\Delta\alpha) - \sin[(n-1)\Delta\alpha].$$

Суммируя левые и правые части этих уравнений, находим

$$\sum_{i=0}^{n-1} \cos(i\Delta\alpha) \Delta\alpha = \sin(n\Delta\alpha) = 1, \quad (3.28)$$

так как  $n\Delta\alpha = 90^\circ$ .

Магнитная индукция от нижней половины провода будет, очевидно, направлена так же, как  $\vec{B}_1$ , и равна  $\vec{B}_1$ . Следовательно, результирующая магнитная индукция  $\vec{B}$  от всего провода равна по величине

$$B = K\mu \frac{2I}{r_0}.$$

Итак, индукция в каждой точке магнитного поля бесконечно длинного прямолинейного проводника с током прямо пропорциональна силе тока и обратно пропорциональна кратчайшему расстоянию от этой точки до проводника.

На рис. 3.32 изображены силовые линии магнитного поля прямого тока (ток направлен от нас, перпендикулярно плоскости рисунка).

**4. Действие магнитного поля на проводник с током.** На основании опытов Ампер установил закон, согласно которому сила  $\Delta F$ , действующая на малый по длине прямолинейный проводник с током  $I$ , помещенный в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , равна

$$\Delta F = K' I \Delta l B \sin \alpha. \quad (3.29)$$

Здесь  $\Delta l$  — длина проводника,  $\alpha$  — угол между направлением вектора  $\vec{B}$  и током в проводнике,  $K'$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения  $I$ ,  $\Delta l$ ,  $B$  и  $\Delta F$ .

При измерении всех этих величин в единицах одной и той же системы  $K' = 1$  (за исключением так называемой системы единиц Гаусса)<sup>1</sup>. Поэтому в дальнейшем коэффициент  $K'$  в формуле (3.29) мы будем опускать.

Размеры проводника должны быть такими, чтобы на всей его длине вектор  $\vec{B}$  был неизменным (или менялся весьма мало).

Направление силы  $\Delta \vec{F}$  (силы Ампера) определяется по *правилу левой руки*: левая рука располагается так, чтобы четыре вытянутых

<sup>1</sup> В системе Гаусса все электрические величины измеряются в единицах системы СГСЭ, а все магнитные — в единицах системы СГСМ.

пальца совпадали с направлением тока  $I$ , а в ладонь был направлен вектор  $\vec{B}$  (или его проекция на перпендикуляр к току), тогда отставленный на  $90^\circ$  большой палец укажет направление силы  $\Delta\vec{F}$ . Эта сила всегда перпендикулярна к плоскости, в которой лежат проводник и вектор  $\vec{B}$ .

Величина силы  $\Delta F$  зависит от угла  $\alpha$ : при  $\alpha=90^\circ$  сила имеет максимальное значение. Если вектор  $\vec{B}$  направлен вдоль проводника с током, то  $\alpha=0$  и, следовательно,  $\Delta F=0$ .

**Взаимодействие параллельных проводников с током.** Рассмотрим взаимодействие двух параллельных проводников с током. Допустим, что два прямолинейных проводника (длиной  $l$  каждый) расположены параллельно друг другу в однородной среде с магнитной

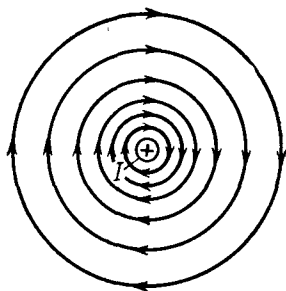


Рис. 3.32

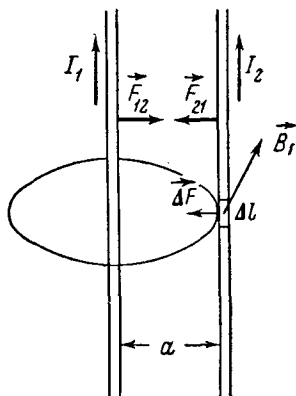


Рис. 3.33

проницаемостью  $\mu$ . Пусть расстояние между ними равно  $a$  (причем  $a \ll l$  — провода длинные), сила тока в одном проводнике равна  $I_1$ , а в другом —  $I_2$ , кроме того, пусть оба тока имеют одинаковые направления (рис. 3.33).

Магнитная индукция, создаваемая током  $I_1$  на расстоянии  $a$ , равна  $B_1 = K\mu \frac{2I_1}{a}$  и направлена перпендикулярно току  $I_2$ .

На элемент  $\Delta l$  тока  $I_2$  будет действовать сила Ампера

$$\Delta F = I_2 \Delta l B_1 = K\mu \frac{2I_1 I_2 \Delta l}{a}.$$

Эта сила направлена по линии, соединяющей проводники, в сторону тока  $I_1$ . Полная сила  $F_{21}$ , которую будет испытывать проводник длиной  $l$  (с током  $I_2$ ), равна сумме всех сил  $\Delta F$

$$F_{21} = \sum \Delta F = K\mu \frac{2I_1 I_2}{a} \sum \Delta l^1.$$

<sup>1</sup> Для краткости записи здесь опущены индексы, по которым проводится суммирование.

Так как  $\sum \Delta l = l$ , то

$$F_{21} = K\mu \frac{2I_1 I_2 l}{a}. \quad (3.30)$$

Такая сила действует со стороны тока  $I_1$  на ток  $I_2$ . Аналогично находится сила  $F_{12}$ , действующая на ток  $I_1$  со стороны тока  $I_2$ . Причем  $F_{12} = -F_{21}$ , т. е. эти силы равны по величине и направлены навстречу друг другу.

Таким образом, два проводника, по которым текут токи в одном и том же направлении, притягиваются друг к другу. Нетрудно показать, что если токи  $I_1$  и  $I_2$  имеют противоположные направления, то проводники взаимно отталкиваются.

Абсолютная электромагнитная система единиц. Исходя из соотношения (3.30), выражающего силу магнитного взаимодействия между двумя параллельными проводниками с током, можно построить систему электрических единиц — абсолютную электромагнитную систему (СГСМ).

В этой системе механические единицы остаются такими же, как в системе СГСЭ (сантиметр, грамм, секунда), но для определения электрических и магнитных единиц используется электромагнитная единица силы тока (СГСМ<sub>I</sub>).

Полагая в (3.30)  $K=1$ ,  $I_1=I_2=1$ ,  $\mu=1$  (вакуум),  $a=2$  см, получим  $I = \sqrt{F}$ , откуда

$$1 \text{ СГСМ}_I = 1 \text{ дн}^{1/2} = 1 \text{ г}^{1/2} \cdot \text{см}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}.$$

1 СГСМ<sub>I</sub> есть сила такого постоянного тока, при прохождении которого по двум бесконечно длинным параллельным проводникам, находящимся в вакууме на расстоянии 2 сантиметра друг от друга, сила взаимодействия между проводниками равна 1 дине на сантиметр длины.

Как показали эксперименты, отношение единицы силы тока в системе СГСМ к единице силы тока в системе СГСЭ равно так называемой электродинамической постоянной, оказавшейся равной скорости света в вакууме:

$$\frac{1 \text{ СГСМ}_I}{1 \text{ СГСЭ}_I} = c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{сек}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Так как

$$1 \text{ СГСЭ}_I = \frac{1 a}{3 \cdot 10^9}, \text{ то } 1 \text{ СГСМ}_I = 10 a.$$

5. Единица силы тока — ампер. Магнитная постоянная. Единицы измерения магнитной индукции и напряженности магнитного поля. В системе СИ коэффициент  $K$ , входящий в (3.30), принимается равным  $\frac{\mu_0}{4\pi}$ , где  $\mu_0$  — магнитная постоянная. Поэтому в этой системе формулы для закона Био — Савара — Лапласа и силы взаимодействия между двумя параллельными проводниками с током будут иметь вид (так

называемая рационализированная форма записи)

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\Delta l \sin \beta}{r^3}, \quad (3.26')$$

$$F = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2 l}{2\pi a}. \quad (3.30')$$

Последняя формула положена в основу определения единицы силы тока *ампер* в системе СИ. При этом считается, что по двум тонким и длинным параллельным проводникам, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, текут постоянные токи силой в 1 а, если на каждый метр длины проводников действует сила, равная  $2 \cdot 10^{-7}$  н.

С помощью этого определения ампера и формулы (3.30') можно получить численное значение магнитной постоянной  $\mu_0$ :

$$\mu_0 = \frac{2\pi a F}{\mu I_1 I_2 l} = \frac{2\pi 1 \text{ м} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ н}}{1 \cdot 1 \text{ а} \cdot 1 \text{ а} \cdot 1 \text{ м}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{н}}{\text{а}^2}.$$

За единицу магнитной индукции (в системе СИ), называемой *тесла* (*тл*), принимается такая индукция, при которой на виток с площадью в 1 м<sup>2</sup> и силой тока в 1 а действует вращающий момент, равный 1 н·м. Согласно (3.25) имеем

$$1 \text{ тл} = 1 \frac{\text{н}}{\text{а} \cdot \text{м}}.$$

Единицу напряженности магнитного поля в системе СИ называют *ампер на метр* ( $\frac{\text{а}}{\text{м}}$ ).

Так как  $H = \frac{B_0}{\mu_0}$ , то при  $B_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  тл будем иметь  $H = 1 \frac{\text{а}}{\text{м}}$ ;  $1 \frac{\text{а}}{\text{м}}$  есть напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна  $4\pi \cdot 10^{-7}$  тл.

В системе СГСМ магнитная индукция измеряется в *гауссах* (*гс*). За единицу магнитной индукции 1 гс принимается такая магнитная индукция, при которой на виток с площадью в 1 см<sup>2</sup> и силой тока в 1 СГСМ, действует вращающий момент, равный 1 дн·см.

Из формулы (3.25) найдем

$$1 \text{ гс} = \frac{1 \text{ дн} \cdot \text{см}}{1 \text{ СГСМ} \cdot \text{см}^2} = 1 \text{ дн}^{1/2} \cdot \text{см}^{-1} = \frac{10^{-5} \text{ н}}{10 \text{ а} \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 10^{-4} \text{ тл}.$$

Связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля в системе СГСМ имеет вид

$$\vec{B} = \mu \vec{H}.$$

Поэтому размерность единицы напряженности магнитного поля будет такая же, как и у магнитной индукции, но называется эта единица по-иному — *эрстед* (*э*). За единицу напряженности магнитного поля *эрстед* принимается напряженность такого магнитного поля, магнитная индукция которого в вакууме равна 1 *гауссу*.



Найдем связь единиц напряженности магнитного поля в обеих системах:

$$1 \frac{a}{m} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ тл} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ э.}$$

**6. Магнитное поле кругового тока и длинного соленоида (цилиндрической катушки).** Предположим, что ток силой  $I$  течет по контуру, имеющему форму окружности радиуса  $R$  (рис. 3.34). Назовем осью такого кругового тока перпендикуляр, восстановленный из центра контура к его плоскости. Найдем магнитную индукцию в точке  $A$ , отстоящей на расстоянии  $h$  от центра контура и лежащей на его оси.

Разобьем весь контур на  $n$  малых одинаковых элементов длиной  $\Delta l$ . Так как все элементы  $\Delta l_i$  перпендикулярны к радиусу-вектору  $\vec{r}$ , то в формуле (3.26')  $\sin \beta = 1$ .

Из рис. 3.34 видно, что индукции  $\Delta \vec{B}$  и  $\Delta \vec{B}'$ , созданные любой парой элементов  $\Delta l$  и  $\Delta l'$ , расположенных на одном диаметре, дают индукцию  $\Delta \vec{B}$ , которая направлена по оси контура (сумма вертикальных составляющих  $\Delta \vec{B}$  и  $\Delta \vec{B}'$  равна нулю). Поэтому и полная индукция всего контура направлена вдоль его оси.

Проекция  $\Delta \vec{B}$  на ось тока равна

$$\Delta B_i = \frac{\mu \mu_0 I \Delta l_i \sin \varphi}{4\pi r^2},$$

или, так как  $\sin \varphi = \frac{R}{r}$ ,

$$\Delta B_i = \frac{\mu \mu_0 I \Delta l_i R}{4\pi r^3}.$$

Полную магнитную индукцию  $\vec{B}$  мы получим, просуммировав это выражение по всем  $n$  элементам:

$$B = \frac{\mu \mu_0 I R}{4\pi r^3} \sum_{i=1}^n \Delta l_i.$$

Учитывая, что  $\sum_{i=1}^n \Delta l_i = 2\pi R$ , имеем

$$B = \frac{\mu \mu_0 I R^2}{2r^3}, \quad (3.31)$$

где  $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ .

Вектор  $\vec{B}$  направлен вдоль оси тока в ту сторону, в какую двигался бы буравчик, если его рукоятку вращать по направлению тока в контуре. В системе СГСМ:

$$B = \frac{\mu 2\pi I R^2}{r^3}.$$

Полагая  $h=0$  (точка  $A$  перенесена в центр контура), получим выражение для магнитной индукции в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} \text{ (система СИ),}$$

$$B = \frac{2\pi\mu I}{R} \text{ (система СГСМ).}$$

Теперь рассмотрим длинный соленоид, т. е. соленоид, длина которого  $l$  намного больше его радиуса  $R$  (рис. 3.35). Пусть такой соленоид имеет  $N$  витков, равномерно расположенных по всей его длине. Обозначим через  $n$  число витков на единицу длины соленоида  $n = \frac{N}{l}$ .

Выберем точку  $O$ , лежащую на середине соленоида, на его оси, и определим магнитную индукцию в этой точке.

Пусть сила тока, текущего через соленоид, равна  $I$ . Направление тока такое, что если смотреть на соленоид с левой стороны, то ток в витках будет направлен по часовой стрелке.

Соленоид можно рассматривать как систему круговых токов, имею-

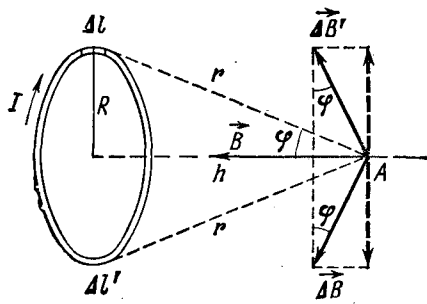


Рис. 3.34

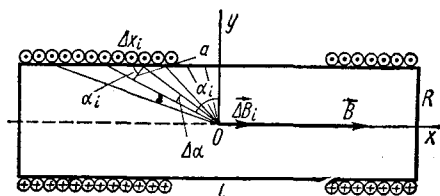


Рис. 3.35

щих общую ось и одинаковые радиусы. Индукция от каждого кругового тока направлена по оси соленоида. Магнитная индукция в точке  $O$  найдется суммированием индукций от отдельных круговых токов.

Найдем магнитную индукцию  $B'$ , создаваемую в точке  $O$  левой половиной соленоида. Для этого разделим эту половину на  $\nu$  небольших участков длиной  $\Delta x$  (элементарные кольца) (рис. 3.35). Положение  $i$ -того кольца будем характеризовать углом  $\alpha_i$ , отсчитываемым от вертикали  $Oy$ . Пусть ширина  $\Delta x_i$  каждого кольца видна из точки  $O$  под одинаковыми углами  $\Delta\alpha$ .

Магнитная индукция в точке  $O$  от  $i$ -того кольца согласно (3.31) равна

$$\Delta B_i = \frac{\mu\mu_0 I n \Delta x_i R^2}{2r^3}, \quad (3.32)$$

так как индукция от  $N' = n\Delta x_i$  витков, помещающихся на ширине кольца  $\Delta x_i$ , в  $N'$  раз больше, чем индукция от одного витка.

Из рис. 3.35 видно, что  $a = r_i \Delta\alpha = \Delta x_i \cos \alpha_i$ , откуда

$$\Delta x_i = \frac{r_i \Delta\alpha}{\cos \alpha_i}.$$

Подставляя  $\Delta x_i$  в (3.32) и учитывая, что  $\frac{R}{r_i} = \cos \alpha_i$ , получим

$$\Delta B_i = \frac{\mu\mu_0 I n \cos \alpha_i \Delta\alpha}{2},$$

и далее

$$B' = \frac{\mu\mu_0 I n}{2} \sum_{i=0}^{v-1} \cos \alpha_i \Delta\alpha.$$

Так как  $\sum_{i=0}^{v-1} \cos \alpha_i \Delta\alpha = 1$  (см. формулу (3.28)), то

$$B' = \frac{\mu\mu_0 I n}{2}.$$

Нетрудно показать, что магнитная индукция в точке  $O$  от правой половины соленоида равна  $B'$ . Следовательно, полная магнитная индукция  $B$  в точке, лежащей на оси длинного соленоида, оказывается равной

$$B = 2B' = \mu\mu_0 n I \quad (\text{система СИ}),$$

$$B = \mu 4\pi n I \quad (\text{система СГСМ}). \quad (3.33)$$

Итак, магнитная индукция на оси длинного соленоида пропорциональна произведению  $nI$ , которое называется *числом ампер-витков* на единицу длины соленоида.

**7. Магнитные свойства вещества. Парамагнетики, ферромагнетики, диамагнетики.** Все вещества обладают (в той или иной степени) магнитными свойствами: помещенные во внешнее магнитное поле, они намагничиваются, т. е. внутри их «наводится» магнитное поле. Суммарное магнитное поле, существующее внутри вещества, внесенного во внешнее (намагничивающее) поле, характеризуется вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ , который равен векторной сумме магнитной индукции внешнего поля  $\vec{B}' = \mu_0 \vec{H}'$  ( $\vec{H}'$  — напряженность внешнего поля) и магнитной индукции внутреннего поля, создаваемого атомами самого вещества  $\vec{B}_в = \mu_0 \vec{H}_в$  ( $\vec{H}_в$  — напряженность внутреннего поля):

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_в = \mu_0 (\vec{H}' + \vec{H}_в).$$

Численное значение  $\vec{B}$  зависит от величины и направления векторов  $\vec{H}'$  и  $\vec{H}_в$ , т. е. суммарное магнитное поле может быть как больше, так и меньше внешнего поля.

Поскольку относительная магнитная проницаемость вещества

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H'} = \frac{H' \pm H_в}{H'}, \quad (3.34)$$

то  $\mu$  принимает значения либо большие единицы ( $\mu = \frac{H' + H_B}{H'} > 1$ ), либо меньшие единицы ( $\mu = \frac{H' - H_B}{H'} < 1$ ).

Вещества, в которых при наложении внешнего магнитного поля возникающее внутреннее поле добавляется к внешнему ( $\mu > 1$ ), называются *парамагнетиками*. Таковыми являются, например, алюминий, олово, платина, воздух и др. Для них значение  $\mu$  немного больше единицы.

Намагничивание парамагнетиков объясняется наличием у их атомов собственного магнитного поля. Это поле состоит из: 1) поля, вызванного обращением электронов вокруг ядра, 2) собственного поля электронов, 3) поля ядра, обусловленного движением заряженных частиц, входящих в состав ядра атома.

В результате отдельные атомы (или молекулы) могут иметь свои магнитные моменты — элементарные магнетики. В отсутствие внешнего поля магнитные моменты атомов парамагнетика ориентированы хаотично и поэтому результирующее поле их равно нулю ( $H_B = 0$ ).

При наложении намагничивающего поля магнитные моменты атомов получают преимущественную ориентацию вдоль направления внешнего магнитного поля; появляется внутреннее поле  $H_B$ , совпадающее по направлению с внешним — тело намагничивается.

С повышением температуры парамагнетик намагничивается все меньше и меньше, так как тепловое движение препятствует определенной ориентации магнитных моментов атомов.

*Ферромагнетиками* называются такие вещества, у которых внутреннее магнитное поле может быть в сотни и тысячи раз больше, чем вызывающее его внешнее поле:  $H_B \gg H'$ . Причем  $H_B$  совпадает по направлению с вектором  $H'$ . Для ферромагнетиков  $\mu \gg 1$ . К таким веществам относятся: железо, никель, кобальт, ряд их сплавов, некоторые полупроводники (*ферриты*).

Ферромагнитные тела состоят из небольших областей, намагниченных спонтанно (самопроизвольно), — *доменов*. В каждом домене магнитные моменты атомов имеют одинаковое направление, отдельные же домены ориентируются по-разному. Поэтому в отсутствие внешнего магнитного поля ферромагнетик оказывается как бы ненамагниченным. Под воздействием внешнего магнитного поля происходит смещение границ доменов, их поворот и ориентация вдоль намагничивающего поля. Полная ориентация всех доменов вдоль поля (так называемое *насыщение*) имеет место лишь в достаточно больших внешних полях.

Магнитная проницаемость ферромагнетиков  $\mu$  сложным образом зависит от напряженности внешнего поля  $H'$  (рис. 3.36). В слабых полях  $\mu$  растет с увеличением  $H'$  (происходит увеличение числа доменов, ориентированных по полю, рост  $H_B$ ). При определенном значении внешнего поля величина  $\mu$  достигает своего максимального значения  $\mu_m \gg 1$ .

С дальнейшим ростом  $H'$  величина  $\mu$  падает и при больших значениях  $H'$  стремится к единице (так как  $H_B$  стремится к насыщению, то

числитель и знаменатель в формуле (3.34) становятся все более близкими друг к другу по мере увеличения  $H'$ .

Нагревание ферромагнетика ухудшает его магнитные свойства. При определенной температуре (*температура Кюри*, или *точка Кюри*) ферромагнетик превращается в парамагнетик. Для железа, например, точка Кюри равна  $1043^\circ \text{K}$ .

Вещества, в которых при действии внешнего поля возникает внутреннее поле, направленное против внешнего, называются *диамагнетиками*. Таковы, например, вода, стекло, висмут, серебро, золото, инертные газы и др. Для них  $\mu < 1$ .

Атомы диамагнитных тел не имеют собственного магнитного момента (магнитные поля их элементарных токов взаимно компенсируются).

Однако при внесении диамагнетика в магнитное поле в его атомах индуцируются токи такого направления, что его внутреннее магнитное поле оказывается направленным противоположно внешнему полю.

Такое явление существует во всех телах, но его очень трудно заметить, если вещество обладает парамагнитными или ферромагнитными свойствами.

**8. Действие магнитного поля на движущиеся заряды (сила Лорентца). Определение отношения заряда электрона к его массе.** Дви-

жущиеся заряды испытывают действие магнитных полей. Величину силы, действующей на отдельный заряд  $q$ , можно найти из выражения для силы Ампера. Пусть через поперечное сечение проводника длиной  $\Delta l$  за время  $\Delta t$  проходит  $N$  зарядов величиной  $q$ . Тогда сила тока  $I = \frac{Nq}{\Delta t}$ .

Считая, что средняя скорость каждого заряда равна  $v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$ , найдем выражение для силы, действующей на все  $N$  зарядов:

$$F = I \Delta l B \sin \alpha = NqvB \sin \alpha.$$

Сила, которая действует на каждый заряд, равна  $F_x = \frac{F}{N}$ , т. е.

$$F_x = qvB \sin \alpha$$

( $\alpha$  — угол между вектором скорости  $\vec{v}$  заряда и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ ). Эта сила называется *силой Лорентца*.

Направление силы Лорентца, действующей на положительный заряд, можно определить по правилу левой руки: руку располагают так, чтобы четыре вытянутых пальца были направлены вдоль скорости

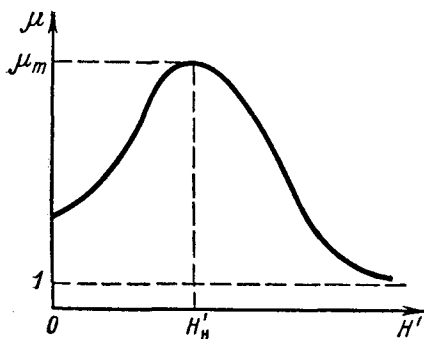


Рис. 3.36

$\vec{v}$ , а в ладонь «входил» вектор  $\vec{B}$  (или его проекция на перпендикуляр к скорости  $\vec{v}$ ), тогда большой палец, отставленный на  $90^\circ$ , укажет направление силы Лорентца. С изменением знака заряда направление силы меняется на противоположное.

Сила Лорентца всегда перпендикулярна к направлению линий магнитной индукции и к вектору скорости заряда. В этом, в частности, заключается существенное отличие магнитного поля от электростатического: кулоновская сила действует на заряд по направлению касательной к силовым линиям электрического поля.

Применим полученную формулу для силы Лорентца для определения отношения заряда электрона  $e$  к его массе  $m$ .

Пусть электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  и приобретя скорость  $\vec{v}$ , влетает в однородное магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны к  $\vec{v}$  (на рис. 3.37 вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  направлен к нам: точки означают, что мы как бы видим острие стрелки вектора; вектор  $\vec{v}$  лежит в плоскости рисунка).

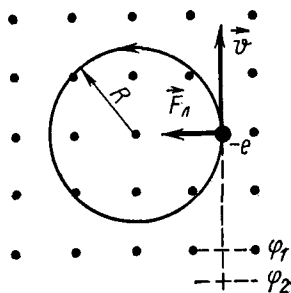


Рис. 3.37

На электрон будет действовать сила Лорентца  $F_x = evB$ ; она заставит его двигаться по окружности. Действительно, эта сила, будучи перпендикулярной к направлению движения, выступает в роли центростремительной силы  $f_{ц}$  ( $f_{ц} = F_x$ ), а движение под действием постоянной по величине центростремительной силы есть движение по окружности. Если радиус окружности  $R$ , то

$$f_{ц} = \frac{mv^2}{R}.$$

Поэтому

$$evB = \frac{mv^2}{R},$$

откуда

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{RB}. \quad (3.35)$$

Так как работа электрических сил  $e(\varphi_1 - \varphi_2)$  равна кинетической энергии электрона, то

$$\frac{mv^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_2)$$

и, следовательно,

$$v = \sqrt{\frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}.$$

Подставляя найденное выражение в (3.35), получим

$$\frac{e}{m} = \frac{2(\varphi_1 - \varphi_2)}{R^2 B^2}.$$

По этой формуле можно рассчитать отношение  $e/m$ , если измерить на опыте  $R$ ,  $B$  и  $(\varphi_1 - \varphi_2)$ .

### § 3.10. Электромагнитная индукция

**1. Магнитный поток. Правило Ленца.** Аналогично тому, как в электростатике вводится понятие потока вектора напряженности электрического поля, вводится и понятие потока вектора магнитной индукции, или просто магнитного потока  $\Phi$ :

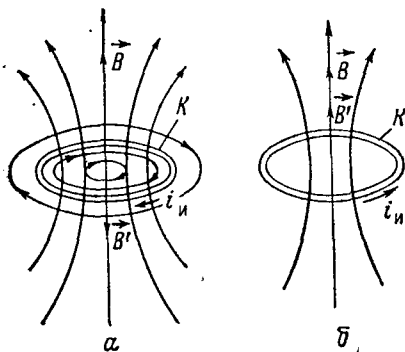


Рис. 3.38

$$\Phi = B \Delta S \cos \alpha = B_n \Delta S. \quad (3.36)$$

Здесь  $\Delta S$  — площадка, которая «пронизывается» силовыми линиями магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$ ,  $\alpha$  — угол между нормалью к площадке и направлением вектора  $\vec{B}$ ,  $B_n$  — проекция вектора  $\vec{B}$  на нормаль.

Магнитный поток может быть изменен за счет: 1) ориентации площадки  $\Delta S$  относительно направления индукции  $\vec{B}$  (при постоянных значениях  $\Delta S$  и  $\vec{B}$ ); 2) изменения размеров  $\Delta S$  (при постоянных значениях  $\vec{B}$  и  $\alpha$ ); 3) изменения магнитной индукции по величине и направлению (при неизменном значении  $\Delta S$ ). Напомним, что величина  $\vec{B}$  может изменяться с изменением напряженности поля или магнитной проницаемости среды.

За единицу магнитного потока принимается поток через плоскую поверхность единичной площади, помещенную перпендикулярно к силовым линиям однородного магнитного поля, индукция которого равна единице. В системе СИ эта единица называется *вебером* ( $\text{вб}$ ). Согласно (3.36) при  $\alpha=0$ , имеем:

$$1 \text{ вб} = 1 \text{ тл} \cdot 1 \text{ м}^2.$$

В системе СГСМ за единицу магнитного потока принимается 1 *максвелл* ( $\text{мкс}$ ):  $1 \text{ мкс} = 1 \text{ гс} \cdot 1 \text{ см}^2$ . Учитывая, что  $1 \text{ тл} = 10^4 \text{ гс}$ ,  $1 \text{ м}^2 = 10^4 \text{ см}^2$ , получим соотношение между единицами магнитного потока в обеих системах:

$$1 \text{ вб} = 10^4 \text{ гс} \cdot 10^4 \text{ см}^2 = 10^8 \text{ мкс}.$$

Если неподвижный контур  $K$  (замкнутый проводник) поместить в переменное магнитное поле (рис. 3.38, а), то в контуре возникает

индукционный ток, направление которого зависит от того, увеличивается или уменьшается магнитный поток, пронизывающий площадь, ограниченную этим контуром.

Возникновение индукционного тока объясняется следующим образом.

При изменении магнитного поля возбуждается особый вид электрического поля — индукционного поля. Это поле отличается от электростатического тем, что его силовые линии замкнуты (рис. 3.38, а). Поэтому его называют *вихревым* электрическим полем. Если в пространстве, где создано индукционное поле, есть заряды, то они под действием этого поля приходят в движение. Это же поле заставляет двигаться и электроны проводимости контура — возникает э. д. с. индукции. В этом случае сторонними силами являются силы индукционного (вихревого) электрического поля.

Теперь рассмотрим другой способ возбуждения э. д. с. индукции. Пусть

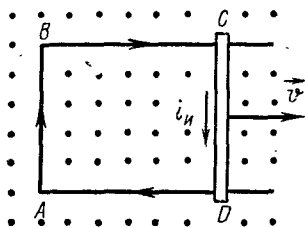


Рис. 3.39

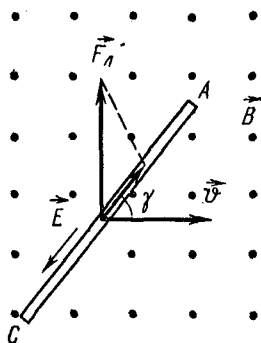


Рис. 3.40

в постоянное и однородное магнитное поле помещен контур  $ABCD$  (рис. 3.39). Допустим, что силовые линии поля направлены перпендикулярно к плоскости рисунка (вектор  $\vec{B}$  направлен на нас). Будем считать, что одна сторона контура  $CD$  может перемещаться нормально к магнитным силовым линиям.

При движении проводника  $CD$  в контуре возникает индукционный ток. Направление его будет зависеть от направления перемещения проводника.

Возникновение тока индукции в этом случае можно легко понять с помощью электронной теории. Предположим, что скорость проводника равна  $\vec{v}$  и направлена направо (рис. 3.39). Вместе с проводником (с той же скоростью  $\vec{v}$ ) будут двигаться и заряды, находящиеся в проводнике. Под действием силы Лорентца электроны проводимости будут перемещаться от конца  $D$  к концу  $C$  проводника.

Индукционный ток  $i_{и}$  потечет от  $C$  к  $D$  (вниз). С изменением направления движения проводника на обратное ток  $i_{и}$  будет течь в противоположном направлении, меняется знак э. д. с. индукции.

Выясним, от чего зависит величина э. д. с. индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле.



Пусть прямой проводник  $AC$  (рис. 3.40) длиной  $l$  перемещается в постоянном и однородном магнитном поле, индукция которого  $\vec{B}$ , с неизменной скоростью  $\vec{v}$ , составляющей угол  $\gamma$  с проводником, и угол, равный  $90^\circ$ , с вектором  $\vec{B}$ .

На электроны проводимости проводника будет действовать сила Лоренца  $F_n = evB$ , направленная на чертеже вверх. Проекция этой силы на направление проводника  $F' = evB \sin \gamma$  создает такое же движение электронов, как и эквивалентная электрическая сила  $f = eE$ .

Эквивалентная электрическая напряженность  $E$  находится из равенства  $F' = f$ :

$$eE = evB \sin \gamma,$$

откуда

$$E = vB \sin \gamma$$

(вектор напряженности  $\vec{E}$  направлен от конца проводника  $A$  к концу  $C$ ). Тогда для э. д. с. индукции  $\mathcal{E}_n$  имеем

$$\mathcal{E}_n = El = lvB \sin \gamma \text{ (система СИ),}$$

$$\mathcal{E}_n = 10^{-8}lvB \sin \gamma \text{ (система СГСМ).}$$

Направление индукционного тока можно определить с помощью закона, установленного Ленцем: ток, индуцированный в проводнике, всегда направлен так, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока того поля, которое вызвало этот ток. Применим закон Ленца к рассмотренным нами двум случаям электромагнитной индукции.

а) Предположим, что поток через контур  $K$  (рис. 3.38, а) увеличивается (возрастает величина  $\vec{B}$ ). Тогда, по закону Ленца, ток в контуре должен иметь такое направление, чтобы индукция его поля  $\vec{B}'$  была направлена навстречу индукции  $\vec{B}$ ; это ведь и должно препятствовать увеличению магнитного потока через контур (в соответствии с правилом буравчика индукционный ток течет по часовой стрелке, если смотреть на контур сверху).

Если поток через контур убывает (уменьшается  $\vec{B}$ ), то индукционный ток должен течь в таком направлении, чтобы магнитная индукция его поля  $\vec{B}'$  (рис. 3.38, б) была направлена в ту же сторону, что и  $\vec{B}$ ; это как раз и должно препятствовать уменьшению магнитного потока (индукционный ток течет против часовой стрелки).

б) При движении проводника  $CD$  (рис. 3.39) вправо магнитный поток через контур возрастает (за счет увеличения площади контура). Согласно закону Ленца, индукционный ток должен создать поле такого направления, чтобы препятствовать увеличению потока (ток идет по часовой стрелке; в проводнике  $CD$  — вниз).

Перемещение проводника влево приводит к сокращению площади контура, а следовательно, и к уменьшению потока. Ясно, что индукци-

рованный в контуре ток будет иметь такое направление, чтобы своим полем способствовать увеличению потока (ток течет против часовой стрелки; в проводнике же  $CD$  — вверх).

Направление индукционного тока в движущихся проводниках можно определять также с помощью правила правой руки: рука располагается так, чтобы магнитные силовые линии «входили» в ладонь, а отогнутый на  $90^\circ$  большой палец был направлен по направлению движения проводника, тогда четыре вытянутых пальца укажут направление индукционного тока.

**2. Закон электромагнитной индукции Фарадея. Возникновение индукционного тока в контуре, содержащем э. д. с. неиндукционного происхождения.** Как установил на основании своих опытов Фарадей, э. д. с. электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_n$  в контуре всегда пропорциональна скорости изменения магнитного потока  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  через площадь, ограниченную этим контуром:

$$\mathcal{E}_n = -K \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (3.37)$$

( $K$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения).

Знак минус в этой формуле соответствует закону Ленца: при возрастании магнитного потока ( $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$ )  $\mathcal{E}_n < 0$ . Это значит, что эта э. д. с. создает ток такого направления, при котором его магнитное поле уменьшает магнитный поток через контур.

При уменьшении потока ( $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} < 0$ )  $\mathcal{E}_n > 0$  — магнитное поле индукционного тока поддерживает убывающий магнитный поток.

В системе СИ коэффициент  $K$  полагается равным единице; поток  $\Delta\Phi$  измеряется в веберах ( $вб$ ),  $\Delta t$  — в секундах, а  $\mathcal{E}_n$  выражается в вольтах.

В системе СГСМ коэффициент  $K$  тоже считается равным единице.

Если магнитный поток  $\Delta\Phi$  измерять в максвеллах, а э. д. с. индукции  $\mathcal{E}_n$  — в вольтах, то закон Фарадея (3.37) будет иметь вид

$$\mathcal{E}_n = -10^{-8} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

так как  $1 \text{ мкс} = 10^{-8} \text{ вб}$ .

Если в контур включить неиндукционные э. д. с. (гальванический элемент, аккумулятор и т. д.) и каким-нибудь способом изменять магнитный поток через контур, то в нем возникнет (независимо от действия иных э. д. с.) электродвижущая сила индукции, величина которой определяется законом Фарадея.

Покажем это на примере контура с подвижным прямолинейным участком длиной  $l$  (рис. 3.41). Включим в этот контур гальванический элемент с э. д. с., равной  $\mathcal{E}$ , и поместим его в постоянное и однородное магнитное поле, вектор индукции которого  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно к проводнику (на рисунке — от нас). Пусть за время  $\Delta t$  под

действием силы Ампера  $F=IlB$  ( $I$  — сила тока в контуре) проводник перемещается на расстояние  $\Delta a$ . При этом совершается работа

$$\Delta A = F\Delta a = Il\Delta aB.$$

Поскольку величина  $l\Delta aB$  есть изменение магнитного потока через контур, то  $\Delta A = I\Delta\Phi$ . Эта работа совершается за счет работы э. д. с. гальванического элемента.

Полная работа э. д. с. элемента  $A$  за время  $\Delta t$  идет на лент-джоулево тепло  $I^2R\Delta t$  ( $R$  — сопротивление цепи) и на работу перемещения проводника  $\Delta A$ .

Так как  $A = \mathcal{E}I\Delta t$ , то  $\mathcal{E}I\Delta t = I^2R\Delta t + I\Delta\Phi$  (мы здесь считаем, что за время  $\Delta t$  сила тока  $I$  мало изменяется). Откуда

$$I = \frac{\mathcal{E} - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}{R}. \quad (3.38)$$

Сравнивая это соотношение с законом Ома для полной цепи, мы видим, что действующая в контуре э. д. с. состоит из двух членов:

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} - \mathcal{E}_n.$$

В этом выражении  $\mathcal{E}_n = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  — добавочная э. д. с. индукции, возникающая вследствие изменения магнитного потока через контур. Обозначим через  $I_0$  ток, создаваемый гальваническим элементом  $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ , а через  $i_n$  — индукционный ток  $i_n = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R}$ . Тогда формулу (3.38) можно представить в виде

$$I = I_0 - i_n.$$

В данном случае ток  $i_n$  направлен навстречу  $I_0$ . При движении проводника в магнитном поле под действием внешней силы (а не силы Ампера) в нем может возникнуть индукционный ток  $i_n$ , который либо совпадает по направлению с током  $I_0$  (например, при перемещении проводника  $l$  вправо, см. рис. 3.41), либо противоположен ему.

Таким образом, в общем случае

$$I = I_0 \pm i_n.$$

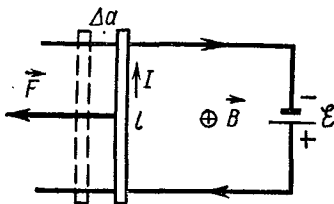


Рис. 3.41

3. Самоиндукция. Э. д. с. самоиндукции. Вокруг контура с током существует магнитное поле, которое создает

собственный магнитный поток  $\Phi_c$  через этот контур. С изменением силы тока в контуре изменяется  $\Phi_c$ , и в контуре «наводится» так называемая э. д. с. самоиндукции.

Магнитная индукция  $B$ , создаваемая проводником с током, пропорциональна силе тока  $I$  (см. закон Био — Савара — Лапласа). А по-

сколькx магнитный поток  $\Phi_c \sim B$ , то  $\Phi_c \approx I$ , или

$$\Phi_c = LI, \quad (3.39)$$

т. е. собственный магнитный поток пропорционален силе тока  $I$ .

Коэффициент пропорциональности  $L$  называется *коэффициентом самоиндукции*, или *индуктивностью*. Величина индуктивности зависит от геометрической формы, размеров контура и свойств среды, в которой он находится.

Из (3.39) следует, что индуктивность контура численно равна собственному магнитному потоку контура, когда сила тока в нем равна единице.

В системе СИ за единицу индуктивности принимается индуктивность такого контура, собственный магнитный поток которого при токе в 1 ампер равен 1 веберу. Эта единица имеет название *генри* (гн):

$$1 \text{ гн} = \frac{1 \text{ вб}}{1 \text{ а}}.$$

В системе СГСМ единица индуктивности — *сантиметр* (см). Индуктивность контура равна 1 см, если при токе в 1 СГСМ<sub>I</sub> собственный магнитный поток равен 1 мкс:

$$1 \text{ см} = \frac{1 \text{ мкс}}{1 \text{ СГСМ}_I}.$$

Так как  $1 \text{ а} = 0,1 \text{ СГСМ}_I$  и  $1 \text{ вб} = 10^8 \text{ мкс}$ , то

$$1 \text{ гн} = \frac{10^8 \text{ мкс}}{0,1 \text{ СГСМ}_I} = 10^9 \text{ см}.$$

В качестве примера проведем расчет индуктивности длинного соленоида (кагушки). Для этого найдем сначала собственный магнитный поток соленоида  $\Phi_c$ . Если  $B$  — магнитная индукция поля внутри соленоида, а  $S$  — площадь его поперечного сечения, то магнитный поток через один виток равен  $\Phi'_c = BS$ , а через все  $N$  его витков имеем поток

$$\Phi_c = N\Phi'_c = NBS.$$

Согласно (3.33)

$$B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I,$$

где  $l$  — длина соленоида. Подставляя это значение  $B$  в предыдущую формулу, получим

$$\Phi_c = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} SI.$$

Сравнивая это выражение с (3.39), находим

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S, \text{ или } L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где  $n$  — число витков на единицу длины соленоида,  $V$  — его объем.

Итак, индуктивность длинного соленоида пропорциональна квадрату числа витков на единицу длины, объему соленоида и магнитной проницаемости вещества, из которого сделан сердечник соленоида.

В системе СГСМ

$$L = 4\pi\mu n^2V.$$

Из закона Фарадея (3.37) следует, что э. д. с. самоиндукции  $\mathcal{E}_c$  в контуре равна  $\mathcal{E}_c = -\frac{\Delta\Phi_c}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t}$ .

Если  $L$  — величина неизменная (контур не деформируется и магнитная проницаемость  $\mu$  среды постоянна), то

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ (система СИ),}$$

$$\mathcal{E}_c = -10^{-8}L \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ (система СГСМ).}$$

Как видим, э. д. с. самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в контуре  $\Delta I/\Delta t$ . Под действием э. д. с. самоиндукции в контуре возникает индукционный ток, который по закону Ленца препятствует изменению тока в контуре (противодействует его возрастанию и убыванию).

Энергия магнитного поля контура с током. Выясним, от чего зависит энергия магнитного поля контура с током.

При размыкании контура, содержащего источник тока, возникает ток самоиндукции, который, проходя по проводам, нагревает их, т. е. производит работу. Это значит, что контур с током обладает энергией. Как показали исследования, эта энергия сосредоточена в магнитном поле контура, поэтому ее называют *энергией магнитного поля контура*.

При замыкании контура с включенным в него источником тока часть энергии этого источника превращается в лент-джоулево тепло, а часть — в энергию магнитного поля контура.

Согласно формуле (3.38), примененной к случаю самоиндукции, имеем для тока  $I$  в контуре с индуктивностью  $L$ :

$$I = \frac{\mathcal{E} - L \frac{\Delta I}{\Delta t}}{R}$$

( $\mathcal{E}$  — э. д. с. источника тока,  $R$  — полное сопротивление контура). Умножив это выражение на  $I\Delta t$ , перепишем его в следующем виде:

$$\mathcal{E}I\Delta t = I^2R\Delta t + LI\Delta I.$$

Левая часть этого уравнения есть работа источника тока за время  $\Delta t$ . Первый член правой части уравнения — работа, расходуемая на нагревание проводников, а второй член  $\Delta A = LI\Delta I$  — работа, которая тратится на то, чтобы увеличить силу тока в контуре на величину  $\Delta I$ ; эта работа  $\Delta A$  и превращается в энергию магнитного поля контура. Найдем работу  $A$ , которая необходима для того, чтобы повысить силу тока в контуре от 0 до какой-то конечной величины  $I_0$ . Собственный магнитный поток контура пропорционален силе тока  $I$ .

На рис. 3.42 площадь заштрихованной узкой полоски шириной  $\Delta I$  и высотой  $\Phi_{cI}$  соответствует элементарной работе  $\Delta A = \Phi_{cI} \Delta I$  ( $\Phi_{cI}$  — собственный магнитный поток для тока  $I$ ).

Полная искомая работа  $A$  определяется площадью треугольника  $OAB$ :

$$A = \frac{\Phi_{cI_0} I_0}{2},$$

или, так как  $\Phi_{cI_0} = LI_0$ ,

$$A = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Эта работа есть мера энергии  $W$  магнитного поля контура с током:

$$W = A = \frac{LI_0^2}{2}.$$

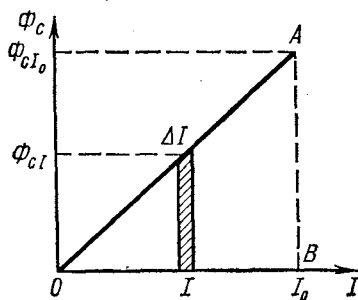


Рис. 3.42

## ГЛАВА 4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### § 3.11. Переменный ток

**1. Получение переменного тока.** Рассмотрим случай возникновения индукционного тока в рамке (рис. 3.43), вращающейся вокруг оси  $OO'$  в однородном и постоянном магнитном поле, индукция которого равна  $\vec{B}$ .

Магнитный поток, пронизывающий рамку, определяется формулой  $\Phi = BS \cos \alpha$ , где  $S$  — площадь рамки, а  $\alpha$  — угол между нормалью  $\vec{n}$  к плоскости рамки и направлением вектора  $\vec{B}$ . Если рамка вращается равномерно с угловой скоростью  $\omega$ , то  $\alpha = \omega t$  (если начальный момент времени  $t=0$  выбран так, что  $\alpha=0$ ) и

$$\Phi = BS \cos \omega t.$$

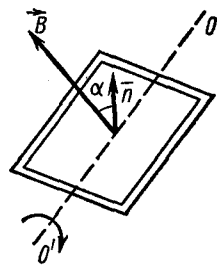


Рис. 3.43

Найдем изменение потока  $\Delta \Phi$  за малый промежуток времени  $\Delta t$ . Для момента времени  $t$ :  $\Phi = BS \cos \omega t$ . Для момента времени  $t + \Delta t$ :  $\Phi' = BS \cos \omega (t + \Delta t)$ . Откуда

$$\Delta \Phi = \Phi' - \Phi = BS [\cos \omega (t + \Delta t) - \cos \omega t].$$

Используя тригонометрическую формулу для косинуса суммы двух углов, найдем

$$\Delta \Phi = BS(\cos \omega t \cos \omega \Delta t - \sin \omega t \sin \omega \Delta t - \cos \omega t).$$

Для малых  $\Delta t$   $\cos \omega \Delta t \approx 1$ ,  $\sin \omega \Delta t \approx \omega \Delta t$ . Поэтому

$$\Delta \Phi = -\omega BS \sin \omega t \Delta t.$$

Возникающая в рамке э. д. с. индукции равна

$$\mathcal{E}_n = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \omega BS \sin \omega t.$$

Таким образом, э. д. с. индукции изменяется со временем по закону синуса. Значение э. д. с.  $\mathcal{E}_n$ , соответствующее некоторому моменту времени, называется *мгновенным* значением э. д. с., а максимальное ее значение  $\mathcal{E}_0 = \omega BS$  — *амплитудой*.

Амплитуда э. д. с. индукции пропорциональна максимальному потоку через рамку  $\Phi_m = BS$  и угловой скорости вращения рамки  $\omega$ . Величина  $\omega t$  носит название *фазы*.

Если такую вращающуюся рамку замкнуть на внешнюю цепь, то по цепи пойдет переменный ток. Получение переменного тока при вращении рамки в магнитном поле положено в основу устройства генераторов переменного тока.

**2. Сопротивление при переменном токе.** Теперь выясним, от чего зависит сопротивление в цепи переменного тока.

1) **Активное (омическое) сопротивление.** Если внешняя цепь состоит только из омического сопротивления  $R$ , то сила тока в цепи будет изменяться по такому же синусоидальному закону, что и э. д. с.:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sin \omega t = \mathcal{I}_0 \sin \omega t,$$

где  $i$  — мгновенное, а  $\mathcal{I}_0$  — амплитудное значение тока.

Мы видим, что для мгновенных значений  $i$  и  $\mathcal{E}$  выполняется закон Ома. Следовательно, ток совпадает по фазе с э. д. с.

2) **Емкостное сопротивление.** Пусть конденсатор с емкостью  $C$  подключен к источнику переменной э. д. с.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ . Заряд конденсатора будет изменяться по закону  $q = C\mathcal{E} = C\mathcal{E}_0 \sin \omega t$ . Сила тока в цепи равна  $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ . Найдем изменение заряда  $\Delta q$  за время  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} \Delta q &= C\mathcal{E}_0 [\sin \omega(t + \Delta t) - \sin \omega t] = \\ &= C\mathcal{E}_0 [\sin \omega t \cos \omega \Delta t + \cos \omega t \sin \omega \Delta t - \sin \omega t]. \end{aligned}$$

Если  $\Delta t$  мало, то  $\cos \omega \Delta t \approx 1$ ,  $\sin \omega \Delta t \approx \omega \Delta t$  и

$$\Delta q = \omega C \mathcal{E}_0 \cos \omega t \Delta t.$$

Поэтому

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \omega C \mathcal{E}_0 \cos \omega t = \mathcal{I}_0 \cos \omega t,$$

где  $\mathcal{I}_0 = \omega C \mathcal{E}_0$  — амплитуда тока. Представив  $i$  в виде  $i = \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$  и сравнив  $i$  с выражением для э. д. с.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ , видим, что ток и э. д. с. сдвинуты по фазе на  $\pi/2$  (ток опережает э. д. с. на четверть периода). В этом случае закон Ома выполняется не для мгновенных значений  $i$  и  $\mathcal{E}$ , а для амплитудных.

Если обозначить емкостное сопротивление через  $X_C$ , то

$$\mathcal{I}_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{X_C}.$$

Так как  $\mathcal{I}_0 = \omega C \mathcal{E}_0$ , то

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Емкостное сопротивление обратно пропорционально круговой частоте тока и величине емкости.

3) **И н д у к т и в н о е с о п р о т и в л е н и е.** Рассмотрим цепь, состоящую из источника переменной э. д. с.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$  и катушки с индуктивностью  $L$ .

Сила тока в цепи определяется действующей э. д. с.  $\mathcal{E}$  и э. д. с. самоиндукции  $\mathcal{E}_c$  и величиной полного активного сопротивления

$$i = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_c}{R} = \frac{\mathcal{E}_0 \sin \omega t - L \frac{\Delta i}{\Delta t}}{R},$$

откуда

$$\mathcal{E}_0 \sin \omega t - L \frac{\Delta i}{\Delta t} = iR.$$

Для малых  $R$  имеем

$$L \frac{\Delta i}{\Delta t} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (3.40)$$

Частота тока  $i$  должна совпадать с частотой э. д. с., по фазе  $i$  и  $\mathcal{E}$  отличаются. Поэтому  $i$  можно представить в виде  $i = \mathcal{I}_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $\varphi$  — угол сдвига фаз между током и э. д. с. Изменение силы тока за время  $\Delta t$  равно

$$\Delta i = \mathcal{I}_0 \{ \sin[\omega(t + \Delta t) + \varphi] - \sin(\omega t + \varphi) \}.$$

После несложных преобразований для малых  $\Delta t$  найдем

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \omega \mathcal{I}_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Подставляя это выражение в (3.40), получим

$$\omega L \mathcal{I}_0 \cos(\omega t + \varphi) = \mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (3.41)$$

Это равенство выполняется лишь при  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ . Следовательно,

$i = \mathcal{I}_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ , т. е. сила тока отстает от э. д. с. на  $\pi/2$ . Из (3.41) следует, что  $\mathcal{E}_0 = \omega L \mathcal{I}_0$ .



По закону Ома  $\mathcal{I}_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{X_L}$  найдем индуктивное сопротивление

$$X_L = \omega L.$$

Индуктивное сопротивление пропорционально круговой частоте тока и индуктивности.

4) Сопротивление цепи со смешанной нагрузкой. Пусть в цепь, состоящую из последовательно соединенных активного сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$ , включен источник переменной э. д. с.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $\varphi$  — угол сдвига фаз между  $\mathcal{E}$  и силой тока  $i = \mathcal{I}_0 \sin \omega t$ . Найдем полное сопротивление  $z$  этой цепи и ток  $i$ , протекающий в ней. Мгновенные значения напряжений на  $R$ ,  $L$  и  $C$  равны

$$\begin{aligned} U_R &= \mathcal{I}_0 R \sin \omega t, \\ U_L &= \mathcal{I}_0 \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \\ U_C &= \frac{\mathcal{I}_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Мгновенное значение э. д. с.  $\mathcal{E}$  равно сумме мгновенных значений напряжений на отдельных участках цепи

$$\mathcal{E} = \mathcal{I}_0 R \sin \omega t + \mathcal{I}_0 \omega L \cos \omega t - \frac{\mathcal{I}_0}{\omega C} \cos \omega t.$$

Так как  $\mathcal{E} = \mathcal{I}_0 z \sin(\omega t + \varphi) = \mathcal{I}_0 z (\sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi)$ , то из предыдущей формулы получим

$$z \sin \varphi = \omega L - \frac{1}{\omega C}, \quad z \cos \varphi = R. \quad (3.42)$$

Возводя в квадрат и складывая эти уравнения, найдем

$$z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Это и есть полное сопротивление цепи. Амплитудное значение силы тока равно

$$\mathcal{I}_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{z} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (3.43)$$

Эту формулу называют законом Ома для цепи переменного тока, имеющей смешанную нагрузку. Из уравнений (3.42) найдем

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (3.44)$$

Эта формула показывает, как зависит угол сдвига фаз между током и э. д. с. от параметров цепи ( $R, L, C$ ) и частоты тока  $\omega$ .

**3. Мощность в цепи переменного тока.** Пусть цепь состоит из разного вида нагрузок ( $R, L, C$ ), соединенных последовательно. Если ток и э. д. с. имеют вид  $i = \mathcal{I}_0 \sin \omega t$ ,  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin (\omega t + \varphi)$ , то мгновенное значение мощности равно произведению мгновенных значений  $i$  и  $\mathcal{E}$ :

$$P = i\mathcal{E} = \mathcal{I}_0\mathcal{E}_0 \sin \omega t \sin (\omega t + \varphi).$$

В различные моменты времени мощность  $P$  будет иметь разную величину. Обычно необходимо знать среднее значение мощности за период. Преобразуем последнее уравнение

$$\begin{aligned} P &= \mathcal{I}_0\mathcal{E}_0 (\sin^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi) = \\ &= \frac{\mathcal{I}_0\mathcal{E}_0}{2} (2 \cos^2 \omega t \cos \varphi - 2 \cos 2\omega t \cos \varphi + \sin 2\omega t \sin \varphi) = \\ &= \frac{\mathcal{I}_0\mathcal{E}_0}{2} [\cos \varphi + \cos (2\omega t + \varphi)] = \frac{\mathcal{I}_0\mathcal{E}_0}{2} \cos \varphi + \frac{\mathcal{I}_0\mathcal{E}_0}{2} \cos (2\omega t + \varphi). \end{aligned}$$

Первый член окончательного выражения от времени не зависит, поэтому его среднее значение

$$\bar{P} = \frac{\mathcal{I}_0\mathcal{E}_0 \cos \varphi}{2}.$$

Среднее же значение 2-го члена равно нулю, так как за период величина  $\cos (2\omega t + \varphi)$  принимает одинаково часто как положительные, так и отрицательные значения. Итак, среднее за период значение мощности равно

$$\bar{P} = \frac{\mathcal{I}_0\mathcal{E}_0 \cos \varphi}{2}.$$

Применим эту формулу к отдельным участкам рассматриваемой цепи.

На емкости и индуктивности мощность не выделяется, так как в этих случаях  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ . Мощность рассеивается только на активном сопротивлении  $R$ . Поскольку напряжение на сопротивлении  $R$  находится в фазе с током, то  $\varphi = 0$ . Тогда мощность, выделяемая на активном сопротивлении, а следовательно, и во всей цепи, равна

$$\bar{P} = \frac{\mathcal{I}_0 U_0}{2},$$

где  $U_0$  — амплитуда напряжения на сопротивлении  $R$ , или

$$\bar{P} = \frac{\mathcal{I}_0^2 R}{2}.$$

Эта мощность выделяется в виде тепла.

Обозначим через  $\mathcal{I}$  и  $U$  силу тока и напряжение постоянного тока, который выделяет на сопротивлении  $R$  то же количество тепла, что и переменный ток. Тогда

$$\bar{P} = \mathcal{I}U.$$

Сравнивая эту мощность с мощностью переменного тока, имеем

$$\mathcal{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Эти величины тока и напряжения называются *действующими*, или *эффективными*, значениями.

Итак, если цепь содержит только активную нагрузку, то энергия электрического тока превращается в тепло или (в случае электродвигателей) в механическую энергию.

В цепи с емкостной и индуктивной нагрузкой происходит только обратимый процесс: за четверть периода энергия тока превращается в энергию электрического поля конденсатора или магнитного поля катушки; за другую четверть периода эта энергия поля преобразуется обратно в энергию тока. Поэтому в цепи мощность (средняя за период) равна нулю.

В цепи со смешанной нагрузкой мощность выделяется только на активном сопротивлении.

### § 3.12. Колебательный контур. Электромагнитные волны

**1. Собственные колебания в контуре.** *Колебательным контуром* называется электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных конденсатора с емкостью  $C$ , катушки с индуктивностью  $L$  и сопротивления  $R$ .

Если предварительно заряженный конденсатор замкнуть на катушку через сопротивление  $R$ , то конденсатор начнет разряжаться, и в цепи возникнет изменяющийся со временем ток, который, протекая по катушке, создает вокруг нее магнитное поле, также меняющееся с течением времени. Такое магнитное поле возбудит в катушке э. д. с. самоиндукции, препятствующую (по закону Ленца) нарастанию тока в контуре. Поэтому сила тока будет увеличиваться постепенно.

Когда ток достигнет наибольшего значения, потенциалы обкладок конденсатора выравниваются (конденсатор разрядится); ток, продолжая течь в том же направлении, начнет перезаряжать конденсатор. При этом в катушке индуцируется э. д. с., поддерживающая убывающий ток. Когда закончится перезарядка конденсатора, ток в контуре прекратится. После этого конденсатор снова начнет перезаряжаться, возникнет ток, но уже противоположного направления, и конденсатор вновь перезарядится. Затем весь процесс повторится. Возникнут коле-

бания, при которых происходит периодическое изменение разности потенциалов обкладок конденсатора и силы тока в контуре и одновременно — электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки. Такие колебания называются *электромагнитными колебаниями*.

Рассмотренные нами колебания получили название *собственных*, или *свободных*, колебаний, так как они совершаются свободно, т. е. без воздействия внешней (*вынуждающей*) силы.

Собственные колебания являются колебаниями *затухающими*: амплитуда их с течением времени падает. Причиной затухания является то, что энергия тока расходуется на выделение лент-джоулева тепла в активном сопротивлении, которое всегда существует в контуре, и на излучение (при определенной форме контура) электромагнитных волн.

При очень малом активном сопротивлении и незначительных потерях на излучение собственные колебания близки к незатухающим.

*Периодом* незатухающих колебаний называется тот минимальный промежуток времени, в течение которого разность потенциалов обкладок конденсатора (или сила тока в контуре) принимает одинаковые значения как по величине, так и по знаку. Период собственных незатухающих колебаний контура определяется формулой Томсона:

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

а частота (циклическая) — формулой

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Если индуктивность контура  $L$  выражена в генри, а емкость  $C$  — в фарадах, период выразится в секундах, а частота — в герцах.

При незатухающих электромагнитных колебаниях в контуре периодически происходит переход энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки, подобно тому как при незатухающих механических колебаниях кинетическая энергия переходит в потенциальную.

В моменты времени  $t = 0, \frac{T}{2}, T, \dots$  энергия электрического поля  $W_E$  максимальна и равна  $W_E = \frac{C\Delta\varphi_0^2}{2}$  ( $\Delta\varphi_0$  — наибольшее значение разности потенциалов конденсатора), а энергия магнитного поля  $W_H = 0$ , так как тока в цепи нет.

При  $t = \frac{T}{4}, \frac{3}{4}T, \dots$  магнитная энергия  $W_H$  принимает максимальное значение  $W_H = \frac{LI_0^2}{2}$  ( $I_0$  — максимальная сила тока), а  $W_E = 0$ , так как  $\Delta\varphi = 0$  (конденсатор разряжен).

В случае незатухающих колебаний полная энергия контура (сумма энергий электрического и магнитного полей контура) остается постоянной:  $W_E + W_H = \text{const}$  — в соответствии с законом сохранения энергии.

Периодом затухающих колебаний называют наименьший промежуток времени  $T_3$ , в течение которого разность потенциалов между обкладками конденсатора (или сила тока) принимает максимальные значения одного знака.

Если в контуре увеличивать активное сопротивление (при неизменных значениях  $L$  и  $C$ ), то возрастает период затухающих колебаний (так, что всегда  $T_3 > T$ ).

**2. Вынужденные колебания. Резонанс.** Для получения незатухающих электромагнитных колебаний необходимо подводить в контур энергию извне. Это можно сделать, например, включением последовательно в колебательный контур источника тока с периодически изменяющейся э. д. с.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ .

Колебания, возникающие в этом случае (так называемые *вынужденные колебания*), будут происходить с той же частотой  $\omega$ , с какой изменяется «вынуждающая» их э. д. с. Амплитуда силы тока в контуре зависит, как видно из формулы (3.43), не только от параметров контура  $R, L, C$  и амплитуды э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ , но и от частоты  $\omega$  вынуждающей э. д. с.

При очень малых частотах  $\omega$  (полное сопротивление контура возрастает за счет емкостного сопротивления  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ) и при высоких частотах (сопротивление контура растет за счет индуктивного сопротивления  $X_L = \omega L$ ) сила тока мала (рис. 3.44).

При определенной частоте  $\omega_0$  полное сопротивление контура  $z$  становится минимальным, а ток достигает своего наибольшего значения  $\mathcal{I}_{om}$ . Это происходит тогда, когда  $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ , т. е. при  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Если  $\omega = \omega_0$ , то  $z = R$  и  $\mathcal{I}_{om} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$ . В этом случае сила тока находится в фазе с э. д. с., т. е. разность фаз  $\varphi$  равна нулю (см. (3.44)) и контур действует как чисто активное сопротивление.

Явление резкого возрастания амплитуды силы тока в контуре (одновременно и напряжений на конденсаторе и катушке) при частотах, близких к  $\omega_0$ , называется *резонансом*, а частота  $\omega_0$  — *резонансной частотой*. Кривая зависимости силы тока  $\mathcal{I}_0$  от частоты  $\omega$  (рис. 3.43) получила название *резонансной кривой*.

При резонансе напряжения на индуктивности  $U_L$  и емкости  $U_C$  принимают максимальные и одинаковые значения:

$$U_L = \omega_0 L \mathcal{I}_{om} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

$$U_C = \frac{1}{\omega_0 C} \mathcal{I}_{om} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

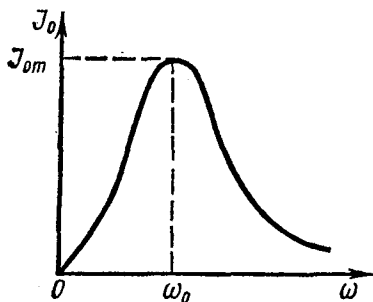


Рис. 3.44

т. е.  $U_L$  (или  $U_C$ ) в  $\frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  раз больше амплитудного значения э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ .

**3. Генератор незатухающих колебаний.** Рассмотрим принцип действия простейшего лампового генератора с колебательным контуром в цепи сетки (рис. 3.45).

При включении анодной батареи  $B_a$  (или под влиянием внешних электромагнитных воздействий) в колебательном контуре возникают колебания с собственной частотой  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . На обкладках конденсатора,

а следовательно, и между сеткой и катодом лампы появляется переменное напряжение, которое вызывает переменный анодный ток  $i_a$  с частотой  $\omega$ . Этот ток, проходя через катушку  $L'$ , индуктивно связанную с катушкой контура  $L$ , возбудит в последней переменную э. д. с. индукции  $\mathcal{E}_и$  той же частоты  $\omega$ . При определенном расположении катушек  $L$  и  $L'$  э. д. с.  $\mathcal{E}_и$  будет иметь тот же знак, что и ток в контуре. В этом случае контур, в такт с возникающими в нем колебаниями, будет получать энергию из анодной цепи за счет энергии батареи. При достаточной связи между катушками энергия, поступающая в контур, может полностью возместить потери на затухание, и в контуре установятся незатухающие колебания с периодом  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$ .

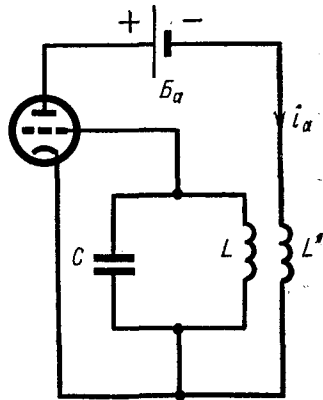


Рис. 3.45

**4. Электромагнитное поле. Электромагнитные волны.** Электрическое поле создается зарядами (как покоящимися, так и движущимися) или переменным магнитным полем.

Магнитное поле может быть создано либо движущимися зарядами (током), либо, как это показал Максвелл, переменным электрическим полем.

Напряженность  $E$  электрического поля, возникающего в результате изменения магнитного поля, пропорциональна скорости изменения напряженности  $H'$  последнего:  $E \sim \frac{\Delta H'}{\Delta t}$ .

Напряженность  $H$  магнитного поля, возникающего благодаря изменению электрического поля, пропорциональна скорости изменения напряженности этого электрического поля  $E'$ :  $H \sim \frac{\Delta E'}{\Delta t}$ . Если  $\frac{\Delta H'}{\Delta t}$  и  $\frac{\Delta E'}{\Delta t}$  постоянны во времени, то напряженности  $E$  и  $H$  возникающих полей не изменяются с течением времени. Только при переменных значениях  $\frac{\Delta H'}{\Delta t}$  и  $\frac{\Delta E'}{\Delta t}$  будут переменными также  $E$  и  $H$ .

Так, например, если  $H'$  и  $E'$  изменяются периодически, например по гармоническому закону с частотой  $\omega$ :  $H' = H'_0 \cos \omega t$ ,  $E' = E'_0 \cos \omega t$ , то

$$\frac{\Delta H'}{\Delta t} = \omega H'_0 \sin \omega t, \quad \frac{\Delta E'}{\Delta t} = \omega E'_0 \sin \omega t^1,$$

а поэтому  $E$  и  $H$  изменяются с течением времени также периодически. При этом амплитудные значения напряженностей  $E$  и  $H$  пропорциональны частоте  $\omega$ .

Таким образом, переменное магнитное поле создает переменное электрическое поле, которое, в свою очередь, приводит к возникновению переменного магнитного поля. Оба переменных поля — электрическое и магнитное — связаны друг с другом и образуют так называемое *электромагнитное поле*.

Если в каком-нибудь месте пространства возбуждено вихревое электрическое поле, то силовые линии возникшего переменного магнитного поля будут охватывать силовые линии электрического поля концентрическими окружностями, а силовые линии переменного электрического поля, вызванного меняющимся магнитным полем, охватят силовые линии магнитного поля и т. д. Возникающее электромагнитное поле начнет распространяться в виде *электромагнитных волн*.

Так как силовые линии одного поля перпендикулярны к силовым линиям другого поля, то векторы напряженностей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  электрического и магнитного полей в электромагнитной волне всегда взаимно перпендикулярны. Кроме того, они перпендикулярны к направлению распространения волны. Это значит, что электромагнитные волны *поперечные*.

Электромагнитные волны распространяются с определенной конечной скоростью. По теории Максвелла, скорость электромагнитных волн в однородной среде определяется свойствами этой среды:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}},$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная относительные проницаемости среды,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{a^2 \cdot сек^2}{н \cdot м^2}$  и  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{н}{a^2}$  — электрическая и магнитная постоянные.

Чтобы получить скорость распространения электромагнитных волн в вакууме, нужно в последней формуле положить  $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{a^2 \cdot сек^2}{н \cdot м^2} 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{н}{a^2}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}.$$

Эта скорость равна скорости света в вакууме. Такой результат является одним из доказательств того, что свет есть электромагнитные волны.

<sup>1</sup> В этом легко убедиться, найдя изменение  $\cos \omega t$  за малый промежуток времени  $\Delta t$ , как это сделано выше в гл. 4.

Расстояние, которое волна проходит за время одного полного колебания (т. е. за период  $T$ ), называется длиной волны.

Если скорость распространения электромагнитной волны в однородной среде равна  $v$ , то

$$\lambda = vT, \text{ или } \lambda = 2\pi \frac{v}{\omega},$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  — частота колебаний в электромагнитной волне.

Для вакуума  $\lambda_0 = cT = \frac{2\pi c}{\omega}$ . Поскольку скорость  $v$  зависит от  $\epsilon$  и  $\mu$  среды, то при переходе электромагнитной волны из одной среды в другую изменяется  $v$ , а следовательно, и  $\lambda$ , частота же колебаний не зависит от свойств среды. Так, например, если волна переходит из вакуума в среду с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$ , то длина волны уменьшается в  $\sqrt{\epsilon\mu}$  раз:

$$\lambda = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi c}{\omega \sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon\mu}},$$

где  $\lambda_0$  — длина электромагнитной волны в вакууме.

Существование электромагнитных волн теоретически предсказал Максвелл. Впервые их получил и исследовал Герц, который произвел ряд опытов с отражением, преломлением, интерференцией, дифракцией и поляризацией электромагнитных волн. Эти опыты показали, что электромагнитные волны обладают теми же свойствами, что и световые волны.



## РАЗДЕЛ 4. ОПТИКА И АТОМНАЯ ФИЗИКА

### ГЛАВА 1. ОПТИКА

Исторически оптика начала развиваться как учение о зрении и свете. Это объясняется тем, что в течение очень продолжительного времени глаз являлся единственным приемником света.

Однако позже стало известно, что свет можно обнаружить не только с помощью глаза. Свет может превращаться в теплоту, электричество, вызывать химические превращения. На принципе превращения света в тепло, а затем в электрический ток основано применение термопары в качестве приемника света. В другом способе регистрации света используется фотографическая пластинка, в которой под действием света происходят химические реакции. Существуют и другие методы регистрации и количественного измерения световой энергии.

Применение этих методов регистрации светового излучения привело к открытию неизвестных ранее видов излучения, свойства которых очень похожи на свойства света, воспринимаемого глазом. Позже выяснилось, что и физическая природа этих невидимых излучений та же самая, что и видимого света.

В дальнейшем будем пользоваться терминами *свет* и *световое излучение*, имея в виду, что, оперируя этими понятиями, мы не ограничимся излучением, воспринимаемым глазом.

После того как были накоплены факты о свете, его распространении и действии, перед исследователями, естественно, встал вопрос: какова природа света? По мере появления новых опытных данных возникали различные гипотезы о природе света. Для их подтверждения или опровержения необходимо было выяснить, как возникает свет, как он распространяется и поглощается различными телами.

Изучение этих вопросов привело к установлению важных данных о строении вещества и о процессах, протекающих в источниках света. Однако и эти вопросы не исчерпывают все проблемы оптики. Световое излучение, распространяясь в веществе, воздействует на него, а с другой стороны, само подвергается воздействию атомов и молекул, из которых построено вещество. Анализируя световое излучение, испытывавшее воздействие этих атомов и молекул, можно получить очень ценные сведения о строении и свойствах исследуемого вещества. Свет является мощным инструментом исследования вещества.

Таким образом, предмет оптики можно определить следующим образом. *Оптика* — учение о свете и его взаимодействии с веществом.

## § 4.1. Основные законы оптики и некоторые опытные данные

Уже в первые периоды оптических исследований на опыте были установлены следующие четыре основных закона оптических явлений:

- 1) закон прямолинейного распространения света;
- 2) закон независимости световых пучков;
- 3) законы отражения света;
- 4) законы преломления света.

Дальнейшие исследования показали, что применение этих законов ограничено и что они лишь приближенно соответствуют результатам опыта. Отклонения от этих законов будут подробно рассмотрены при изложении интерференции и дифракции света.

**1. Закон прямолинейного распространения света.** В однородной прозрачной среде свет распространяется по прямым линиям, называемым *лучами*. Луч — понятие чисто геометрическое и самостоятельного физического значения не имеет. Нельзя путать «световой луч» с понятием «пучок света». Пучок света можно получить, если на пути распространения света от источника поместить несколько экранов с маленькими отверстиями, расположенными на одной оси. Чем уже световой пучок, тем легче и точнее можно отыскать направление луча, т. е. направление распространения света. Мы не можем, однако, получить бесконечно узкий световой пучок, так как, уменьшая размеры отверстий, ограничивающих пучок, можно уменьшать ширину пучка только до известных пределов. Дальнейшее уменьшение отверстий, напротив, приведет к расширению пучка света (см. далее § 4.5).

Закон прямолинейного распространения света известен давно. Его формулировка встречается в «Оптике» Евклида (III в до н. э.).

Опытные обоснования этого закона широко известны. Это прежде всего получение теней различных предметов. На рис. 4.1 представлена простейшая схема такого опыта.

Если между *точечным источником* света и экраном поместить непрозрачное тело, то на экране образуется резкая тень (рис. 4.1, а) (заметьте, что *точечным источником* света называется источник, размеры которого значительно меньше расстояния от него до освещаемого непрозрачного предмета). Закон прямолинейного распространения света позволяет объяснить возникновение полутени. Если размеры источ-

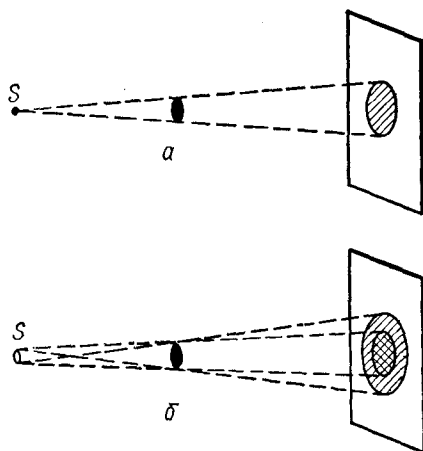


Рис. 4.1

ника света не очень малы, то края тени будут нерезкими (рис. 4.1, б). Темное пятно называется *полной тенью*, а размытый край — *полутенью*. Это простейшие из многочисленных экспериментов, результаты которых позволяют утверждать, что свет от источника света распространяется вдоль лучей, представляющих собой прямые линии. С этой точки зрения появление полутени связано с тем, что в каждую точку области полутени свет приходит только от части поверхности источника.

**2. Закон независимости световых пучков.** В сложном световом потоке, который можно представить в виде множества световых пучков, распространяющихся по различным направлениям, отдельные световые пучки производят эффект, не зависящий от присутствия и направления распространения других пучков.

Другими словами, если на предмет падает пучок света и к нему присоединяется второй, то действие (освещение) просто складывается из освещения, создаваемого каждым из этих пучков в отдельности.

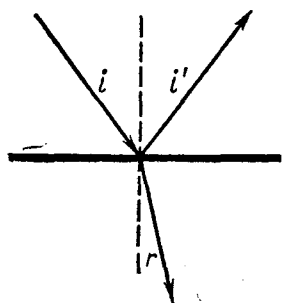


Рис. 4.2

**3. Законы отражения и преломления.** Если на границу раздела двух сред падает луч света (например, из воздуха на полированную плоскую стеклянную поверхность), то, как показывает опыт, он разделится на два

луча (рис. 4.2). Один из них пойдет обратно в первую среду (воздух), а второй — во вторую (стекло). Первый луч называют *отраженным*, а второй — *преломленным*.

Вопрос о направлении распространения отраженного и преломленного лучей уже в глубокой древности интересовал людей. Законы отражения как более простые были установлены экспериментально очень давно. Упоминание об этих законах также встречается в «Оптике» Евклида. Законы отражения можно сформулировать следующим образом:

1) луч отраженный и луч падающий лежат в одной плоскости с перпендикуляром, восстановленным к границе раздела сред в точке падения луча;

2) *угол отражения ( $i'$ ) равен углу падения ( $i$ ).*

Углы падения и отражения принято измерять от перпендикуляра к поверхности раздела до соответствующего луча.

Вопрос о направлении распространения преломленного луча оказался гораздо более сложным. Первая попытка найти закон преломления была сделана известным александрийским астрономом Птолемеем. В 120 г. н. э. им была составлена таблица, выражающая зависимость угла преломления от угла падения для случая преломления света на границе «воздух — вода». Однако несмотря на то, что точность его измерений была весьма высока, он не смог установить законы преломления. Эта задача была решена спустя почти полторы тысячи лет голландским физиком В. Снеллиусом и независимо от него французским математиком и физиком Рене Декартом.

Современная формулировка законов преломления выглядит так:  
1) луч преломленный и луч падающий лежат в одной плоскости с перпендикуляром, восстановленным к границе раздела сред в точке падения луча;

2) отношение синуса угла падения  $i$  к синусу *угла преломления*  $r$  есть величина постоянная для двух данных сред.

Таким образом, второй закон преломления математически можно записать следующим образом:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad (4.1)$$

где  $n$  — величина, зависящая от свойств сред, на границе раздела которых происходит преломление света, и называемая *относительным показателем преломления* второй среды относительно первой. Углы падения и преломления ( $i$  и  $r$ ) отсчитываются от перпендикуляра к поверхности раздела до соответствующего луча.

Если свет преломляется на границе «вакуум — прозрачная среда», то соответствующий показатель преломления называется *абсолютным показателем преломления* прозрачной среды.

Так как первой средой обычно бывает воздух, то принято определять показатель преломления данного вещества относительно воздуха. Этот относительный показатель преломления очень мало отличается от абсолютного, так как абсолютный показатель преломления воздуха очень близок к единице и равен при нормальных условиях 1,00029.

При сравнении двух граничащих между собой сред среда, обладающая большим абсолютным показателем преломления, называется оптически более плотной.

**4. Обратимость направления световых лучей.** Направим теперь луч света из второй среды в первую по тому направлению, по которому ранее шел преломленный луч. Угол падения в этом случае будет равен  $r$  (см. рис. 4.2). По какому направлению пойдет преломленный луч в первой среде? Законы преломления позволяют легко решить этот вопрос. Действительно, второй закон преломления в рассматриваемом случае мы должны записать в виде

$$\frac{\sin r}{\sin x} = n',$$

где  $x$  — угол преломления;  $n'$  — показатель преломления первой среды относительно второй, который, очевидно, связан следующим простым соотношением с показателем преломления  $n$  второй среды относительно первой:

$$n' = \frac{1}{n}.$$

Подставляя это значение  $n'$  в написанное выше уравнение второго закона преломления, получим

$$\frac{\sin r}{\sin x} = \frac{1}{n}, \quad \text{или} \quad \frac{\sin x}{\sin r} = n.$$

Отсюда следует, что  $x=i$ , т. е. угол преломления в первой среде равен углу падения для того случая, когда свет падал из первой среды во вторую. Таким образом, падающий и преломленный лучи как бы меняются местами. Полученный нами результат говорит о том, что в рассмотренном случае световые лучи обладают свойством *обратимости*. Обратимость отраженного и падающего лучей очевидна.

Естественно, что свойство обратимости световых лучей сохраняется и при многократных отражениях и преломлениях, которые могут происходить в любой последовательности.

Таким образом, если световой луч, испытавший любое количество отражений и преломлений, на последнем этапе отразить точно назад, то он пройдет обратно всю последовательность отражающих и преломляющих поверхностей по тому же самому пути и вернется к своему источнику.

**5. Полное внутреннее отражение.** Интересное явление возникает в том случае, когда свет распространяется из более плотной среды в менее плотную. Мы видели, что в оптически более плотной среде распространяющийся луч составляет меньший угол с перпендикуляром, восстановленным к границе раздела, чем луч, идущий в менее плотной среде. Таким образом, если в рассматриваемом случае увеличивать угол падения, то угол преломления также будет увеличиваться, причем он будет всегда больше угла падения. Следовательно, при некотором угле падения преломленный луч в менее плотной среде будет составлять угол  $90^\circ$  с перпендикуляром к границе раздела сред, т. е. он будет распространяться вдоль границы раздела. Если угол падения еще увеличить, то во вторую (менее плотную) среду луч вообще не пройдет и полностью отразится в первую. Это явление называется *полным внутренним отражением*, а угол падения, при котором весь свет начинает полностью отражаться в первую среду, — *предельным углом* полного внутреннего отражения.

Пользуясь законом преломления, легко найти связь предельного угла полного внутреннего отражения с относительным показателем преломления более плотной среды. Действительно, в нашем случае закон преломления запишется в виде

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n' = \frac{1}{n},$$

где  $n'$  — относительный показатель преломления второй (менее плотной) среды;  $n$  — относительный показатель преломления первой среды. Если угол падения равен предельному, то угол преломления равен  $90^\circ$ . Следовательно,  $\sin r = 1$  и

$$\sin i_{\text{пр}} = \frac{1}{n}. \quad (4.2)$$

Для стекла с показателем преломления  $n=1,55$  предельный угол полного внутреннего отражения приблизительно равен  $40^\circ$ . Оптические детали, действие которых основано на явлении полного внутреннего отражения, используются для замены зеркал в различных оптических

приборах. На рис. 4.3 изображены две такие детали: поворотная (а) и оборачивающая (б) призмы. Принцип действия этих призм ясен из рисунка. Элементы оптических систем такого типа заменяют металлические зеркала, поверхность которых тускнеет с течением времени. Кроме того, изготовить такие элементы (например, оборачивающую призму) часто бывает проще, чем собрать эквивалентную зеркальную систему.

В последнее время явление полного внутреннего отражения нашло применение в устройствах, которые служат для передачи изображения предмета без помощи линз и зеркал. Это так называемые *светопроводы*.

Светопровод состоит из большого числа тонких (диаметром около 20 мк) нитей длиной около 1 м каждая, изготовленных из стекла. Эти нити расположены вплотную одна к другой и параллельны между собой. На обоих торцах светопровода взаимное расположение концов нитей строго одинаково. Каждая нить окружена тонкой оболочкой из стекла, имеющего меньший показатель преломления, чем сама нить.

Если к одному торцу светопровода прижать какой-либо плоский самосветящийся или освещенный посторонним источником света предмет, то свет от каждой малой области предмета попадет в торец одной из нитей. Так как каждая нить окружена средой, оптическая плотность которой меньше, чем оптическая плотность нити, то попавший в нее свет испытает множество полных внутренних отражений и выйдет из противоположного торца нити. Таким образом, на другом конце светопровода получается изображение предмета, которое будет тем более четким, чем меньше диаметр каждой нити.

Светопроводы находят широкое применение в тех случаях, когда путь света от источника до приемника света оказывается криволинейным. В таких ситуациях светопровод благодаря своей гибкости заменяет весьма сложную оптическую систему, состоящую из многих линз и зеркал. Кроме того, надо отметить, что светопровод обладает очень высокой *светосилой*, т. е. потери световой энергии на пути следования луча невелики.

**6. Энергетические соотношения.** До сих пор при изучении отражения и преломления света мы интересовались только геометрией лучей, т. е. законами, определяющими направления отраженного и преломленного лучей. Но еще не разобран вопрос о том, как энергия светового пучка, падающего на границу раздела двух сред, определяемая, например, по его тепловому действию, распределяется между отраженным и преломленным пучками.

Опыт показывает, что в случае отражения от границы раздела двух прозрачных диэлектриков количество отраженной энергии существенно зависит от разности показателей преломления сред и от угла падения на границу раздела. При этом энергия падающего светового пучка так

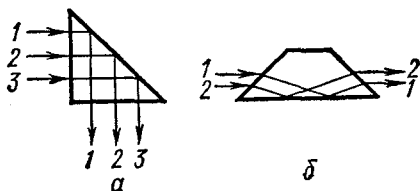


Рис. 4.3

распределяется между отраженным и преломленным пучками, что выполняется закон сохранения энергии, а именно: *поток световой энергии, попадающий на границу раздела, равен сумме потоков энергии в отраженном и преломленном пучках*. Напомним, что *потоком энергии* называется энергия, проходящая через поперечное сечение пучка в единицу времени. В случае нормального падения видимого света на границу раздела поток энергии в отраженном пучке значительно меньше светового потока, прошедшего во вторую среду. С увеличением разности показателей преломления сред отражение возрастает. Но даже при относительном показателе преломления второй среды, равном 2 (для видимого света — очень большая величина), доля отраженной энергии не превосходит 11% от энергии падающего пучка. При увеличении угла падения количество отраженной энергии обычно возрастает и стремится к 100% при стремлении угла падения к  $90^\circ$ . Увеличением доли отраженной энергии при возрастании угла падения объясняется, например, яркий блеск заходящего Солнца на поверхности водоема.

Зависимость отражательной способности от разности показателей преломления сред используется в так называемом *иммерсионном методе* определения показателей преломления. Этот метод применяется для определения показателей преломления твердых тел в тех случаях, когда исследуемые образцы очень малы или имеют неправильную форму. Метод состоит в следующем. Исследуемые образцы последовательно помещают в различные эталонные жидкости, показатели преломления которых известны. Когда показатели преломления образца и иммерсионной жидкости оказываются равными, исчезает отражение на границе их раздела и образец становится невидимым.

Отражение от металлических поверхностей носит совсем другой характер. Здесь доля отраженной энергии очень велика (например, для серебра — 94%, для олова — 80%) и практически не зависит от угла падения.

**7. Скорость света.** Вопрос о скорости распространения света — один из наиболее важных, принципиальных вопросов не только оптики, но и физики вообще. Не решив его, очень трудно составить правильное представление о природе светового излучения.

Первая попытка определить скорость света принадлежит Галилею (1607 г.), который предложил способ, сходный с его же методом определения скорости звука.

На определенном расстоянии друг от друга располагаются два человека с затемненными, но зажженными фонарями. Один из них открывает фонарь и включает часы. Другой открывает свой фонарь в тот момент, когда он видит свет первого фонаря. Первый человек останавливает часы, когда видит свет второго фонаря, таким образом определяет время прохождения светом измеренного расстояния туда и обратно. Этим способом не удалось определить скорость света, так как при сравнительно небольших расстояниях между наблюдателями время реакции наблюдателя на свет значительно превосходило время распространения света от одного наблюдателя к другому.

**Метод Рёмера.** Первый удачный метод определения скорости света был предложен и осуществлен датским астрономом Олафом Рёмером в 1676 г. Этот метод не связан с необходимостью точного измерения очень коротких промежутков времени.

Астрономы наблюдали затмения спутника Юпитера, например, моменты выхода этого спутника из тени Юпитера. Наблюдатель на Земле регистрировал момент конца затмения. Период обращения ближайшего к Юпитеру спутника составляет примерно 45,5 ч, т. е. затмения следуют часто, одно за другим, но Рёмер установил, что затмения наблюдаются не вполне регулярно. Если, например, начиная с положения Земли  $Z_1$  (рис. 4.4) вычислять моменты ожидаемых затмений и произвести наблюдение при положении Земли примерно через  $\frac{1}{2}$  года (положение  $Z_2$ ), то момент затмения оказывается запоздавшим против вычисленного на 996 сек. Однако те же вычисления дают правильный результат, если вновь провести наблюдения к моменту положения Земли  $Z_3$ , т. е. примерно еще через  $\frac{1}{2}$  года.

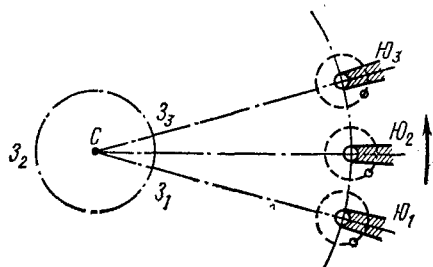


Рис. 4.4

Период обращения Юпитера вокруг Солнца почти в 12 раз больше периода обращения Земли. Поэтому положения  $Ю_1$ ,  $Ю_2$ ,  $Ю_3$  разделены промежутками около полугода. Рёмер нашел правильное объяснение этим явлениям: надо учитывать время, необходимое для того, чтобы свет прошел добавочное расстояние, равное поперечнику земной орбиты. Диаметр земной орбиты по современным измерениям равен  $299 \cdot 10^6$  км, а время запаздывания затмения против вычисленного — 996,4 сек. Отсюда скорость света приблизительно равна 300 000 км/сек.

Сам Рёмер не получил достаточно точного значения скорости света, так как его измерения обладали значительной погрешностью, и, кроме того, диаметр земной орбиты в то время был известен с малой точностью. Однако ценность открытия Рёмера огромна. Он впервые показал, что скорость распространения света конечна.

**Метод Физо.** Первое измерение скорости света в земных условиях было выполнено французским физиком Ипполитом Луи

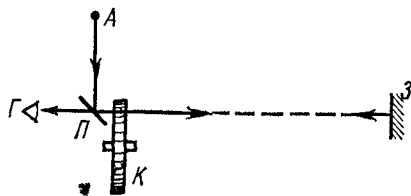


Рис. 4.5

Физо в 1849 г. Идея его опыта состояла в следующем. От сильного источника света  $A$  (рис. 4.5) свет падал под углом  $45^\circ$  на стеклянную пластинку  $П$ . От нее свет отражался, проходил в промежутке между зубцами зубчатого колеса  $К$  и падал перпендикулярно на зеркало  $З$ , находящееся на довольно большом расстоянии от колеса. Отражаясь от зеркала, свет возвращался обратно, снова проходил между зубцами



колеса, затем через пластинку и попадал в глаз наблюдателя *Г*. Когда колесо было неподвижным, свет был виден, но если колесо приводили во вращение, то при некоторой скорости вращения свет переставал попадать в глаз наблюдателя. Это происходило при такой скорости вращения, когда за время распротранения света от источника до зеркала и обратно на месте промежутка между зубцами оказывался зубец.

Скорость света в этом опыте рассчитывалась следующим образом. Пусть колесо делает *N* оборотов в 1 сек и число зубцов равно *k*. При каждом обороте колеса  $2k$  раз происходит замена зубца промежутком и промежутка зубцом. Значит, за 1 сек таких случаев произойдет  $2kN$ . Следовательно, время, в течение которого промежуток заменяется зубцом, будет равно  $\frac{1}{2} kN$  сек. Но за это же самое время свет два раза проходит расстояние от колеса до зеркала, которое мы обозначим через *L*. Значит, с другой стороны, это время равно  $2L/c$ , где *c* — скорость света. Приравнивая эти времена ( $\frac{1}{2} kN = 2L/c$ ), для скорости света получим  $c = 4kNL$ .

Метод Физо также дал для скорости света значение, близкое к 300 000 км/сек.

В дальнейшем методы измерения скорости света были существенно усовершенствованы. Особая заслуга в этом принадлежит известному американскому физику А. А. Майкельсону. Он в своих опытах также использовал принцип модуляции, с которым мы познакомились на примере метода Физо. Майкельсоном были проведены тщательные измерения скорости света в вакууме, а также в различных средах.

В современных методах прямого измерения скорости света принцип классического метода Физо сохраняется, но благодаря развитию радиотехнических методов очень точное измерение стало возможным даже в том случае, когда путь, проходимый световым лучом, незначителен. В настоящее время принято следующее значение скорости света в вакууме:  $c = 299\,792,5 \pm 0,4$  км/сек.

Укажем еще на один важный экспериментальный результат, который очень существен для решения вопроса о природе света. Скорость света в вакууме больше, чем в других веществах. Например, отношение скорости света в вакууме к скорости света в воде равно 1,33; для серуглерода аналогичное отношение равно 1,76.

**8. Двойное лучепреломление и поляризация светового луча.** В этом пункте будут рассмотрены некоторые экспериментальные данные, относящиеся к прохождению светового излучения через прозрачные кристаллы. Мы ограничимся только описанием опытов, в которых обнаруживается еще одно важное свойство света. Объяснение этих опытов будет дано в § 4.2.

В 1669 г. датчанин Э. Бартолинус открыл явление *двойного лучепреломления*. Схема его опыта была следующей. Узкий пучок световых лучей падал нормально на плоскопараллельную пластинку, вырезанную из кристалла исландского шпата (рис. 4.6). При этом оказалось, что внутри кристалла пучок света расщепляется на два и из кристалла выходят два пространственно разделенных световых пучка. Один из них, обозначенный на рисунке буквой *o*, проходит кристаллическую

пластинку в первоначальном направлении без преломления. Таким образом, пучок  $o$  распространяется так же, как распространялся бы луч, падающий под прямым углом на любую стеклянную пластинку. Другими словами, он ведет себя в соответствии с обычным законом преломления и поэтому получил название *обыкновенного пучка*. Другой пучок  $e$ , несмотря на нормальное падение, испытывает преломление и выходит из кристалла параллельно начальному пучку. Второй пучок называется *необыкновенным*, так как его поведение не подчиняется известному нам закону преломления.

Выделим теперь один из пучков, например обыкновенный, при помощи диафрагмы  $D$ , как показано на рис. 4.6. Пропустим этот пучок через сосуд с мутной жидкостью. Жидкость является мутной потому, что в ней взвешены маленькие нерастворимые частички какого-либо вещества и на их границах происходит отражение света. Если бы мы пропустили через такую жидкость пучок света, не прошедший предварительно через кристаллическую пластинку, то его путь в жидкости был бы виден одинаково со всех сторон при наблюдении перпендикулярно световому пучку. Это связано с тем, что взвешенные частицы расположены в жидкости хаотично и в среднем отражают свет во все стороны одинаково. Если же пропустить через жидкость только обыкновенный луч или только необыкновенный, то мы заметим, что в двух положениях, отстоящих друг от друга на  $180^\circ$ , светового пучка не видно. Если мы будем менять направление наблюдения, по-прежнему рассматривая пучок перпендикулярно направлению его распространения, то видимая яркость пучка будет возрастать и достигнет максимума при повороте направления наблюдения на  $90^\circ$  от положения, соответствующего его полному погасанию.

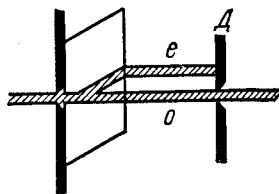


Рис. 4.6

Эффект двойного лучепреломления обнаруживают не только кристаллы исландского шпата, но и большинство других кристаллов.

Световой пучок, обладающий описанным выше свойством несимметричности относительно направления распространения, можно получить и другим способом. Для этого используется отражение света от поверхности какого-либо диэлектрика, например, стекла. Оказывается, что при некотором угле падения света на границу раздела двух сред отраженный луч также будет обладать этим свойством несимметричности. Угол падения, для которого наблюдается этот эффект, зависит от относительного показателя преломления одной среды относительно другой. Эта несимметрия светового луча по отношению к направлению его распространения называется *поляризацией*, а луч, обладающий такой особенностью, — *поляризованным*.

К обсуждению этого свойства световых пучков мы вернемся в следующем параграфе.

## § 4.2. Волновая теория света

**1. Первые теории.** Тот факт, что световая энергия может распространяться из одного места в другое, наводит на мысль, что при описании этого процесса целесообразно воспользоваться аналогией с каким-либо другим процессом, связанным с передачей энергии.

Движущиеся тела обладают кинетической энергией. Эта энергия связана с движущимся телом и таким образом передается из одного места в другое. Другой способ передачи энергии — это перенос энергии посредством волнового процесса, который не связан с движением среды как целое. Например, в случае волн на поверхности жидкости частицы жидкости совершают только колебания в направлении, перпендикулярном поверхности жидкости, а энергия распространяется вдоль поверхности на значительные расстояния.

Многие физики XVII и XVIII веков пытались объяснить распространение света при помощи представления или о частицах, или о волнах. В то же время эти две формы движения энергии считались совершенно различными. В первом случае, например при движении ружейной пули, ее кинетическая энергия переходит из одной определенной небольшой области в другую, практически не рассеиваясь во время движения пули. Если же возникает волна, например при падении камня в пруд, то энергия быстро распространяется по всей поверхности воды и ни одна малая часть поверхности не получает значительной доли энергии.

Сторонником первой точки зрения был И. Ньютон (конец XVII в.). Он считал, что свет представляет собой мелкие частички (*корпускулы*), летящие с огромной скоростью (300 000 км/сек). Такое представление хорошо согласуется с законом прямолинейного распространения света, но требует введения дополнительных предположений при попытке объяснить те отклонения от этого закона, о которых мы уже упоминали и которые подробно будут рассмотрены ниже. Отражение света понималось Ньютоном аналогично отражению упругого шарика при ударе об упругую плоскость, т. е. здесь приходилось предполагать, что все отражающие тела являются абсолютно упругими по отношению к корпускулам света.

Преломление Ньютон объяснял притяжением световых частиц преломляющей средой, благодаря чему меняется их скорость при переходе из первой среды во вторую. При этом получалось, что скорость в более плотной среде должна быть больше, чем в менее плотной. Этот вывод, следующий из теории Ньютона, противоречит опытным данным, согласно которым скорость света в вакууме имеет максимально возможное значение, а в других средах скорость меньше. Таким образом, в этом пункте теория Ньютона не согласуется с экспериментальными данными. Но это не единственное затруднение корпускулярной теории света. Такая модель не может объяснить и другие оптические эффекты (интерференция, дифракция).

Современник Ньютона Х. Гюйгенс выступил с другой теорией света. Он считал, что свет надо рассматривать как упругие волны,

распространяющиеся в особой среде, заполняющей все пространство в эфире.

Свойства эфира таковы, что он допускает огромную скорость распространения световых волн. Несмотря на определенные недостатки этой точки зрения, Гюйгенс создал стройную волновую теорию света, которая затем была развита и дополнена и вытеснила теорию света Ньютона.

**2. Принцип Гюйгенса.** Гюйгенсом был сформулирован общий принцип, которому подчиняется распространение волн и который позволяет исходя из положения волнового фронта в какой-нибудь момент времени найти положение этого фронта для более позднего момента времени. Напомним, что *волновым фронтом* (или фронтом волны) называется поверхность, до различных точек которой световое возбуждение доходит в один и тот же момент времени. Например, для точечного источника света, находящегося в однородной среде, волновой фронт представляет собой сферу.

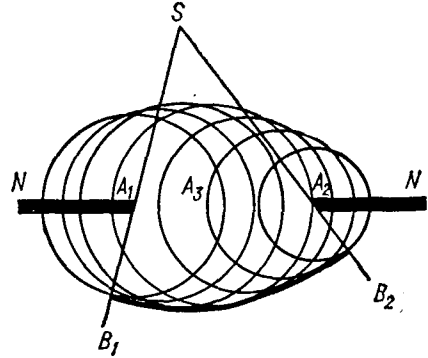


Рис. 4.7

Принцип Гюйгенса формулируется следующим образом. Каждую точку среды, которой достигла волна, можно рассматривать как источник *вторичных* сферических волн, распространяющихся по всем направлениям со скоростью, величина которой определяется свойствами среды. *Огибающая поверхность*, т. е. поверхность, касающаяся всех вторичных сферических волн в том положении, которого они достигли к моменту времени  $t$ , и представляет собой волновой фронт в этот момент времени.

Поверхность, на которой расположены точки среды, выбранные в качестве источников вторичных волн, называется *вспомогательной поверхностью*. Эту поверхность можно выбрать различными способами, но окончательный результат будет одним и тем же. Наиболее рациональный выбор вспомогательной поверхности определяется конкретными условиями задачи. Посмотрим теперь, как с помощью принципа Гюйгенса можно объяснить основные опытные законы оптики.

**Закон прямолинейного распространения света.** Пусть  $S$  — точечный источник света (рис. 4.7). На пути световой волны, исходящей из этого источника, находится плоский экран  $NN$  с отверстием  $A_1A_2$ . В качестве вспомогательной поверхности выберем плоскость, совпадающую с поверхностью экрана. Будем рассматривать все точки, лежащие в этой плоскости в пределах отверстия  $A_1A_2$ , как вторичные источники, от которых могут распространяться вторичные волны. Эти волны представляют собой сферические поверхности с центрами в соответствующих вторичных источниках. Так

как в различные точки выбранной нами вспомогательной поверхности световое возбуждение приходит в разные моменты времени, то радиусы сферических поверхностей будут различны. Так, например, в точку  $A_3$  свет от источника придет раньше, чем в  $A_1$ ; соответственно вторичные волны из  $A_3$  успеют к интересующему нас моменту времени распространиться дальше, чем из  $A_1$ . Следовательно, радиус сферической поверхности, описанной вокруг  $A_3$ , будет больше, чем для  $A_1$ .

Очевидно, для всех вторичных волн сумма их радиусов и расстояний их центров от источника света  $S$  должна быть величиной постоянной. Поэтому огибающая поверхность этих вторичных волн будет представлять собой участок шаровой поверхности (на рис. 4.7 вычерчена жирно) внутри конуса с образующими  $SB_1$  и  $SB_2$ . Внутри этого конуса свет от источника распространяется так, как будто экран отсутствует, а вне конуса света нет.

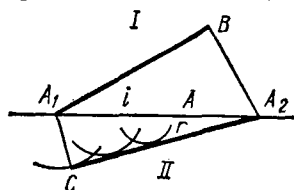


Рис. 4.8

Таким образом, принцип Гюйгенса хорошо объясняет закон прямолинейного распространения света.

Закон отражения и преломления света. Пусть  $A_1A_2$  (рис. 4.8)

представляет собой плоскую границу раздела между двумя средами  $I$  и  $II$ , в которых скорости распространения света  $v_1$  и  $v_2$  различны. На границу раздела наклонно падает плоская волна, фронт которой в некоторый момент времени  $t_0$  имеет положение  $A_1B$ . Нужно определить положение фронта волны во второй среде в момент времени  $t_0+t$ .

В качестве вспомогательной поверхности выберем поверхность раздела сред. Световое возбуждение в различные точки этой поверхности придет в разные моменты времени. Точка  $A_1$  начинает излучать вторичную волну в момент времени  $t_0$ , и, следовательно, к моменту  $t_0+t$  радиус этой волны будет  $A_1C=v_2t$ .

Положение точки  $A_2$  выбрано так, что световое возбуждение до нее доходит только в момент времени  $t_0+t$ . Это означает, что  $A_2B=v_1t$  и радиус вторичной волны, исходящей из  $A_2$  в рассматриваемый момент времени, равен нулю. Для какой-нибудь точки  $A$  между  $A_2$  и  $A_1$  радиус вторичной волны постепенно возрастает от нуля до  $v_2t$  пропорционально расстоянию  $A_2A$ . Поэтому огибающая поверхность вторичных волн во второй среде представляет собой плоскость  $A_2C$ , касательную к шаровой поверхности, описанной около  $A_1$ . Угол  $A_2CA_1$  будет, следовательно, прямым. Но так как

$$\sin i = \frac{BA_2}{A_1A_2} = \frac{v_1t}{A_1A_2} \text{ и } \sin r = \frac{CA_1}{A_1A_2} = \frac{v_2t}{A_1A_2}, \text{ то } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = n. \quad (4.3)$$

Так как  $i$  и  $r$  — соответственно углы падения и преломления, то полученное уравнение представляет собой закон преломления.

Таким образом, принцип Гюйгенса не только дает правильное объяснение закона преломления, но и вскрывает физический смысл показателя преломления, а именно: показатель преломления равен отношению скорости света в первой среде к скорости света во второй,

$n = \frac{v_1}{v_2}$ . Этот вывод хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Так, для преломления света на границе раздела «воздух — вода»  $n=1,33$ , а непосредственное измерение отношения скоростей дает, как мы видели, ту же самую величину.

Если на рис. 4.8 построить вторичные волны, идущие от границы раздела в первую среду, то мы получим закон отражения.

**3. Поперечность световых волн. Поляризация.** Объясняя основные законы оптики на основе принципа Гюйгенса, мы не интересовались вопросом о том, как направлены колебания частиц эфира в световом луче по отношению к направлению распространения света. Можно было бы предположить, что световые волны являются продольными, подобно звуковым. Звуковая волна в газе состоит из периодических уплотнений и разрежений, при которых отдельные частицы среды движутся назад и вперед в направлении распространения волны. Однако результаты опытов, описанных в § 4.1, п. 8, не удалось объяснить на основе такого представления. Для их объяснения приходится допустить, что колебания в световом луче направлены перпендикулярно направлению распространения волны и световые волны являются поперечными. Они напоминают волны на поверхности жидкости с той разницей, что в случае световых волн мы имеем дело с волнами внутри вещества, а не с явлениями на поверхности.

Теперь опыт, демонстрирующий явление двойного лучепреломления, можно объяснить следующим образом. Если на пластинку исландского шпата падает пучок света от какого-либо обычного источника света (например, лампы накаливания), то все направления колебаний в плоскости, перпендикулярной направлению распространения световой волны, встречаются одинаково часто. Но всякое движение точки в плоскости можно рассматривать как состоящее из двух движений в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Следовательно, и любое колебание в световой волне можно представить как сумму колебаний во взаимно перпендикулярных направлениях. Двойкопреломляющий кристалл обладает способностью пропускать световые колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях с различными скоростями. Отсюда согласно принципу Гюйгенса вытекает, что когда такие колебания проникают в кристалл, они преломляются различным образом, испытывают разные отклонения на границе раздела и, следовательно, разделяются пространственно.

Другими словами, кристалл обладает различными показателями преломления по отношению к двум световым волнам, колебания в которых взаимно перпендикулярны. Отличие двух световых пучков, выходящих из кристалла, состоит в том, что направления колебания в них отличаются друг от друга на  $90^\circ$ .

Свет, в котором все направления колебаний, перпендикулярные направлению распространения, равновероятны, называется *естественным*. Если же колебания в световой волне происходят только по одному направлению, то такой световой пучок является *линейно-* или *плоскополяризованным*.

Аналогичные условия имеют место при отражении. Если на границу раздела двух сред падает пучок естественного света, то его можно заменить двумя пучками. Направление колебаний в одном из них лежит в плоскости, содержащей падающий луч и перпендикуляр к границе раздела, а в другом — перпендикулярно этой плоскости. На границе раздела сред эти два луча испытывают различные отражения и при соответствующем подборе угла падения отразится только один луч, а второй полностью пройдет во вторую среду. Вопрос о том, какой именно луч отразится, весьма сложен, и мы его обсуждать не будем.

**4. Трудности теории Гюйгенса.** Как мы убедились, волновая теория Гюйгенса хорошо объясняет важнейшие факты. Ниже будет показано, что представление о световых волнах оказалось очень плодотворным для объяснения опытов по интерференции света. Мы покажем, как соединение принципа Гюйгенса с идеей интерференции волн дало возможность построить теорию дифракционных явлений.

Однако волновая теория в той форме, в какой она была высказана Гюйгенсом, встретила ряд серьезных затруднений. И это, прежде всего, необходимость введения специальной среды (эфира), являющейся носителем световых колебаний. Эфир должен был заполнять все пространство как вне, так и внутри материальных тел и никак не проявляться ни в каких других явлениях, кроме оптических. Более того, опытные данные по поляризации указывали на то, что эфир должен являться твердым телом, так как только в твердых телах возможно распространение поперечных волн (см. § 1.11). Такое вещество оказывало бы сопротивление движению небесных тел, в частности движению планет. Астрономия никогда не обнаруживала никаких отклонений от ньютоновских законов движения, которые указывали бы на существование такого сопротивления.

Было выдвинуто много гипотез с попытками объяснить такие специфические свойства эфира, но ни одна из них не была достаточно удовлетворительной.

Вопрос о природе световых волн был вновь поставлен в 1861 г. английским физиком Дж. К. Максвеллом совсем на другой основе.

**5. Электромагнитная теория света.** Максвелл разрабатывал общую теорию электромагнитных явлений. Сформулированные им уравнения не только объясняли известные электромагнитные явления, но и предсказали новые эффекты. Максвелл теоретически показал, что изменение магнитного поля вызывает появление электрического, переменное электрическое поле приводит к возникновению магнитного. Первый эффект на опыте был обнаружен в 1831 г. Фарадеем и носит название *электромагнитной индукции* (см. § 3.14). Таким образом, теоретически была установлена связь электрического и магнитного полей. Далее, из уравнений Максвелла вытекало, что при всяком изменении электромагнитного поля возникают электромагнитные поперечные волны, распространяющиеся с конечной скоростью (см. § 3.15). Теория Максвелла позволяла вычислить скорость распространения таких волн, причем оказалось, что она равна так называемой *электродинами-*

ческой постоянной, равной отношению электромагнитной единицы заряда к электростатической.

Поясним смысл электродинамической постоянной. Известно, что по закону Кулона сила взаимодействия двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга, равна (см. § 3.1)

$$F_{э.с} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (4.4)$$

где  $k$  — некоторая постоянная.

Если в эту формулу подставлять величины зарядов, выраженные в электростатических единицах, то постоянную  $k$  надо положить равной единице. При этом сила взаимодействия будет выражена в динах.

С другой стороны, между токами тоже существует сила взаимодействия. Сила взаимодействия двух параллельных проводников с током длиной  $l_1$  и  $l_2$ , по которым текут токи  $i_1$  и  $i_2$ , равна

$$F_{м} = \beta \frac{i_1 i_2}{r^2} l_1 l_2, \quad (4.5)$$

где  $\beta$  — постоянная, смысл которой станет ясным в дальнейшем.

Сила тока равна отношению электрического заряда ( $\Delta q$ ), протекшего за промежуток времени ( $\Delta t$ ), к величине этого промежутка. Таким образом, формулу (4.5) можно переписать в виде

$$F_{м} = \beta \frac{\Delta q_1 \Delta q_2}{r^2} \cdot \frac{\dot{i}_1 \dot{i}_2}{(\Delta t)^2}. \quad (4.5')$$

Из сравнения формул (4.4) и (4.5') становится очевидным, что если заряды во втором случае по-прежнему измерять в электростатических единицах, то для того чтобы получить силу, выраженную в динах, необходимо, чтобы размерность коэффициента  $\beta$  была  $1/(\text{скорость})^2$ .

Таким образом, константа  $\beta$  связывает механические действия текущего электричества с механическими действиями статического. Сравнивая силу взаимодействия неподвижных зарядов с силой взаимодействия проводников с током, можно определить численное значение этой постоянной. Опыт показал, что

$$\beta = \frac{1}{(3 \cdot 10^8)^2} \frac{\text{сек}^2}{\text{м}^2}, \text{ или } \beta = \frac{1}{c^2},$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек. Электрический заряд в электромагнитной системе единиц ( $q'$ ) связан с зарядом в электростатической системе ( $q$ ) соотношением

$$q' = \frac{q}{c}$$

и, следовательно, одна электромагнитная единица заряда равна  $c$  электростатическим. Постоянная  $c$  по теории Максвелла должна равняться скорости распространения электромагнитной волны. Это обстоятельство дало возможность Максвеллу заключить, что свет



является электромагнитной волной, для распространения которой не требуется какой-либо специальной среды и которая может распространяться в вакууме.

### § 4.3. Геометрическая оптика

**1. Понятие оптического изображения.** Эта глава посвящена применению основных законов оптики для анализа работы простейших оптических элементов и систем. *Оптической системой* называется совокупность отражающих и преломляющих поверхностей, расположенных друг за другом по пути следования светового луча. Мы ограничимся только рассмотрением самых простых систем (призмы, линзы), в которых лучи света испытывают только два преломления. Все более сложные системы строятся из этих простейших, и изображение предмета, полученное в первом элементе системы (например, в линзе), является предметом для второго элемента и т. д.

При решении этих вопросов мы будем пользоваться понятием световых лучей (см. § 4.1) и отвлечемся от проявлений волновых свойств света. Таким образом, мы переходим к изучению *геометрической оптики*, т. е. той части оптики, которая устанавливает определенные геометрические соотношения между световыми лучами на основе законов отражения и преломления света.

Пусть лучи от точечного источника света  $S$  проходят через последовательность отражающих и преломляющих поверхностей. Может оказаться, что все лучи, вышедшие из оптической системы, пересекаются в одной точке  $S'$ . Эта точка называется *действительным изображением* точечного источника  $S$ . Если же лучи, выходящие из оптической системы, не имеют точки пересечения (расходящийся пучок), а пересекаются их продолжения, проведенные в направлении, обратном направлению распространения света, то эта точка пересечения будет называться *мнимым изображением* точечного источника света.

Существенное отличие действительного изображения от мнимого состоит в том, что действительное изображение в виде освещенной точки можно получить на экране, если расположить его на соответствующем расстоянии от оптической системы. Мнимое же изображение можно увидеть только при помощи какой-либо дополнительной оптической системы (например, глаза), которая соберет расходящийся пучок лучей в одну точку.

Для расчета положения изображения точечного источника света достаточно найти точку пересечения двух лучей (или их продолжений), исходящих из источника. Все остальные лучи также будут пересекаться в этой точке. Оптические системы, обладающие свойством отображать точку предмета в точку изображения, называются *идеальными*. Мы будем рассматривать только идеальные системы.

В *реальных* системах изображение точечного источника будет представлять собой некоторое светлое пятно, размер которого зависит от качества и свойств используемой оптической системы. Если рассматривать лучи, падающие на систему под существенно различными

углами, то точки пересечения разных пар лучей не будут строго совпадать друг с другом. Это, естественно, также будет приводить к искажению изображения. Еще одна причина несовершенства изображения в реальной оптической системе связана с тем, что показатель преломления стекла, из которого изготовлены отдельные элементы системы, зависит от цвета световых лучей.

Полностью устранить все перечисленные недостатки оптического изображения в реальных системах невозможно. Однако в современных оптических системах влияния этих погрешностей настолько уменьшены, что для многих практических целей эти системы можно считать идеальными.

До сих пор мы обсуждали вопрос об изображении точечного источника света. Но всякий протяженный источник света или какой-либо освещенный предмет, имеющий конечные размеры, можно представить в виде совокупности светящихся точек. Поэтому задача об определении положения изображения такого предмета сводится к расчету изображений отдельных точек предмета.

Перейдем теперь к расчету и построению изображений в различных оптических элементах.

**2. Плоское зеркало.** Рассмотрим изображение точки  $S$  в плоском зеркале (рис. 4.9). Для построения изображения этой точки достаточно определить направления двух лучей, отраженных от зеркала. Луч  $SA$  падает на зеркало перпендикулярно. Угол падения этого луча равен нулю, следовательно, и угол отражения тоже равен нулю, т. е. луч отразится по направлению  $AS$ . Луч, падающий по направлению  $SB$ , т. е. под углом падения, равным  $i$ , отразится под тем же углом и пойдет по направлению  $BC$ . Отраженные лучи  $AS$  и  $BC$  не пересекаются и, следовательно, зеркало не образует действительного изображения точки  $S$ . Однако глаз, помещенный в расходящемся пучке света, отраженном от зеркала, увидит за зеркалом светящуюся точку  $S'$ , положение которой определяется точкой пересечения продолжений лучей  $AS$  и  $BC$ . Следовательно, плоское зеркало дает мнимое изображение предмета. Из равенства треугольников  $ASB$  и  $AS'B$  вытекает, что  $S'A = SA$ .

Если мы построим еще какой-нибудь луч, например  $SDE$ , то его продолжение также пройдет через точку  $S'$  независимо от значения угла падения.

Таким образом, все лучи от светящейся точки, падающие на зеркало, отражаются от него так, что кажутся выходящими из светящейся точки, расположенной за зеркалом. Линия, соединяющая светящуюся точку с ее мнимым изображением, перпендикулярна поверхности зеркала и делится ею пополам. Следовательно, метод построения изображения точки в плоском зеркале очень прост. Из светя-

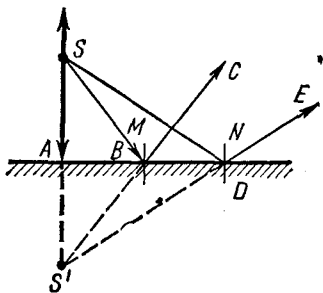


Рис. 4.9

шейся точки надо опустить перпендикуляр на плоскость, в которой расположено зеркало, продолжить его за плоскость и найти точку на продолжении перпендикуляра, находящуюся на таком же расстоянии от плоскости, как и изображаемая точка. Построение не зависит от того, проходит ли основание перпендикуляра через зеркало или нет.

Пользуясь описанным способом построения, легко найти изображение протяженного предмета в плоском зеркале. Из построения следует, что величина изображения равна величине предмета. Кроме того, изображение и предмет располагаются симметрично относительно плоскости зеркала, т. е. правая сторона предмета будет левой стороной изображения и наоборот.

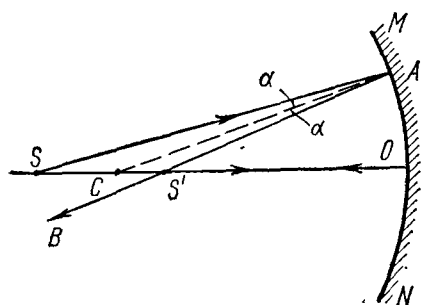


Рис. 4.10

от положения и формы остальных частей зеркальной поверхности. Этот элемент поверхности можно заменить плоскостью, касательной к отражающей поверхности в точке падения луча. Тогда отражение будет происходить так же, как и от плоского зеркала, совпадающего с этой вспомогательной поверхностью.

Познакомимся теперь с образованием изображения в *сферическом зеркале*, которое представляет собой отполированную часть шаровой поверхности. Сферические зеркала находят широкое применение в различных оптических приборах. Они бывают *вогнутыми* и *выпуклыми*. Центр шаровой поверхности  $C$  называется *оптическим центром* зеркала (рис. 4.10), а средняя точка зеркала  $O$  — *полусом* зеркала. Всякая прямая, проходящая через оптический центр зеркала, носит название *оптической оси* зеркала. Оптическая ось  $CO$ , проходящая через центр сферы  $C$  и полюс зеркала  $O$ , называется *главной оптической осью*. Угол, образуемый двумя лежащими в одной плоскости с главной осью радиусами, проведенными к краям зеркала, называется *угловым отверстием* зеркала.

Будем рассматривать зеркала с малым угловым отверстием, т. е. диаметр зеркала будем считать малым по сравнению с радиусом соответствующей шаровой поверхности. Кроме того, ограничимся случаем, когда лучи, падающие от предмета на зеркало, составляют малый угол с главной оптической осью.

**В о г н у т о е з е р к а л о.** Рассчитаем положение изображения в вогнутом сферическом зеркале. На главной оптической оси  $OC$  вогнутого сферического зеркала  $MN$  (рис. 4.10) находится светящаяся точка  $S$ , а  $SA$  — один из падающих на зеркало лучей. Для определения

**3. Сферические зеркала.** Закон отражения света можно применять и для определения направления луча, отраженного от искривленной поверхности. В этом случае направление отраженного луча будет зависеть от ориентации весьма малого элемента отражающей поверхности, расположенного вблизи точки падения луча, и не будет зависеть

направления, по которому этот луч отразится, мы должны построить плоскость, касательную к зеркалу в точке  $A$ , и восстановить из этой точки перпендикуляр к плоскости. Таким перпендикуляром будет радиус зеркала  $CA$ . Угол падения в таком случае будет  $\angle SAC = \alpha$ . Построив  $\angle CAB = \alpha = \angle SAC$ , найдем, что луч отразится по направлению  $AB$ .

В качестве второго луча, необходимого для определения положения изображения точки  $S$ , выберем луч, идущий вдоль главной оптической оси зеркала  $SO$ . Так как угол падения этого луча на зеркало равен нулю, то, отразившись, он пойдет по главной оптической оси в обратном направлении. Оба отраженных луча пересекаются в точке  $S'$  и дают изображение точки  $S$ .

Рассмотрим треугольник  $SAS'$ . В нем линия  $CA$  является биссектрисой угла  $SAB$  и, следовательно, делит сторону треугольника  $SS'$  на части, пропорциональные двум другим сторонам, т. е.

$$\frac{SC}{CS'} = \frac{SA}{AS'}. \quad (4.6)$$

Обозначим расстояние предмета от зеркала  $OS$  через  $a$ , радиус зеркала  $OC$  через  $R$  и расстояние изображения от зеркала  $OS'$  через  $a'$ . Кроме того, учтем, что мы рассматриваем только зеркала с малым угловым отверстием, т. е. падающие на зеркало лучи составляют малый угол с главной оптической осью зеркала. В этом случае можно положить  $AS = OS = a$  и  $AS' = OS' = a'$ . Таким образом, соотношение (4.6) можно переписать в виде

$$\frac{a-R}{R-a'} = \frac{a}{a'}.$$

Приведя дроби к общему знаменателю, получим

$$Ra' + Ra = 2aa',$$

а разделив на  $Raa'$ , окончательно будем иметь

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{R}. \quad (4.7)$$

Это соотношение называется *формулой сферического зеркала* и позволяет рассчитать положение изображения точечного предмета, а следовательно, и любого протяженного предмета, все точки которого находятся вблизи главной оптической оси зеркала.

Все расстояния, входящие в формулу (4.7), отсчитываются от зеркала и считаются положительными, если откладываются влево от зеркала; в противном случае их надо считать отрицательными.

Рассмотрим теперь, как будет меняться расстояние изображения от зеркала при перемещении точечного предмета вдоль главной оптической оси. Если предмет находится очень далеко от зеркала, т. е. можно считать, что  $a \rightarrow \infty$ , то из формулы (4.7) следует, что  $a' = R/2$ . Физически этот случай соответствует тому, что на зеркало падает

параллельный пучок лучей, который распространяется вдоль его оптической оси. Следовательно, такой пучок света собирается на главной оптической оси зеркала на расстоянии, равном  $R/2$  от него. Эта точка схождения лучей называется *фокусом* зеркала, а ее расстояние от зеркала — его *фокусным расстоянием*  $f$ . Таким образом, для вогнутого сферического зеркала

$$f = \frac{R}{2}. \quad (4.8)$$

Формулу (4.7) можно, следовательно, переписать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}. \quad (4.7')$$

Плоскость, проходящая через фокус зеркала перпендикулярно его главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью*. Любой параллельный пучок лучей, составляющий некоторый угол с главной оптической осью, после отражения от зеркала соберется в точке, лежащей в этой плоскости. Способ определения положения этой точки будет описан ниже при рассмотрении геометрических построений изображения предмета в сферическом зеркале.

Если предмет будет приближаться к зеркалу, то, как следует из формулы (4.7), расстояние  $a'$  будет возрастать, и при  $a=R$  изображение также окажется в точке, находящейся на расстоянии  $R$  от зеркала, т. е. изображение предмета совпадет с самим предметом. При дальнейшем перемещении предмета  $a'$  будет продолжать возрастать и обратится в бесконечность, когда предмет окажется в фокусе зеркала. Это означает, что лучи, отраженные от зеркала, будут все параллельны друг другу и главной оптической оси зеркала. Если расстояние  $a$  окажется еще меньше, то первое слагаемое в левой части уравнения

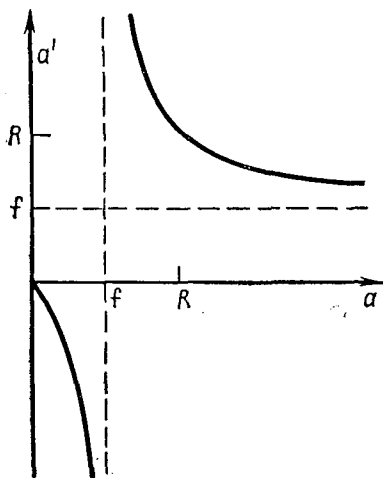


Рис. 4.11

(4.7) будет больше, чем член в правой части. Расстояние  $a'$  становится отрицательным и, следовательно, изображение предмета будет находиться справа от зеркала, т. е. будет мнимым. Рисунок 4.11 иллюстрирует зависимость  $a$  от  $a'$ . Мнимому изображению предмета соответствует ветвь кривой, находящаяся ниже оси абсцисс.

Формула сферического зеркала (4.7) позволяет рассчитать положение изображения точечного предмета, если известно его расстояние до зеркала  $a$  и радиус сферической поверхности зеркала. Но задачу об определении положения предмета можно поставить и несколько по-другому. Пусть заданы положения предмета и фокуса относи-

тельно зеркала. Требуется геометрическим построением определить положение изображения.

Рассмотрим сначала случай, когда предмет  $S$  точечный и находится на главной оптической оси зеркала (см. рис. 4.12, *а*, *б*). Для определения изображения предмета необходимо проследить пути двух лучей, исходящих из предмета, и найти точку их пересечения. В качестве одного из этих лучей выберем луч  $SO$  потому, что направление его распространения после отражения от зеркала очевидно. Этот луч пойдет обратно по главной оптической оси зеркала. Вторым лучем возьмем произвольным, например  $SA$ . Для того чтобы определить путь этого луча после отражения, воспользуемся следующим приемом. Проведем вспомогательный луч  $FB$ , параллельный  $SA$  и проходящий через фокус зеркала  $F$ . Такого реального луча, выходящего из предмета, нет, но это не существенно.

Этот луч не будет определять положение изображения. Мы им воспользуемся только как вспомогательным лучом, направление распространения которого легко определить. Луч  $FB$  после отражения от зеркала пойдет параллельно оптической оси зеркала (луч выходит из фокуса) по направлению  $BD$  и пересечет фокальную плоскость в точке  $D$ . Но луч  $SA$  параллелен этому лучу и, следовательно, также должен пересечь фокальную плоскость в точке  $D$ , так как пучок параллельных лучей после отражения от сферического зеркала собирается в точке, лежащей на фокальной плоскости. Таким образом, мы геометрически определили направление второго луча. Продолжим его до пересечения с первым, т. е. с главной оптической осью, и найдем таким образом положение изображения предмета  $S'$  (рис. 4.12, *а*).

На рис. 4.12, *б* лучи, используемые для построения, не пересекаются. Это означает, что в этом случае изображение мнимое и будет находиться в точке пересечения продолжений этих лучей  $S'$ .

Перейдем теперь к построению изображений протяженных предметов. Эта задача сводится, как мы уже говорили выше, к построению изображений отдельных точек предмета. Для точек, расположенных вне главной оптической оси зеркала, построение удобно проводить при помощи лучей, ход которых легко проследить. Такими лучами являются следующие:

1) луч, проходящий через центр зеркала и поэтому нормальный к поверхности зеркала; этот луч возвращается после отражения точно назад по пути падающего луча;

2) луч, который проходит через фокус зеркала; после отражения от зеркала он идет параллельно главной оптической оси;

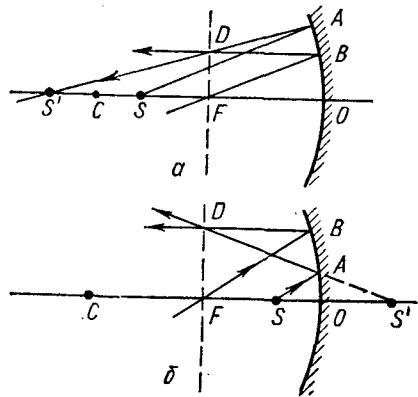


Рис. 4.12

3) луч, параллельный главной оптической оси зеркала, этот луч после отражения проходит через фокус зеркала;

4) луч, падающий на зеркало в его полюсе, он отразится назад симметрично по отношению к главной оптической оси.

Для построения какой-либо точки объекта достаточно воспользоваться любой парой лучей. На рис. 4.13 приведено несколько примеров таких построений. Здесь предметом является отрезок прямой, перпендикулярный главной оптической оси зеркала. Следовательно, в этом

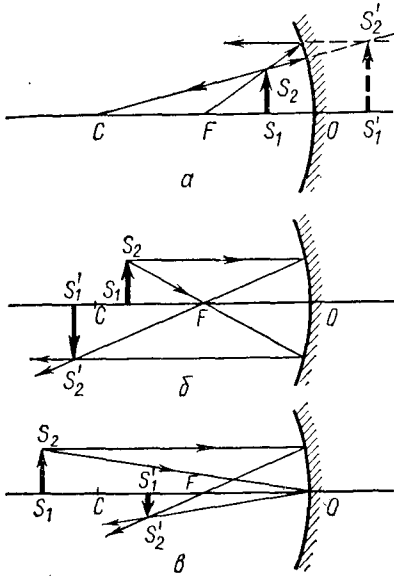


Рис. 4.13

случае задача сводится к построению всего одной точки объекта  $S_2$ . Вторую точку  $S_1$  можно было бы построить способом, описанным выше, но легко доказать, что небольшой отрезок, перпендикулярный главной оптической оси, изобразится также отрезком, перпендикулярным этой оси в том случае, если лучи, идущие от всех точек объекта, составляют малые углы с оптической осью.

Рис. 4.13,а соответствует предмету, находящемуся между зеркалом и фокусом. Для построения изображения использованы первый и второй лучи. Изображение в этом случае мнимое, прямое и увеличенное. В примере, приведенном на рис. 4.13, б, предмет расположен между фокусом и центром зеркала. Изображение построено при помощи второго и третьего лучей. Здесь изображение действительное, перевернутое и увеличенное.

На рис. 4.13, в предмет находится за центром зеркала, и для построения использованы третий и четвертый лучи. В этом случае изображение действительное, перевернутое и уменьшенное.

Рассмотрим еще вопрос о размерах изображения, даваемого вогнутым сферическим зеркалом. Зависимость величины изображения от величины предмета можно характеризовать *линейным увеличением* зеркала, которое равно отношению линейных размеров изображения к линейным размерам предмета. Проведем расчет увеличения, воспользовавшись рис. 4.13, в. Из подобия треугольников  $S_1S_2O$  и  $S_1'S_2'O$  следует:

$$\frac{S_1'S_2'}{S_1S_2} = \frac{S_1'O}{S_1O}$$

или, обозначая размер предмета через  $y$ , размер его изображений — через  $y'$  и учитывая, что  $S_1O = a$  и  $S_1'O = a'$ , получим

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}. \quad (4.9)$$

Легко убедиться, что равенство (4.9) справедливо и в других случаях получения изображения при помощи вогнутого сферического зеркала (рис. 4.13, а, б).

Таким образом, отношение линейных размеров изображения к линейным размерам предмета равно отношению их расстояний до зеркала. Для вычисления увеличения в формулу (4.9) надо подставлять только абсолютные значения расстояний  $a$  и  $a'$ , так как размеры предмета и его изображения всегда положительны.

Для того чтобы выяснить характер зависимости увеличения от положения предмета относительно зеркала, преобразуем формулу (4.9). Из формулы сферического зеркала (4.7') следует, что  $a' = \frac{af}{a-f}$ . Подставив это значение в формулу (4.9), получим

$$\frac{y'}{y} = \left| \frac{f}{a-f} \right|. \quad (4.9')$$

Таким образом, если предмет находится на очень большом расстоянии от зеркала ( $a \rightarrow \infty$ ), то размер изображения очень мал и  $\frac{y'}{y} \rightarrow 0$ . При уменьшении этого расстояния увеличение растет, и при  $a \rightarrow f$   $\frac{y'}{y} \rightarrow \infty$ . Дальнейшее приближение предмета к зеркалу приводит к уменьшению размера изображения.

**Выпуклое зеркало.** Все основные соотношения, полученные нами для вогнутого зеркала, справедливы и для выпуклого. Различие этих двух случаев состоит только в том, что в соответствии с принятым правилом знаков радиус выпуклого зеркала надо считать отрицательным, так как он отложен вправо от зеркала. С учетом этого обстоятельства формулы (4.7) и (4.7') можно применять для расчета положения изображения предмета в выпуклом зеркале.

Так как  $R < 0$ , то правые части этих соотношений отрицательны и, следовательно, сумма двух слагаемых, стоящих в левых частях, также отрицательна. Учитывая, что расстояние от зеркала до предмета  $a$  — положительная величина, можно заключить, что расстояние от изображения до зеркала всегда отрицательно. Это означает, что изображение всегда получается за выпуклым зеркалом, т. е. оно мнимое.

Если на выпуклое зеркало падает параллельный пучок света вдоль его главной оптической оси, то после отражения лучи образуют расходящийся пучок. Продолжения этих лучей пересекаются справа от зеркала на расстоянии  $R/2$  от него. Эта точка называется *фокусом* выпуклого зеркала. Фокус выпуклого зеркала мнимый.

При перемещении точечного предмета по направлению к зеркалу вдоль его главной оптической оси отраженный световой пучок становится все более расходящимся, так как угол падения лучей на зеркало увеличивается. Следовательно, мнимое изображение предмета будет приближаться к зеркалу. Эти качественные соображения согласуются с выводами, следующими из формул (4.7) и (4.7').



На рис. 4.14 изображена зависимость  $a'$  от  $a$ . Вся кривая лежит ниже оси абсцисс, так как расстояние  $a'$  всегда отрицательно.

Для геометрического построения изображения в выпуклом сферическом зеркале также можно воспользоваться любой парой из тех четырех лучей, при помощи которых строилось изображение в вогнутом зеркале. На рис. 4.15,  $a$  и  $b$  приведены два примера такого построения. В случае, изображенном на рис. 4.15,  $a$ ,

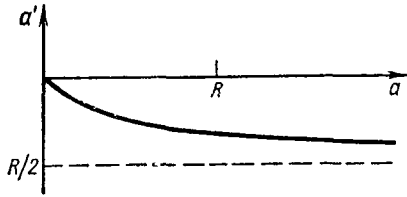


Рис. 4.14

используются первый и второй лучи; на рис. 4.15,  $b$  — третий и четвертый. Формулы (4.9) и (4.9'), определяющие увеличение в вогнутом зеркале, остаются справедливыми и для выпуклого зеркала. В этом легко убедиться, рассмотрев подобие треугольников  $S_1S_2O$  и  $S'_1S'_2O$  на рис. 4.15,  $b$ . В формуле (4.9')

надо учесть, что фокусное расстояние выпуклого зеркала  $f$  отрицательно, так как  $f=R/2$ , а  $R$  — отрицательная величина. Таким образом, формула (4.9') перепишется в виде

$$\frac{y'}{y} = \left| \frac{f}{a+f} \right|. \quad (4.9'')$$

Здесь  $f$  надо уже считать положительным.

Следовательно, изображение предмета в выпуклом зеркале всегда уменьшенное, и увеличение изменяется от 0 до 1 при изменении  $a$  от  $\infty$  до 0.

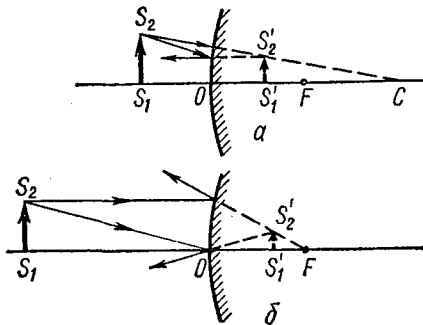


Рис. 4.15

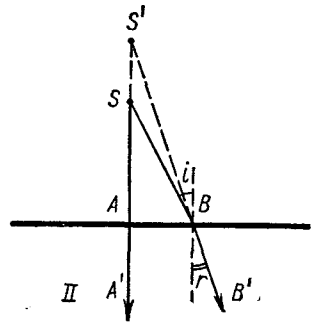


Рис. 4.16

**4. Преломление на плоской поверхности.** Рассмотрим образование изображения лучами, исходящими из точечного источника света и испытавшими преломления на плоской поверхности раздела двух сред. Эта задача в некоторой степени аналогична расчету изображения в плоском зеркале с той лишь разницей, что в случае зеркала изображение предмета создавалось отраженными лучами.

Пусть на расстоянии  $SA=a$  от плоской границы раздела двух сред с различными показателями преломления находится точечный источник света  $S$  (рис. 4.16). Так же как и в ранее рассмотренных случаях, для построения изображения источника достаточно найти точку пересече-

ния двух лучей (или их продолжений), испытавших преломление на границе раздела. В качестве одного из таких лучей возьмем луч  $SA$ , падающий нормально на границу раздела. После преломления этот луч пойдет по тому же направлению, что и падающий ( $AA'$ ), так как его угол падения равен нулю. Второй луч  $SB$  выберем произвольно, и пусть его угол падения равен  $i$ . Преломленный луч пойдет по направлению  $BB'$  и будет составлять угол  $r$  с нормалью к границе раздела сред.

Как видно из рис. 4.16, эти два луча во второй среде не пересекаются, но их продолжения имеют точку пересечения  $S'$ . Эта точка и является мнимым изображением точки  $S$ .

Расстояние точки  $S'$  от преломляющей поверхности ( $AS' = a'$ ) легко рассчитать следующим образом. Треугольники  $ASB$  и  $AS'B$  прямоугольные и имеют общую сторону  $AB$ , поэтому

$$AS \operatorname{tg} i = AS' \operatorname{tg} r = AB,$$

или

$$a' = a \frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}.$$

Следовательно, положение изображения в общем случае зависит от выбора второго луча, так как величина отношения  $\operatorname{tg} i / \operatorname{tg} r$  зависит от угла падения луча. Это означает, что в отличие от изображения в плоском зеркале, изображение точечного источника света, образованное преломленными лучами, не будет точечным. Однако если ограничиться лучами, составляющими малый угол с нормалью к преломляющей поверхности, то  $\operatorname{tg} i$  и  $\operatorname{tg} r$  можно заменить соответственно на  $\sin i$  и  $\sin r$  и тогда

$$a' = a \frac{\sin i}{\sin r} = an, \quad (4.10)$$

где  $n$  — показатель преломления второй среды относительно первой.

Таким образом, изображение, даваемое плоской преломляющей поверхностью, является мнимым и находится в той же среде, что и предмет, на расстоянии от границы раздела сред в  $n$  раз большем, чем расстояние от предмета до преломляющей поверхности.

Аналогичным образом можно рассмотреть преломление света в плоскопараллельной пластинке, т. е. в пластинке, ограниченной двумя параллельными плоскостями. Будем считать, что плоскопараллельная пластинка с показателем преломления  $n$  и толщиной  $d$  находится в воздухе, показатель преломления которого принят равным 1 (рис. 4.17).

В точке  $S$  на расстоянии  $SA_1 = a$  от первой поверхности пластинки находится точечный источник света. Для построения изображения этого источника воспользуемся двумя лучами  $SA_1$  и  $SB_1$ . Первый луч,

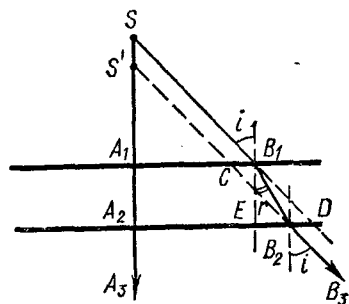


Рис. 4.17

падающий нормально на пластинку, не изменит своего направления распространения и пойдет по пути  $A_1A_2A_3$ . Второй луч испытает преломления на двух поверхностях пластинки, и его путь будет  $B_1B_2B_3$ . Как следует из рисунка, вышедший из пластинки луч будет параллелен падающему и несколько смещен относительно него в плоскости падения. Величина смещения будет зависеть от угла падения луча, толщины и показателя преломления пластинки. Продолжения лучей  $A_2A_3$  и  $B_2B_3$  будут пересекаться в точке  $S'$ , которая, следовательно, будет являться мнимым изображением источника света.

Рассчитаем расстояние  $S'A_1 = a'$  от первой поверхности пластинки до изображения источника света. Будем предполагать, что угол падения второго луча  $i$  мал и, следовательно, угол преломления  $r$  также мал. Это означает, что при вычислении можно положить  $\text{tg } i \approx \sin i \approx i$  и  $\text{tgr} \approx \sin r \approx r$ . Так как падающий луч  $SB_1$  параллелен лучу  $B_2B_3$ , вышедшему из пластинки, то  $CB_1 = B_2D$ , но  $B_2D = ED - EB_2$ . Из прямоугольных треугольников  $EB_1D$  и  $EB_1B_2$  следует, что  $ED = d \text{tg } i$  и  $EB_2 = d \text{tg } r$ . Таким образом,

$$CB_1 = B_2D = d(\text{tg } i - \text{tg } r) \approx d(i - r). \quad (4.11)$$

Треугольники  $A_1SB_1$  и  $A_1S'C$  подобны друг другу и поэтому

$$\frac{S'A_1}{SA_1} = \frac{A_1C}{A_1B_1} = \frac{A_1B_1 - CB_1}{A_1B_1} = 1 - \frac{CB_1}{A_1B_1}. \quad (4.12)$$

В соответствии с введенными обозначениями  $SA_1 = a$  и  $S'A_1 = a'$ , а расстояние  $A_1B_1$  как сторона треугольника  $A_1SB_1$  равна  $a \text{tg } i \approx ai$ .

Учитывая (4.11), уравнение (4.12) можно переписать в виде

$$\frac{a'}{a} = 1 - \frac{d(i-r)}{ai},$$

или

$$a' = a - d \left( 1 - \frac{1}{n} \right). \quad (4.13)$$

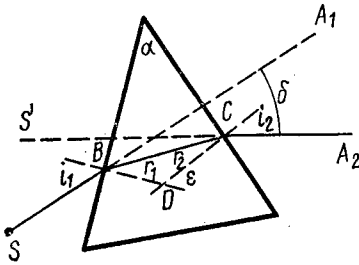


Рис. 4.18

пересекающимися плоскостями, или *призме* (рис. 4.18). Линия пересечения этих плоскостей называется *преломляющим ребром*, а угол между ними ( $\alpha$ ) — *преломляющим углом* призмы. Плоскость, противоположная преломляющему углу, называется *основанием* призмы.

Пусть в отсутствие призмы луч от источника света  $S$  распространяется по направлению  $SA_1$ . Поместим на пути этого луча призму. Упав на первую грань призмы под углом падения  $i_1$ , этот луч испытает преломление и выйдет из этой поверхности под углом преломления  $r_1$ . Затем он преломится на второй грани призмы ( $r_2$  — угол падения,  $i_2$  — угол преломления) и выйдет из призмы по направлению  $S'A_2$ . Наблюдателю, поместившему глаз в точку  $A_2$ , будет казаться,

что источник света находится на линии  $A_2S'$ . Угол  $\delta$  между направлениями падающего и выходящего из призмы лучей называется *углом отклонения*.

Выясним теперь, от чего зависит величина угла отклонения. Из рис. 4.18 следует, что направление падающего луча составляет угол  $i_1$  с перпендикуляром, восстановленным к первой грани призмы. Вторая грань призмы повернута относительно первой на угол  $\alpha$  и, следовательно, угол между падающим на призму лучом и нормалью ко второй грани будет равен  $i_1 - \alpha$ . Выходящий же из призмы луч составляет с ее второй гранью угол  $i_2$ . Таким образом, угол отклонения будет равен сумме

$$\delta = (i_1 - \alpha) + i_2 = i_1 + i_2 - \alpha. \quad (4.14)$$

Из формулы (4.14) вытекает, что величина угла отклонения зависит от значений углов  $i_1$ ,  $i_2$  и преломляющего угла призмы. Установим еще связь между углами  $r_1$  и  $r_2$  и преломляющим углом призмы  $\alpha$ . Из треугольника  $BCD$  следует, что угол  $\varepsilon$  как внешний равен сумме углов  $r_1 + r_2$ . Но  $\varepsilon = \alpha$ , так как он образован перпендикулярами к граням призмы. Следовательно,

$$\alpha = r_1 + r_2. \quad (4.15)$$

Рассмотрим теперь случай, когда призма так повернута по отношению к падающему лучу, что падающий и преломленный лучи расположены симметрично относительно призмы, т. е.  $i_1 = i_2$  и  $r_1 = r_2$ . Следовательно, внутри призмы луч идет параллельно ее основанию.

Можно показать, что в этом случае угол отклонения будет минимальным по сравнению с другими ориентациями призмы по отношению к падающему лучу. Это утверждение может быть доказано и проверено экспериментально. Опытное доказательство можно провести следующим образом. Фиксируем направление падающего на призму луча и будем вращать призму относительно оси, параллельной ее преломляющему ребру. Тогда окажется, что при уменьшении угла падения света на первую грань призмы угол отклонения будет сначала уменьшаться, а затем возрастать. Минимальное значение угла отклонения будет как раз соответствовать симметричному ходу луча относительно призмы.

Способ установки призмы, при котором она дает минимум отклонения, часто используется в различных оптических приборах, при этом искажение изображения предмета в призме минимально. В этом же случае наиболее просто можно на опыте определить показатель преломления вещества, из которого изготовлена призма. Действительно, показатель преломления выражается через углы падения и преломления следующим образом:

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin r_1}. \quad (4.16)$$

Но для случая минимального угла отклонения из (4.14) следует, что  $\delta = 2i - \alpha$  ( $i = i_1 = i_2$ ) и  $i = \frac{\alpha + \delta}{2}$ . С другой стороны, соотношение (4.15)

дает  $\alpha = 2r$  ( $r = r_1 = r_2$ ) или  $r = \alpha/2$ . Подставляя эти значения  $i$  и  $r$  в (4.16), получим

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (4.17)$$

Таким образом, в случае установки призмы в угол минимального отклонения для определения показателя преломления вещества, из которого изготовлена призма, достаточно измерить только угол отклонения и преломляющий угол призмы. Такого рода измерения с высокой точностью выполняются на специальных приборах (гонометрах) и позволяют получать достаточно точные значения показателя преломления твердых тел. Изготавливая полые стеклянные призмы и заполняя их различными жидкостями, описанным методом можно определять и показатели преломления жидкостей.

Особенно простое выражение для угла отклонения получается в том случае, когда преломляющий угол призмы и угол падения лучей на призму малы. При выполнении этих условий угол отклонения также будет малым и в формуле (4.17) синусы углов можно заменить через сами углы (выраженные в радианах), т. е.

$$n = \frac{\alpha + \delta}{\alpha},$$

или

$$\delta = (n - 1)\alpha. \quad (4.18)$$

Таким образом, для призмы с малым преломляющим углом (тонкая призма) при небольшом угле падения лучей угол отклонения зависит только от показателя преломления вещества призмы и ее преломляющего угла. Формула (4.18) понадобится нам в дальнейшем при рассмотрении работы линз.

**6. Линзы.** *Сферической линзой* называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. В некоторых случаях одна из поверхностей может быть плоской, что соответствует сфере бесконечно большого радиуса.



Рис. 4.19

Сферические линзы делятся на собирающие и рассеивающие. На рис. 4.19 приведено несколько примеров сечений линз различного типа. Собирающие линзы характерны тем, что их толщина в центре больше, чем на краях (рис. 4.19, а, б, в). Если на одну поверхность линзы такого типа падает параллельный пучок света, то после преломления на обеих поверхностях, ограничивающих линзу, из линзы выйдет световой пучок, который соберется в одной точке. У рассеивающих линз, наоборот, толщина в центре меньше, чем на краях (рис. 4.19, г, д, е). После прохождения через такую линзу параллельный пучок света становится расходящимся.

Обычно линзы изготавливаются из стекла, но в некоторых приборах используются линзы, сделанные из других прозрачных материалов (кварц, каменная соль и др.). Это связано в первую очередь с тем, что стекло прозрачно не для всех видов электромагнитного излучения. Отметим также, что и поверхности, ограничивающие линзу, не всегда являются сферическими. Они могут быть цилиндрическими, параболическими и т. д. Но такие линзы применяются сравнительно редко, и мы ограничимся рассмотрением только сферических линз.

**С о б и р а ю щ а я л и н з а.** На рис. 4.20 изображена собирающая линза, ограниченная двумя выпуклыми сферическими поверхностями. Такая линза называется *двоуклоупуклой*. Точки  $C_1$  и  $C_2$  — центры первой и второй сферических поверхностей соответственно. Радиус первой сферической поверхности равен  $O_1C_1$ , второй —  $O_2C_2$ .

В дальнейшем мы будем рассматривать действие только тонких линз, у которых толщина линзы значительно меньше радиусов поверхностей, ограничивающих ее. В этом случае точки  $O_1$  и  $O_2$  можно считать слившимися в одну точку  $O$ , которая называется *оптическим центром* линзы.

Прямая, проходящая через оптический центр линзы и через центры сферических поверхностей, называется *главной оптической осью* линзы. Прямые, идущие под углом к главной оптической оси, но также проходящие через оптический центр, называются *побочными оптическими осями* линзы.

Луч света, распространяющийся вдоль любой оптической оси линзы, проходит сквозь линзу, не меняя своего направления. Это связано с тем, что участки сферических поверхностей, расположенные вблизи оптического центра линзы, можно заменить небольшими плоскими площадками, параллельными друг другу и образующими плоскопараллельную пластинку малой толщины. Выше было показано (см. § 4.3), что такая пластинка несколько смещает луч, оставляя его параллельным самому себе, но в очень тонкой пластинке этим смещением можно пренебречь.

Рассчитаем положение изображения точечного источника света, находящегося на главной оптической оси линзы в точке  $S$  (см. рис. 4.20). Для решения этой задачи необходимо, как обычно, найти точку пересечения двух лучей, выходящих из источника света и претерпевших преломление в линзе. В качестве одного из таких лучей возьмем луч, идущий вдоль главной оптической оси. Мы установили, что после преломления в линзе направление распространения этого луча не изменится.

Рассмотрим теперь луч, выходящий из источника света  $S$  под углом  $\varphi_1$  к главной оптической оси линзы и пересекающий линзу в точке  $A$  на расстоянии  $h$  от оптического центра линзы. Точки входа и выхода этого луча из линзы будут, конечно, несколько отличаться друг от

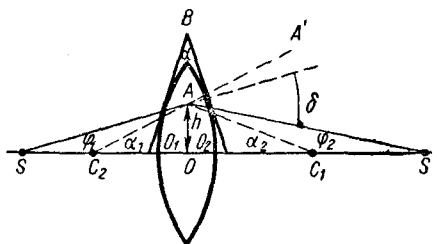


Рис. 4.20

друга, но, учитывая малую толщину линзы, их можно заменить одной точкой  $A$ . Расстояние  $h$  будем считать малым по сравнению с расстояниями  $C_1O$ ,  $C_2O$  и  $SO$ , т. е. ограничимся лучами, составляющими малые углы с главной оптической осью.

Как же определить направление распространения луча, испытавшего преломление на сферической поверхности раздела двух сред?

Для решения этой задачи надо участок сферической поверхности, расположенный вблизи точки падения луча, заменить маленькой плоской площадкой, касательной к сфере в данной точке, а затем воспользоваться известным нам законом преломления. Справедливость такой замены связана с тем, что преломление луча определяется только положением малой площадки, находящейся вблизи точки падения луча, и не зависит от положения остальных частей границы раздела сред. Следовательно, преломляющее действие участка линзы, расположенного на расстоянии  $h$  от ее оптической оси, будет эквивалентно действию призмы, образованной плоскостями, касательными к линзе в точках входа и выхода луча.

На рис. 4.20 изображены такие плоскости, которые пересекаются в точке  $B$  и образуют угол  $\alpha$  друг с другом. Учитывая, что мы рассматриваем действие только тонких линз, угол  $\alpha$  также можно считать малым, и для расчетов воспользоваться формулой (4.18), определяющей угол отклонения луча тонкой призмой.

Таким образом, луч  $SA$  после преломления в линзе отклонится к ее главной оптической оси и пойдет по направлению  $AS'$ , причем угол отклонения будет равен  $\delta = (n-1)\alpha$ . Угол между преломленным лучом и главной оптической осью обозначим через  $\varphi_2$ . Так как для треугольника  $SAS'$  угол  $\delta$  является внешним, не смежным с углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , то

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \delta. \quad (4.19)$$

Учитывая малость углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и выражая угол отклонения через преломляющий угол призмы, (4.19) можно переписать в виде

$$\frac{h}{a} + \frac{h}{a'} = (n-1)\alpha, \quad (4.20)$$

где  $a$  и  $a'$  — расстояния от предмета и его изображения до линзы.

Выразим теперь угол  $\alpha$  через радиусы сферических поверхностей, ограничивающих линзу. Продолжим радиус  $C_2A$  второй поверхности линзы по направлению  $AA'$ . Тогда угол  $A'AC_1$  будет внешним углом треугольника  $C_2AC_1$ , равным сумме углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . С другой стороны, этот угол образован перпендикулярами, восстановленными к касательным плоскостям, и, следовательно, будет равен преломляющему углу призмы  $\alpha$ , т. е.

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2. \quad (4.21)$$

Учитывая, что  $\alpha_1 = \frac{h}{C_2A} = \frac{h}{R_2}$  и  $\alpha_2 = \frac{h}{C_1A} = \frac{h}{R_1}$ , получим

$$\alpha = h \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (4.22)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы первой и второй поверхностей линзы. Подставляя это выражение для  $\alpha$  в (4.20) и сокращая обе части равенства на  $h$ , окончательно получим

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (4.23)$$

Существенно, что в полученное соотношение не входит величина  $h$ . Это означает, что любой луч, выходящий из источника света  $S$ , после преломления в линзе пересечет ее главную оптическую ось в точке  $S'$ . Надо, однако, помнить, что мы рассматриваем только лучи, составляющие малые углы с главной оптической осью. Следовательно, точка  $S'$  будет являться изображением точечного источника света  $S$ . Полученная формула (4.23) называется *формулой линзы* и дает возможность рассчитать положение изображения источника света, если заданы радиусы сферических поверхностей и показатель преломления материала, из которого изготовлена линза.

Рассмотрим, как будет изменяться положение изображения в зависимости от расстояния точечного предмета до линзы. Если это расстояние очень велико, т. е. можно положить  $a \rightarrow \infty$ , то из (4.23) следует, что

$$a' = \frac{1}{(n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Этот случай соответствует тому, что на линзу падает параллельный пучок света, распространяющийся вдоль оптической оси линзы. Следовательно, такой пучок света соберется в точку, находящуюся на главной оптической оси линзы, которая называется *фокусом линзы* и находится на расстоянии от линзы, равном

$$f = \frac{1}{(n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}. \quad (4.24)$$

Формулу (4.23) можно теперь переписать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}. \quad (4.23')$$

Таким образом, мы получили соотношение, аналогичное полученному ранее для вогнутого сферического зеркала (4.7'). Отличие состоит, во-первых, в другом выражении для  $f$  и, во-вторых, в том, что линза имеет не один фокус, а два.

Действительно, если на линзу падает параллельный пучок света с другой стороны (справа), то он также соберется в точку, находящуюся на расстоянии  $f$  от линзы слева от нее. В дальнейшем мы всегда будем предполагать, что свет на линзу падает слева, и фокус, находящийся слева от собирающей линзы, будем называть *передним фокусом*, а находящийся справа — *задним*. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно главной оптической оси линзы, называется *фокальной плоскостью*. Параллельный пучок света, падающий на линзу под



углом к главной оптической оси, после преломления в линзе соберется в точку, лежащую в фокальной плоскости.

При уменьшении расстояния  $a$  изображение точечного источника света будет удаляться от линзы, так как сумма слагаемых, стоящих в левой части уравнения (4.23), должна оставаться постоянной. Когда источник света попадет в передний фокус линзы ( $a=f$ ), то  $a' \rightarrow \infty$  и из линзы будет выходить параллельный пучок света. Если  $a$  становится меньше  $f$ , то выходящий из линзы пучок превращается в расходящийся и лучи, его составляющие, не будут пересекаться. В этом случае изображение источника мнимое и его положение определяется точкой пересечения продолжений лучей,

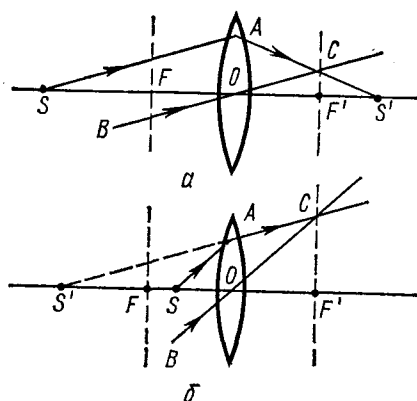


Рис. 4.21

которая будет находиться слева от линзы. Это соответствует отрицательным значениям  $a'$  в (4.23) или (4.23').

Зависимость  $a'$  от  $a$  для положительной линзы будет такой же, как и для вогнутого сферического зеркала (см. рис. 4.11). Положительным значениям  $a'$  соответствуют изображения, расположенные справа от линзы.

Перейдем теперь к геометрическим методам построения изображения в собирающей линзе и начнем со случая точечного предмета, находящегося на главной оптической

оси линзы. На рис. 4.21 представлено два примера такого построения. Рис. 4.21, *a* соответствует предмету, расположенному на расстоянии, большем фокусного расстояния линзы. На рис. 4.21, *б* предмет находится между линзой и передним фокусом.

Буквами  $F$  и  $F'$  обозначены соответственно передний и задний фокусы линзы. В качестве одного из лучей, исходящих из предмета  $S$ , выберем луч  $SO$ , идущий вдоль оптической оси линзы. Этот луч после преломления в линзе не изменит своего направления распространения. Второй луч выберем произвольным, например  $SA$ .

Для того чтобы определить направление распространения этого луча после преломления, проведем вспомогательный луч  $BO$ , параллельный лучу  $SA$  и проходящий через оптический центр линзы. Этот луч, пройдя линзу, не изменит своего направления распространения и пересечет заднюю фокальную плоскость линзы в точке  $C$ . Так как луч  $SA$  параллелен этому вспомогательному лучу, то он также должен пересечь фокальную плоскость в точке  $C$ . Тем самым направление распространения луча  $SA$  после преломления в линзе определено. Изображение предмета  $S'$  будет находиться или в точке пересечения лучей  $OS'$  и  $AS'$  (рис. 4.21, *a*), или в точке пересечения продолжений этих лучей (рис. 4.21, *б*). Второй случай соответствует мнимому изображению предмета.

В случае протяженных предметов построение изображения сводится к построению изображений его отдельных точек. Для точек предмета, расположенных вне главной оптической оси линзы, построение удобно проводить при помощи следующих лучей, ход которых легко проследить:

1) луч, проходящий через оптический центр линзы; направление распространения его не изменяется после преломления в линзе;

2) луч, параллельный главной оптической оси линзы; после преломления этот луч проходит через задний фокус линзы;

3) луч, проходящий через передний фокус линзы; после преломления он идет параллельно главной оптической оси.

Любая точка предмета может быть построена при помощи двух из перечисленных выше лучей. На рис. 4.22 приведено два примера таких построений. Предметом является отрезок прямой, перпендикулярный главной оптической оси линзы. Поэтому здесь, так же как и при построении изображения в сферическом зеркале, достаточно построить только одну точку предмета  $S_2$  (см. п. 3).

На рис. 4.22, *a* предмет находится за передним фокусом линзы. Для построения изображения использованы лучи 2 и 3. Изображение в этом случае перевернутое и действительное.

Рис. 4.22, *б* соответствует предмету, находящемуся между передним фокусом линзы и линзой. Изображение построено при помощи лучей 1 и 2. Здесь изображение прямое и мнимое, так как сами лучи не пересекаются, а пересекаются их продолжения.

Рассчитаем увеличение собирающей линзы. Из подобия треугольников  $S'_1S'_2O$  и  $S_1S_2O$  (см. рис. 4.22, *б*) следует, что

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}, \quad (4.25)$$

где  $y$  — размер предмета, а  $y'$  — размер изображения. Эта формула совпадает с аналогичным соотношением, полученным выше для вогнутого зеркала (см. п. 3, формула (4.9)). Учитывая, что формула линзы (4.23') также по форме совпадает с формулой вогнутого зеркала (4.7'), получим

$$\frac{y'}{y} = \left| \frac{f}{a-f} \right|. \quad (4.25')$$

Таким образом, зависимость увеличения от расстояния предмета до линзы будет описываться такой же функцией, как и в случае вогнутого зеркала.

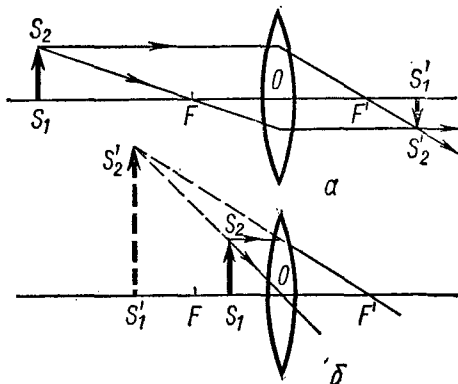


Рис. 4.22

Общность формулы линзы. Формулы (4.23) и (4.23'), полученные выше для двояковыпуклой линзы, справедливы также и для других линз. Например для линзы, изображенной на рис. 4.19, б, у которой вторая поверхность, ограничивающая линзу, является плоской (плосковыпуклая линза), радиус этой поверхности надо принять стремящимся к бесконечности ( $R_2 \rightarrow \infty$ ). В этом случае формула (4.23) переписется в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = (n-1) \frac{1}{R_1},$$

и фокусное расстояние линзы будет равно  $\frac{R_1}{n-1}$ .

Для линз, ограниченных вогнутыми сферическими поверхностями (двояковогнутые линзы), формула (4.23) по-прежнему остается в силе. Только в этом случае радиусы сферических поверхностей надо считать отрицательными. Это утверждение легко доказать, если проделать расчет, аналогичный выполненному выше при выводе формулы для двояковыпуклой линзы. Таким образом, как следует из (4.24), фокусное расстояние рассеивающей линзы отрицательное.

В общем случае, когда одна из сферических поверхностей выпуклая, а вторая вогнутая (выпукло-вогнутая линза), для расчета фокусного расстояния линзы надо пользоваться следующим правилом знаков: радиус первой сферической поверхности считается положительным, если он отложен от линзы вправо, если же центр этой поверхности находится слева от линзы, то радиус надо считать отрицательным; для второй поверхности — наоборот.

Знак фокусного расстояния выпукло-вогнутой линзы будет, таким образом, зависеть от количественного соотношения между радиусами поверхностей. Если радиус выпуклой поверхности меньше радиуса вогнутой, то фокусное расстояние линзы положительно и линза будет собирающей. В противном случае линза будет рассеивающей. Например, линза, изображенная на рис. 4.19, в — собирающая, а на рис. 4.19, е — рассеивающая.

Рассеивающая линза. Для рассеивающей линзы положения переднего и заднего фокусов меняются местами по сравнению с фокусами собирающей линзы. Действительно, задний фокус линзы является точкой схождения параллельного пучка лучей, падающего слева на линзу вдоль ее оптической оси. После прохождения рассеивающей линзы такой световой пучок становится расходящимся, а продолжения лучей, образующих этот пучок, будут пересекаться в некоторой точке на оси линзы, которая находится слева от нее. Эта точка называется задним фокусом линзы. Передний же фокус линзы будет находиться на таком же расстоянии справа от нее.

Для того чтобы выяснить зависимость положения изображения от расстояния предмета до линзы, можно, как и в случае собирающей линзы, воспользоваться формулой (4.23). В рассматриваемом случае надо учесть, что фокусное расстояние рассеивающей линзы отрицательно, а так как  $a$  положительно, то  $a'$  всегда будет отрицательной

величиной. Графически эта зависимость будет выражаться так же, как и в случае выпуклого зеркала (см. рис. 4.14). Таким образом, изображение предмета в рассеивающей линзе всегда находится слева от линзы и является прямым и мнимым.

Для геометрического построения изображения предмета в рассеивающей линзе можно воспользоваться любой парой из тех трех лучей, которые применялись в случае собирающей линзы. На рис. 4.23 приведены примеры двух таких построений. На рис. 4.23, а изображение построено при помощи первого и второго лучей, а на рис. 4.23, б использованы второй и третий лучи.

Зависимость увеличения, даваемого рассеивающей линзой, от положения предмета по отношению к линзе будет аналогична той, которая справедлива для выпуклого сферического зеркала (см. п. 3).

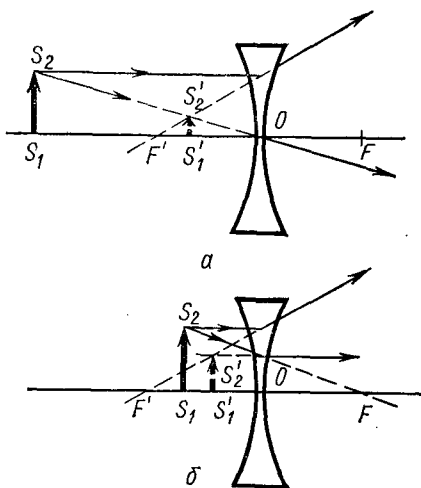


Рис. 4.23

## § 4.4. Интерференция света

**1. Способы получения интерференционной картины.** В предыдущей главе два основных закона оптики (отражения и преломления света) были использованы для анализа работы простейших оптических элементов, из которых строятся и более сложные оптические системы и приборы.

Перейдем теперь к более внимательному изучению еще одного из основных законов оптики, а именно закона независимости световых пучков. Мы постараемся выяснить границы применимости этого закона и рассмотрим оптические явления, возникающие в тех случаях, когда закон независимости световых пучков в его наиболее простой форме не объясняет некоторые оптические явления. Эти явления, обнаруженные еще в начале XIX в., означали окончательную победу волновой оптики и оказались чрезвычайно важными для развития не только оптики, но и физики вообще. Использование их породило ряд очень точных оптических методов измерения и контроля.

Из повседневного опыта следует, что когда мы рассматриваем какой-либо предмет, то свет, отраженный или испускаемый этим предметом, распространяется к нашему глазу совершенно независимо от света, пересекающего по всевозможным направлениям путь света от наблюдаемого предмета. С другой стороны, если некоторая поверхность освещается одновременно двумя источниками света (например, двумя лампами накаливания), то действие этих двух источников будет просто равно сумме действий, создаваемых каждым световым пучком

в отдельности. Другими словами, суммарный поток световой энергии, попадающий на какой-либо элемент освещаемой поверхности, будет равен сумме световых потоков, приходящих от каждого источника света. Следовательно, *освещенность* поверхности, т. е. величина светового потока, рассчитанная на единицу площади, будет складываться из освещенностей, создаваемых каждым источником света. Именно такого рода наблюдения привели к открытию закона независимости световых пучков.

Положение радикально меняется, если рассмотреть сложение двух световых пучков, исходящих из одного и того же источника света, но прошедших различные пути до места их встречи. В этом случае

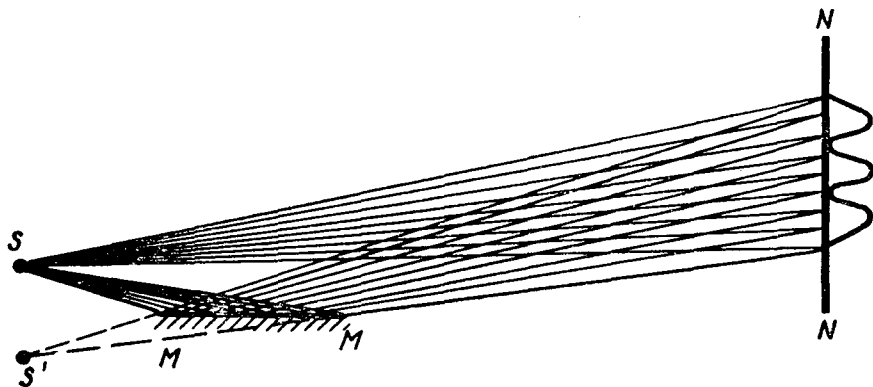


Рис. 4.24

оказывается, что совместное действие световых пучков будет существенным образом зависеть от разности путей этих пучков света до той точки экрана, где наблюдается результат их сложения.

Опыт показывает, что освещенность некоторых областей экрана двумя пучками будет гораздо меньше, чем освещенность, создаваемая каждым пучком в отдельности. При сложении двух пучков одинаковой интенсивности освещенность в некоторых точках экрана будет просто равна нулю, т. е. действие одного пучка света будет полностью уничтожать действие второго. В других же областях экрана суммарная освещенность будет существенно превосходить удвоенную освещенность, создаваемую каждым пучком света.

Таким образом, на экране будет наблюдаться картина чередующихся максимумов и минимумов освещенности, которая называется *интерференционной картиной*. Существенно, что распределение освещенности на экране не будет зависеть от времени. Само явление наложения световых волн, приводящее к появлению такой картины, носит название *интерференции света*. Опыты по интерференции света показывают, что закон независимости световых пучков справедлив только при наложении световых волн, испускаемых независимыми источниками света. Рассмотрим некоторые конкретные схемы, позволяющие наблюдать явление интерференции света.

На рис. 4.24 изображено интерференционное устройство, состоящее

из точечного источника света  $S$  и плоского зеркала  $MM$  (так называемое *зеркало Ллойда*). Один световой пучок, исходящий из источника света, отражается от зеркала и попадает на экран  $NN$ . Этот пучок света можно представить выходящим из мнимого изображения источника света  $S'$ , образованного зеркалом. Кроме того, на экран попадают лучи, идущие непосредственно из источника света  $S$ . В той

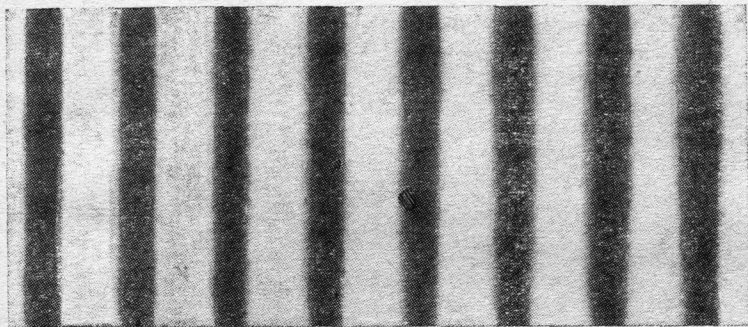


Рис. 4.25

области экрана, где перекрываются оба интерферирующих пучка света, будет наблюдаться интерференционная картина, которая в центральной части экрана представляет собой приблизительно прямые чередующиеся темные и светлые полосы. Эти полосы будут располагаться перпендикулярно линии, соединяющей источники света ( $S$  и  $S'$ ), световые лучки от которых образовали интерференционную картину.

На рис. 4.24 справа от экрана графически изображено распределение освещенности на экране по направлению, перпендикулярному интерференционным полосам. Фотография интерференционных полос, полученная при помощи зеркала Ллойда, представлена на рис. 4.25.

Другая интерференционная схема, в которой интерферируют лучи, выходящие из двух изображений одного и того же источника света, называется *билинзой Бийе* (рис. 4.26). Она состоит из источника света  $S$  и двух половинок одной распиленной пополам линзы, несколько раздвинутых друг от друга ( $L_1, L_2$ ). Каждая половина линзы дает свое изображение источника света ( $S'_1$  и  $S'_2$ ).

Если источник света находится от билинзы на расстоянии, превышающем ее фокусное расстояние, то эти изображения будут действительными. Световые волны, выходящие из этих вторичных источников,

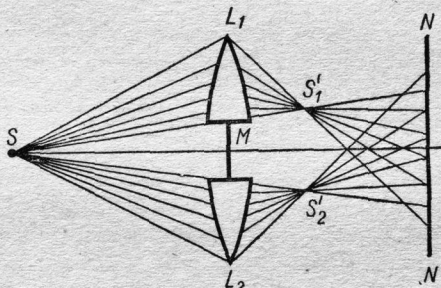


Рис. 4.26

затем снова встречаются на экране  $MN$  и образуют интерференционную картину, похожую на ту, которая наблюдается в схеме с зеркалом Ллойда. Между половинами линзы находится небольшой экран  $M$ , не пропускающий в точку наблюдения прямые лучи от источника света.

Несколько отличный от описанных выше способ получения интерференционной картины состоит в использовании для этой цели тонких прозрачных пленок. Если осветить такую пленку, толщина которой изменяется от точки к точке, то в результате отражения световой волны от верхней и нижней поверхностей пленки образуются две волны, которые интерферируют и образуют интерференционную картину вблизи поверхности пленки. Полученные таким способом интерференционные полосы могут иметь весьма причудливый вид, но существенно, что данная интерференционная полоса будет соединять те точки пленки, где ее толщина имеет одинаковые значения.

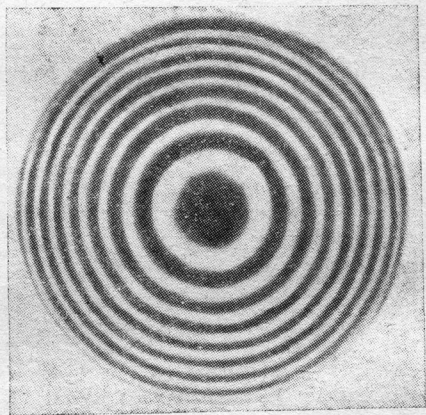


Рис. 4.27

Особый интерес представляет случай интерференции в тонкой пластинке переменной толщины, известный под названием *колец Ньютона*. Эта интерференционная картина наблюдается в том случае, когда выпуклая поверхность плосковыпуклой линзы большого радиуса кривизны соприкасается в некоторой точке с плоской поверхностью хорошо отполированной

пластинки, так что остающаяся между ними воздушная прослойка постепенно утолщается от точки соприкосновения к краям.

Если на эту систему (нормально к поверхности пластины) падает пучок света одного цвета, то световые волны, отраженные от верхней и нижней границ этой воздушной прослойки, будут интерферировать между собой. При рассматривании глазом поверхности пластины можно наблюдать систему чередующихся светлых и темных колец, расположенных концентрично по отношению к точке соприкосновения линзы и пластины. На рис. 4.27 приведена фотография колец Ньютона.

**2. Элементарная теория интерференционных явлений.** В § 4.2 было показано, что свет имеет волновую природу.

На рис. 4.28 схематически изображена линейнополяризованная синусоидальная электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль положительного направления оси  $x$ . Этот рисунок соответствует как бы мгновенной фотографии волны и показывает распределение напряженности электрического  $E$  и магнитного  $H$  полей вдоль направления распространения волны в какой-либо момент времени. Волна является *поперечной*, т. е. направления электрического и магнитного полей перпендикулярны направлению скорости волны  $v$ . Расстояние между

двумя ближайшими точками волны, в которых напряженность электрического (или магнитного) поля имеет одинаковое по направлению и по величине значение, называется *длиной волны* ( $\lambda$ ).

Через промежуток времени  $\Delta t$  вся картина распределения полей сдвинется вправо на величину, равную  $v\Delta t$ . Время, в течение которого волна перемещается на расстояние, равное длине волны, называется *периодом колебаний*  $T$ . Следовательно,

$$vT = \lambda. \quad (4.26)$$

В плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, векторы напряженности электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны и с течением времени меняются по синусоидальному закону с частотой  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , причем одновременно достигают максимума и минимума. Максимальные значения напряженности электрического и магнитного полей называются *амплитудами* волны.

Рассмотрим теперь два источника света  $S_1$  и  $S_2$ , которые излучают синусоидальные световые волны равной амплитуды и частоты (см. рис. 4.29).

Будем предполагать, что эти источники излучают волны в одинаковой фазе, т. е. электромагнитные поля вблизи обоих источников одновременно достигают своих максимальных и минимальных значений. Вопрос о том, насколько реально осуществление двух таких источников света, мы обсудим несколько ниже.

Пусть точка  $O$  экрана, освещаемого этими источниками света, находится на равном расстоянии от обоих источников. Тогда световые

возмущения от них придут в эту точку в фазе, и в любой момент времени электрические и магнитные поля, создаваемые обеими электромагнитными волнами, будут направлены одинаково. Следовательно, суммарная амплитуда светового возмущения будет равна сумме амплитуд обеих волн. Обозначим каждую из этих амплитуд через  $a$ . Тогда суммарная амплитуда будет равна  $A = 2a$

и освещенность (пропорциональная квадрату амплитуды) в точке  $O$  будет пропорциональна  $A^2 = 4a^2$ .

Таким образом, суммарная освещенность в этой точке будет превосходить освещенность, создаваемую каждым источником в отдельности, не в два (как при освещении независимыми источниками света), а в четыре раза.

Рассчитаем теперь освещенность в другой точке экрана  $O_1$ , такой, что расстояния от источников света до этой точки  $S_1O_1$  и  $S_2O_1$  отли-

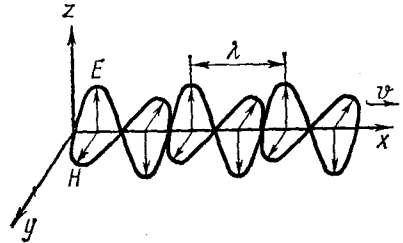


Рис. 4.28

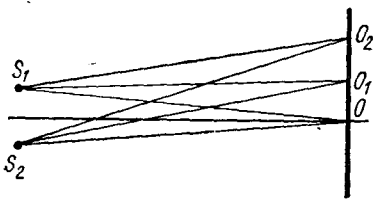


Рис. 4.29



чаются друг от друга на  $\lambda/2$ . Тогда напряженности полей в этой точке, создаваемые световыми волнами, идущими от обоих источников, будут в любой момент времени направлены противоположно друг другу (будут находиться в противофазе). Следовательно, суммарная амплитуда будет равна разности слагаемых амплитуд и, так как расстояния  $S_1O_1$  и  $S_2O_1$  отличаются весьма незначительно, то эти амплитуды практически равны друг другу и результирующая амплитуда будет равна нулю.

Таким образом, в этой точке экрана две световые волны гасят друг друга и будет наблюдаться темная интерференционная полоса. В точке  $O_2$ , для которой  $S_2O_2 - S_1O_2 = \lambda$ , взаимное расположение световых волн, приходящих от обоих источников света, будет таким же, как и в точке  $O$ , так как относительное смещение двух волн на целую длину волны не изменяет их взаимного расположения.

Следовательно, в точке  $O_2$  так же, как и в  $O$ , световые волны будут взаимно усиливать друг друга, что приведет к образованию светлой интерференционной полосы. Следующая темная интерференционная полоса будет наблюдаться в той точке экрана, для которой разность расстояний от двух источников света (разность хода) будет равна  $\frac{3}{2} \lambda$ .

В общем случае условие наблюдения светлой или темной интерференционной полосы можно сформулировать следующим образом. *Светлые интерференционные полосы (максимумы)*, созданные двумя источниками света, излучающими в фазе, будут находиться в тех местах, для которых разность хода равна целому числу длин волн, а *темные полосы (минимумы)* — в тех местах, где разность хода равна нечетному числу полуволен.

Почему не получается интерференционная картина от двух независимых источников света и для наблюдения интерференции приходится прибегать к описанным выше специальным приемам?

Явление интерференции наблюдается не только для света, но и при взаимодействии других типов волн: упругие волны, волны на поверхности жидкости, радиоволны. Для получения интерференционной картины необходимо, чтобы взаимодействующие волны были одинаковой частоты. Кроме того, разность фаз волн, излучаемых обоими источниками, должна оставаться постоянной в течение всего времени наблюдения интерференционной картины.

Действительно, если бы фаза колебаний одного из источников изменялась, то в каждой точке, где складываются интерферирующие волны, фазы обоих колебаний то совпадали бы, то расходились, и расположение максимумов и минимумов было бы *неустойчивым*, т. е. менялось бы с течением времени.

Таким образом, *устойчивая интерференционная картина* будет существовать только в том случае, когда налагающиеся волны имеют одинаковую частоту и неизменный сдвиг фаз колебаний. Такие волны называются *когерентными*.

Когерентности двух волн на поверхности жидкости можно достичь, если на одной колеблющейся пластинке укрепить два штифтика,

которые будут одновременно ударять по поверхности жидкости. Интерференцию двух радиоволн можно осуществить, если две излучающие антенны будут подключены к одному генератору электрических колебаний.

В оптике дело обстоит сложнее, что связано с самим процессом излучения световых волн. Источники света состоят из огромного числа атомов, которые излучают независимо друг от друга. Кроме того, каждый атом излучает не бесконечную синусоидальную волну, а небольшие отрезки синусоид (*цуги волн*), следующие друг за другом с некоторыми промежутками времени, причем начальная фаза каждого последующего излучения никак не связана с фазой предыдущего. Время излучения каждого цуга волн длится всего  $10^{-8}$  сек или даже меньше.

Таким образом, интерференционная картина, получаемая от независимых источников света, сохраняется неизменной очень короткое время, а затем сменяется другой, с иным расположением максимумов и минимумов. Различные способы наблюдения интерференционной картины (глаз, фотопластинка и т. д.) требуют сравнительно длительных промежутков времени, измеряемых тысячными и более долями секунды. Следовательно, за время наблюдения интерференционная картина успеет смениться миллионы раз. Такое наложение интерференционных картин размывает (усредняет) всю картину, не оставляя никаких следов интерференционных максимумов и минимумов. Именно по этой причине независимые источники света являются некогерентными и не позволяют получить устойчивую интерференционную картину. Поэтому для наблюдения интерференции света пользуются искусственными приемами и заставляют интерферировать части одной и той же волны, идущие от единственного источника и достигающие точки наблюдения по разным путям, благодаря чему между ними возникает некоторая разность хода.

В последнее время в связи с появлением новых источников света — лазеров, дающих гораздо более длинные цуги волн, чем обычные источники света, оказалось возможным зафиксировать интерференционную картину, полученную от двух независимых лазеров. Однако этот результат только подтверждает изложенные выше соображения.

**3. Некоторые применения интерференции света.** Анализ условий получения интерференционной картины показал, что возникновение светлой или темной интерференционной полосы зависит от разности хода между интерферирующими лучами. Причем существенна не сама разность хода, а соотношение между ней и длиной световой волны.

Например, светлая полоса будет наблюдаться в той точке, где в разности хода укладывается целое число длин волн. Если изменить длину волны света, излучаемого источником, то разность хода для этой точки интерференционной картины не изменится, но теперь в ней уже не будет укладываться целое число длин волн. Это означает, что для измененной длины волны светлая полоса будет наблюдаться в какой-то другой точке, т. е. интерференционные полосы сдвинутся.

Зависимость положения интерференционных полос и расстояния между ними от длины волны позволяет применить интерференцию света для определения длины волны. Для этой цели можно, например, использовать билинзу Бийе или какую-либо другую аналогичную установку. Подобные измерения показали, что длина волны уменьшается при переходе от красного света к фиолетовому в порядке расположения этих цветов в радуге. Длины волн излучения, воспринимаемого глазом, лежат приблизительно в пределах от  $8 \cdot 10^{-5}$  до  $4 \cdot 10^{-8}$  см.

Если источник света содержит излучение нескольких длин волн, то каждой длине волны будет соответствовать свое расположение интерференционных полос. Может даже оказаться, что в какой-то точке интерференционной картины располагается светлая полоса для одной длины волны и темная — для другой. Следовательно, интерференционная картина будет окрашена и не будет чередования темных и светлых полос. Поэтому, для того чтобы получить четкую интерференционную картину, необходимо выделить с помощью *светофильтра* (цветное стекло) из всего света, излучаемого источником, только свет, в котором содержится небольшой набор длин волн, мало отличающихся друг от друга.

То обстоятельство, что длина световой волны очень мала, а изменение разности хода даже на незначительную часть длины волны приводит к заметному смещению интерференционной картины, позволило применить явление интерференции света для измерения весьма малых механических перемещений. Например, если в опыте с зеркалом Ллойда сместить зеркало перпендикулярно его плоскости, то будет изменяться положение мнимого источника света и интерференционные полосы будут сдвигаться. Измерив сдвиг полос, можно с высокой точностью определить величину перемещения зеркала.

Интерференционные полосы, наблюдаемые в тонких прозрачных пленках, нашли применение при контроле качества полировки поверхности. Если на исследуемую поверхность наложить стеклянную пластинку, поверхность которой хорошо отполирована (*оптический калибр*), то между этой поверхностью и нижней поверхностью калибра образуется тонкая воздушная пленка, в которой можно наблюдать интерференционную картину. Эта картина будет наблюдаться на поверхности воздушной пленки, и расположение интерференционных полос будет характеризовать качество исследуемой поверхности. Таким способом легко можно зафиксировать отступление от плоскости, составляющее всего  $\frac{1}{20}$  длины световой волны, т. е.  $\sim 3 \cdot 10^{-6}$  см.

Существуют и другие многочисленные применения интерференции света. Опыты по интерференции позволили решить целый ряд принципиальных вопросов физики. Интерференционным методом было показано равенство скорости света во всех системах координат, движущихся прямолинейно и равномерно друг относительно друга, измерена скорость света в движущейся среде и т. д.

## § 4.5. Дифракция света

1. **Экспериментальное наблюдение дифракции света.** При изучении закона прямолинейного распространения света мы рассмотрели некоторые простейшие опыты, на первый взгляд подтверждающие справедливость этого закона (см. § 4.1). Однако более внимательное наблюдение края тени показывает, что всегда существует переходная область, где свет постепенно переходит в тень.

Мы видели, что существование этой переходной области (полутени) можно объяснить, не выходя за пределы геометрической оптики, тем, что источник света не является точечным. Полутень — это та часть экрана, которая освещается не всеми точками источника. Оставаясь в пределах представлений геометрической оптики, следует ожидать, что при достаточном уменьшении размеров источника область полутени станет как угодно узкой и мы как угодно близко подойдем к абсолютно резкому скачку от света к тени.

Для проверки этого предположения поставим опыт, схема которого изображена на рис. 4.30. За протяженным источником света  $S$  помещена щель  $D_1$ , ширину которой можно изменять, и светофильтр  $F$ , выделяющий из излучения источника свет определенной длины волны. Пучок света, выходящий из этой щели, которая фактически является источником света, освещает вторую аналогичную щель, тень от которой рассматривается на экране  $MM$ . Расстояния между первой и второй щелями и между второй щелью и экраном равны приблизительно 2 м. Будем постепенно сужать щель  $D_1$  и наблюдать, как меняется край тени на экране.

Мы увидим, что сначала полутень сужается и переход от света к тени становится более резким в соответствии с тем, что следует ожидать исходя из представлений геометрической оптики. Однако, когда освещающая щель достигнет ширины порядка 1 мм, дальнейшее ее сужение не приведет к увеличению резкости границы между светом и тенью. Более того, начнут все более отчетливо вырисовываться светлые и темные полосы, параллельные краям щели в той области, где согласно представлениям геометрической оптики должна быть равномерная освещенность. В той же области, где в соответствии с законом прямолинейного распространения света должна быть темнота, будет наблюдаться постепенное и плавное спадение освещенности при углублении в область «геометрической тени».

После того как освещающая щель сделана достаточно узкой и дальнейшее уменьшение ее ширины не приводит к сужению переходной области между светом и тенью, начнем изменять ширину второй щели  $D_2$ . Если ширина этой щели достаточно велика (10—20 мм), то на экране будет видна светлая полоса, распределение интенсивности в которой сравнительно точно описывается геометрической оптикой,

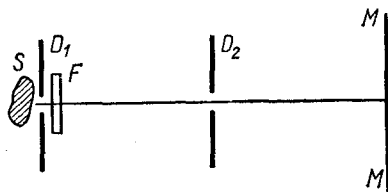


Рис. 4.30

В большой области этой полосы освещенность будет практически постоянной и только на самых ее краях можно наблюдать отступление от закона прямолинейного распространения света. Здесь будут заметны те чередующиеся темные и светлые полосы, о которых мы уже упоминали несколько выше.

На рис. 4.31, *а* схематически изображено распределение освещенности на экране в направлении, перпендикулярном длинной стороне щели. Там же обозначена ширина светлой полосы  $D$ , которая должна была бы наблюдаться на экране, если бы точно был справедлив закон прямолинейного распространения света.

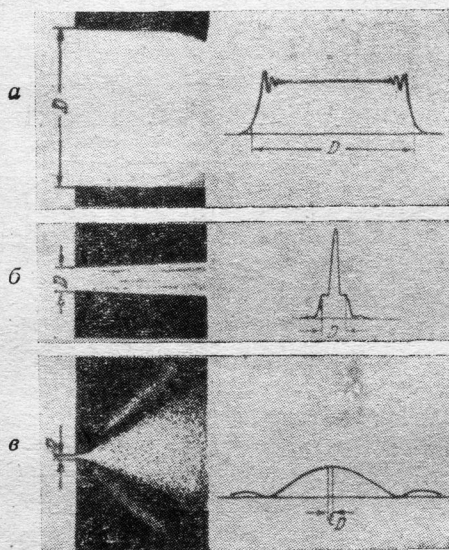


Рис. 4.31

Будем сужать щель  $D_2$ . При ширине щели порядка 1 мм те полосы, которые раньше наблюдались только на краях, заполняют теперь всю освещенную область экрана и геометрическая оптика только приблизительно будет указывать положение и ширину освещенной части экрана (см. рис. 4.31, *б*). Небольшие изменения ширины щели вблизи указанного значения могут приводить даже к тому, что освещенность в центре светлой полосы оказывается меньше, чем по краям. Этот опытный факт совершенно не согласуется с выводами геометрической оптики.

При дальнейшем сужении щели наблюдается явление, в корне противоположное тому, которое следовало бы ожидать на основании

закона прямолинейного распространения света: освещенная область не только не сужается, но быстро расширяется (см. рис. 4.31, *в*). На этом графике освещенность показана в увеличенном масштабе. Мы убеждаемся, что, сужая щель, невозможно получить сколь угодно узкий пучок света, т. е. неограниченно приблизиться к тем бесконечно тонким световым лучам, с которыми имеет дело геометрическая оптика. Например, на экране, отстоящем на 2 м от щели, нельзя получить светлую полоску, ширина которой меньше 1 мм. На рис. 4.32 приведена фотография дифракционной картины на достаточно узкой щели.

Все описанные выше явления *огибания препятствий* световыми волнами, в которых проявляется отклонение от закона прямолинейного распространения света, называются *дифракцией света*. Ниже мы увидим, что в явлении дифракции, так же как и при интерференции света, наиболее ярко проявляются волновые свойства света. Мы убедимся также, что дифракция световых волн теснейшим образом свя-

зана с их интерференцией и является специфическим случаем интерференции.

Дифракционные эффекты присущи не только световым волнам. Всем известно, что огибание препятствий характерно и для звуковых волн. Действительно, мы хорошо слышим звук даже в том случае, когда источник звука отгорожен от нас каким-либо препятствием и нет звуковых волн, отраженных от других предметов. Явление дифракции легко наблюдать и для волн на поверхности жидкости и для радиоволн. Во всех этих случаях в отличие от дифракции света, наоборот, приходится искать такие условия, чтобы дифракция не наблюдалась.

С чем связана трудность наблюдения дифракционной картины в оптике, мы выясним несколько ниже, при анализе причин, вызывающих дифракцию света.

**2. Объяснение дифракции света на основе принципа Гюйгенса — Френеля.** В § 4.2 мы познакомились с принципом Гюйгенса, который

позволяет исходя из положения фронта световой волны в какой-нибудь момент времени найти положение этого фронта в более поздний момент времени. Было показано, что принцип Гюйгенса хорошо объясняет законы отражения и преломления света. Этот же принцип подтверждает закон прямолинейного распространения света, но не может объяснить отступления от этого закона, которые наблюдаются на опыте, т. е. дифракцию света. Это обстоятельство привело к необходимости усовершенствовать и развить принцип Гюйгенса.

Эта задача была выполнена французским физиком и инженером О.-Ж. Френелем, который, заимствовав из принципа Гюйгенса идею о вторичных волнах, указал, что для расчета суммарного действия вторичных источников надо учитывать интерференцию волн, исходящих от них. Действительно, все вторичные источники порождаются одним и тем же действительным источником света и, следовательно, являются *когерентными*. Таким образом, при расчете амплитуды суммарной световой волны, созданной вторичными источниками, надо учитывать фазы волн, присылаемых в точку наблюдения отдельными вторичными источниками. Согласно Френелю чисто геометрическое правило построения огибающей вторичных волн, предложенное Гюйгенсом, должно быть заменено расчетом их взаимной интерференции. В таком усовершенствованном виде идея Гюйгенса носит название *принципа Гюйгенса — Френеля*.

Рассмотрим сначала, как принцип Гюйгенса — Френеля объясняет закон прямолинейного распространения света в однородной среде при отсутствии каких-либо препятствий. Если в однородной среде

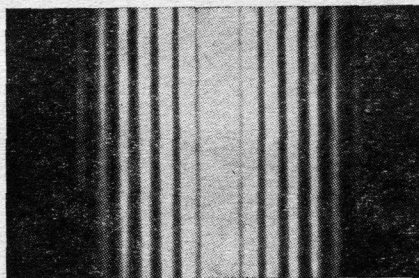


Рис. 4.32

распространяется пучок света, то каждая точка, до которой дойдет световая волна, становится источником вторичных волн, которые разбегаются во все стороны.

Может показаться, что благодаря этому первоначальное направление распространения изменится и световая волна рассеется в стороны. Однако если учесть, согласно Френелю, взаимную интерференцию вторичных волн, то окажется, что в боковых направлениях вторичные волны погасят друг друга и лишь в первоначальном направлении они взаимно усиливаются. Таким образом, мы приходим к объяснению прямолинейного распространения света в однородной среде. Аналогично можно объяснить законы отражения и преломления света.

Принцип Гюйгенса — Френеля не только вкладывает более глубокое содержание в принцип Гюйгенса и объясняет основные законы оптики, но и делает возможным решение ряда новых задач, которые не могли быть исследованы методом Гюйгенса.

Посмотрим теперь, как этот принцип объясняет явление дифракции света. Пусть на пути плоской световой волны (параллельные лучи), распространяющейся в однородной среде, находится какое-нибудь препятствие (например, непрозрачный экран с отверстием). В качестве вспомогательной поверхности, на которой находятся вторичные источники света, возьмем плоскость, совпадающую с поверхностью экрана. Теперь вторичные источники будут располагаться только в той части этой плоскости, которая занята отверстием в экране, так как через остальные части плоскости свет не пройдет. Таким образом, область, занятая вторичными источниками света, будет зависеть от размеров и формы отверстия в экране и будет существенно отличаться от области, занимаемой этими источниками в том случае, когда световая волна ничем не ограничена. Поэтому и результат интерференции будет другим. В рассматриваемом случае волны, ограниченной отверстием, интерференция вторичных волн приводит к тому, что свет будет распространяться не только в направлении падающей на экран световой волны, но и в стороны, т. е. будет заходить в область «геометрической тени».

В этом особенно легко убедиться в случае, когда размер отверстия значительно меньше длины волны света. Какой будет результат сложения вторичных волн по направлению, отличающемуся от направления распространения падающей волны? Так как на отверстие падает плоская световая волна, то все вторичные источники начинают излучать одновременно. Поэтому в любую точку пространства, находящуюся за экраном, вторичные волны также будут приходить приблизительно в фазе, так как все источники расположены очень близко один от другого и разность путей света от различных источников до любой точки наблюдения значительно меньше длины волны. Следовательно, вторичные световые волны будут усиливать друг друга даже в том случае, когда их направление распространения существенно отличается от направления распространения падающей световой волны. Этим объясняется описанное в предыдущем параграфе быстрое расширение пучка света при сильном уменьшении ширины щели.



Если же размер дифракционного отверстия, наоборот, очень велик, то область, занятая вторичными источниками, будет мало отличаться от случая ничем не ограниченной световой волны. Поэтому дифракционное расширение пучка света будет незначительно.

Таким образом, принцип Гюйгенса — Френеля хорошо объясняет явление дифракции света и указывает, что этот эффект становится особенно существенным при малых размерах дифракционного препятствия. С этим и связана трудность наблюдения дифракции световых волн в обычных условиях.

**3. Разрешающая сила оптических приборов и некоторые применения дифракции света.** При изложении основ геометрической оптики мы пользовались понятием световых лучей и отвлекались от явления дифракции света, которое неизбежно имеет место в любой оптической системе. Действительно, все оптические детали (линзы, призмы, зеркала) имеют конечные размеры, что, естественно, должно приводить к ограничению световой волны, которое в свою очередь вызывает дифракцию света.

В § 4.3 были упомянуты некоторые причины, приводящие к искажению изображения предмета в любой оптической системе. Одной из таких причин является дифракция света. Если внимательно рассмотреть изображение точечного источника света, полученное при помощи линзы, то окажется, что оно представляет собой светлое пятнышко, окруженное чередующимися светлыми и темными концентрическими кольцами. Появление этих колец связано с дифракцией света на опрае линзы.

Таким образом, два близко расположенных источника света изобразятся в виде двух дифракционных картин, которые могут частично налагаться друг на друга. Может оказаться, что центры дифракционных изображений настолько близки друг к другу, что суммарная дифракционная картина будет похожа на изображение только одного источника. Например, рассматривая в телескоп две звезды, угловое расстояние между которыми достаточно мало, мы увидим только одну звезду. Те же соображения справедливы в отношении различения деталей предмета при помощи микроскопа.

Способность оптического прибора к различению деталей ограничена явлением дифракции света. Эту способность принято называть *разрешающей силой* прибора.

Выше мы убедились в том, что чем больше размер отверстия, на котором происходит дифракция, тем меньше ее влияние. Линзы большего диаметра дают более мелкую дифракционную картину, т. е. дифракционные кольца расположены более тесно. Следовательно, разрешающая сила линзы будет увеличиваться с увеличением ее диаметра. По этой причине стремятся увеличить диаметр объектива телескопа. Так, телескоп с диаметром объектива 12,5 см может разрешить две звезды, находящиеся на угловом расстоянии в 1", а полуметровый объектив позволит различить две звезды, отстоящие друг от друга на  $\frac{1}{4}''$ . Глаз человека, диаметр которого  $2 \div 4$  мм, разрешает две светящиеся точки, если угловое расстояние между ними около одной минуты.



Мы описали вредное влияние дифракции, ухудшающее качество изображения в оптических приборах. Однако дифракция света имеет и полезное применение и может быть использована для анализа света, в котором присутствуют излучения различной длины волны. Возможность такого анализа основана на том, что положение дифракционных полос зависит от длины волны света. Эта зависимость связана с тем, что дифракционные полосы, как мы видели выше, возникают в результате интерференции световых волн, т. е. фактически являются полосами интерференции. А расположение полос зависит от отношения разности хода между интерферирующими лучами к длине волны, т. е. фактически от длины волны (см. § 4.4).

Наиболее распространенным прибором, позволяющим осуществить разложение сложного света на его составляющие (*спектральное разложение*), является *дифракционная решетка*. Она представляет собой пластинку, на которой чередуются прозрачные и непрозрачные полоски, параллельные между собой. Хорошие современные решетки содержат до 1200 полосок на 1 мм. Если направить на такую решетку пучок света, содержащий излучение нескольких длин волн, то для каждой длины волны на экране, расположенном за решеткой, будет наблюдаться система очень узких дифракционных максимумов, положение которых сильно зависит от длины волны. Измеряя расстояние между максимумами, можно определить длину волны света.

## ГЛАВА 2. СТРОЕНИЕ АТОМА. АТОМНАЯ ЭНЕРГИЯ

### § 4.6. Введение

Во всех разделах физики, изложенных в предыдущих главах, обычно рассматривались предметы или физические тела, которые можно было воспринимать непосредственно: например, видеть и осязать; изучались их свойства, которые связаны с тем, что мы можем обнаруживать изменения физических тел, рассматривая эти тела, трогая их, слушая, ощущая их степень нагретости и т. д. Так обстояло дело в разделах, посвященных механике, электричеству, колебаниям, волнам.

В разделе «Молекулярная физика» также изучались газы, пары, твердые тела, видимые и ощущаемые. Но в этом разделе в самом простом виде изложены основы молекулярно-кинетической теории строения тел. Эта теория основана на предположении о существовании невидимых глазу и невидимых в самый сильный микроскоп отдельных частичек вещества. Частички эти получили название *молекул* и *атомов*. Существуют очень убедительные доказательства того, что эти частицы могут явиться результатом дробления физических тел и что их движения являются причиной многих непосредственно наблюдаемых явлений. Доказательства, как правило, состоят в том, что, если допустить их существование, наблюдаемые свойства тел и явления

получают простое и естественное объяснение. Эти частички и были введены в науку мысленно для объяснения многих наблюдаемых свойств и явлений.

Еще раз мы встречались с этими невидимыми глазу частичками в разделе «Электричество», когда излагались вопросы, связанные с прохождением электрического тока через жидкости — электролиты. Тогда предполагалось, что в электрическом поле молекулы жидкости «разламываются» на две части, одна из которых оказывается заряженной положительно, а другая — отрицательно. Этими частицами являются атомы или группы атомов, но обязательно электрически заряженные — *ионы*. Положительно заряженные ионы получили название *катионов*, отрицательно заряженные — *анионов*. Теория электрической диссоциации — это фактически та же молекулярная теория; точнее говоря, некоторое дополнение к ней, созданное для объяснения закономерностей физических и химических явлений, возникающих при прохождении электрического тока через электролиты. Гипотеза о существовании ионов была использована также для объяснения особенностей прохождения электрического тока через газы.

Рассматривались ли в других разделах непосредственно не воспринимаемые физические тела? Да, рассматривались. Еще одно тело такого рода было введено для объяснения физических явлений, возникающих при прохождении электрического тока в очень разреженных газах (в вакууме). Оказалось, что явление термоэлектронной эмиссии, работу двух- и трехэлектродной лампы, электроннолучевой трубки можно объяснить, если предположить, что в вакууме при наличии сильного электрического поля из металлов могут вылетать электрически отрицательно заряженные частицы, масса которых в 1837 раз меньше атома самого легкого элемента — водорода. Эти частицы получили название *электронов*. Предположение об их существовании помогает нам понять и наглядно объяснить многие электрические явления.

Еще одна разновидность подобных физических тел, которые, правда, должны иметь весьма необычные свойства по сравнению с обычными телами, оказалась необходимой для объяснения фотоэлектрического эффекта, фотохимических действий света и люминесценции. Эти гипотетические тела получили название *фотонов*.

Если атомы и молекулы были признаны физиками и химиками в XIX в., более 150 лет тому назад, то ионы — около ста лет, а фотоны — всего лишь в 1905 г. Последние 50—60 лет были особенно богаты введением большого числа гипотетических мельчайших частиц, необходимых для объяснения открытых физикой ряда новых явлений. Более того, для объяснения подробностей наблюдавшихся явлений потребовалось уточнить гипотезы о вводимых частицах, ввести предположения о том, какими должны быть молекулы, атомы для того, чтобы можно было объяснить некоторые новые особенности тех явлений, для объяснения которых и были введены атомы и молекулы. Эти особенности были обнаружены и обнаруживаются далее в ходе дальнейших исследований.

Так, в течение последних 60—70 лет выросли три новых, очень больших раздела физики: атомная физика, ядерная физика и физика элементарных частиц. Молекулярная физика, которой уже более ста лет, тоже быстро развивается под благотворным влиянием развития этих трех новых, а также и других разделов физики.

Для того чтобы было более ясно, к какой из отраслей физики относится излагаемый ниже материал, стоит кратко определить содержание четырех разделов физики, в которых для объяснения явлений вводятся различные непосредственно не воспринимаемые физические тела.

**1. Молекулы и атомы в молекулярной физике.** В основе этого раздела физики лежит предположение о том, что все тела, любое вещество можно разделить на очень маленькие части, каждая из которых сохраняет все химические свойства, присущие веществу. Самые мелкие части получили название *молекул*. Для объяснения существования сложных химических веществ и их образования из простых веществ (элементов) предположено, что молекулы можно разделить на части, называемые *атомами*. Последние ни в одной химической реакции более не делятся и не изменяются. Если предположить, что все эти частицы (молекулы и атомы) определенным образом движутся, то можно объяснить некоторые особенности поведения газов, жидкостей и твердых тел, в частности изменение их свойств при нагреве.

**2. Уточнение строения атомов и молекул в атомной физике.** Если для выяснения многих проблем молекулярной физики достаточно полагать, что атомы и молекулы — маленькие точечные тела и можно не задумываться над их «формой», над их устройством из чего-нибудь еще, то ряд фактов заставляет сделать предположение о том, что атомы и молекулы как-то «построены» из некоторых составных частей. Но для этого нужно было сначала убедиться в существовании этих составных частей.

Изучение явления электролиза и катодных лучей (электрического тока в вакууме) обнаружило существование одной из составных частей атомов и молекул — электрона. После этого было естественно предположить, что молекулы состоят из атомов (многочисленные химические явления свидетельствуют об этом), а атомы состоят из электронов и остальной части, положительно заряженной. Этот раздел, изучающий строение не только атомов, но и молекул, был назван *атомной физикой*, тогда как молекулярная физика изучает строение больших, непосредственно воспринимаемых тел, состоящих из атомов и молекул. В этом отношении названия разделов не вполне соответствуют их содержанию.

Главной целью атомной физики было и остается объяснение оптических закономерностей — наличия и закономерностей линейчатых спектров, спектров испускания и поглощения различных веществ и связь их с химическими и физическими свойствами. Взаимосвязь особенностей оптических явлений и химических свойств позволяет при этом уточнять строение атома. Поэтому атомная физика, больше

чем какой-либо другой раздел физики, широко используется как теоретическая основа химии.

**3. Содержание ядерной физики.** Для объяснения спектральных закономерностей и других фактов (что является предметом атомной физики) вполне достаточно считать, что атомы состоят из электронов и электрически положительно заряженной части. В подробности «устройства» положительной части можно не вдаваться. Не имеет значения и вопрос о размерах этой части; не важно, состоит она из чего-нибудь еще или нет. Да и те явления, которые изучаются атомной физикой, еще не дают оснований для подобных уточнений.

Но начиная с 1896 г., когда французский физик Анри Беккерель открыл явление радиоактивности, стали обнаруживаться факты, для объяснения которых нужно было сделать какие-нибудь предположения об «устройстве» той части атома, которая останется, если от атома «оторвать» все электроны, т. е. полностью его ионизировать. Эта часть получила название *атомного ядра*, а отрасль физики, которая объясняет ряд физических явлений на основе некоторых представлений о строении атомного ядра — название ядерной физики.

Ядерная физика развивалась очень быстро и бурно. Она объяснила многие особенности явления радиоактивного распада химических элементов, количество изотопов у элементов, превращение одних химических элементов в другие при облучении атомов элементов быстро летящими частицами. Наконец, ядерная физика открыла, объяснила и позволила практически использовать деление ядер атомов некоторых элементов с большим атомным весом (например, урана, тория), при котором выделяется большое количество энергии.

Деление ядер урана и других элементов быстро нашло применение в военных целях, а вскоре после окончания второй мировой войны во многих странах началось развитие ядерной энергетики, т. е. методов получения энергии за счет деления ядер атомов тяжелых элементов. Ядерная физика позволила разработать методы искусственного получения многих радиоактивных изотопов, а также элементов, которых нет в природе: технеция, прометия, астата, франция, трансурановых элементов и около тысячи радиоактивных изотопов элементов. Наконец, ядерная физика предсказала и изучает возможность термоядерных реакций, которые могут явиться еще более мощным источником энергии, чем деление атомов тяжелых элементов. В термоядерных реакциях энергия выделяется при «слиянии» ядер легких атомов, например, изотопов водорода. Термоядерные реакции нашли применение в военной технике. Решение проблемы осуществления управляемых термоядерных реакций очень и очень желательно, так как оно позволило бы получить по существу в неограниченных количествах дешевую энергию.

Можно без преувеличения сказать, что в настоящее время ядерная физика является одним из бурно развивающихся разделов физики.

**4. Предмет физики элементарных частиц.** В самом начале развития ядерной физики было обнаружено, что атомное ядро можно разделить на составные части, которые, сталкиваясь с другими ядрами атомов

и друг с другом, порождают какие-то новые, не изученные частицы. В настоящее время открыто более 30 таких частиц, и их число растет с каждым годом. Характерной особенностью подавляющего числа частиц является их неустойчивость и способность распадаться на другие частицы после очень небольшого «времени жизни». Но тем не менее их свойства довольно хорошо изучены. Для их изучения создана сложная аппаратура, успешно объясняются их свойства. Эти частицы атомного ядра и рождающиеся в различных процессах частицы получили название *элементарных*.

Иногда для объяснения свойств этих частиц и особенностей взаимодействия вводятся наглядные представления об их строении. Все это позволяет говорить о существовании самостоятельной большой отрасли физики — *физики элементарных частиц*.

## § 4.7. Строение атома

**1. Излучение и поглощение энергии атомом.** Во введении были подробно определены предметы молекулярной, атомной, ядерной физики и физики элементарных частиц. Далее, как правило, будут излагаться вопросы ядерной физики. Но вначале мы хотели бы разобрать два вопроса, которые полностью или частично относятся к области атомной физики: а) излучение и поглощение энергии атомом; б) строение атома. Первый вопрос целиком относится к атомной физике, а второй одновременно является вопросом и атомной физики (так как речь идет о строении атома) и ядерной физики (поскольку речь идет о размерах ядра и его форме).

После разработки в 1859 г. немецкими учеными, химиком Робертом В. Бунзеном и физиком Густавом Р. Кирхгофом, метода спектрального анализа оптика накопила большое количество фактов о спектрах различных химических веществ, в основном элементов. Особенно большой интерес представляли «линейчатые спектры», т. е. спектры, состоящие из отдельных спектральных линий или групп близко расположенных друг к другу линий. Линейчатые спектры могут быть получены при разложении в спектр по длинам волн света, излучаемого дуговым или тлеющим электрическими разрядами в газообразном состоянии или парах какого-нибудь элемента («дуговой спектр»), а также света, излучаемого искровым электрическим разрядом («искровой спектр»). В дальнейшем речь будет идти только о дуговых линейчатых спектрах.

В 1885 г. швейцарский преподаватель математики в средней школе И. И. Бальмер смог найти алгебраическое соотношение между длинами волн линий в дуговом спектре водорода, который имеет в своей видимой и близкой ультрафиолетовой части довольно простой вид.

На рис. 4.33 схематически изображены положения линий водорода (серия Бальмера), здесь  $\lambda$  — длина волны,  $n$  — число, соответствующее линии в формуле Бальмера. При переходе от видимой части спектра к ультрафиолетовой длина волны уменьшается (рис. 4.33). Оказалось, что если красную линию в видимой части обозначить

номером 3, а более «синим» приписать номера 4, 5 и т. д., длину волны каждой линии можно легко найти по ее порядковому номеру с помощью формулы, найденной Бальмером:

$$\lambda_n = 3645,6 \frac{n^2}{n^2 - 4} \text{ \AA}, \quad (4.27)$$

где  $\lambda_n$  — длина волны линии с порядковым номером  $n$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ ). В 1888 г. немецкий физик Карл Рунге предложил переписать эту формулу, используя в ней не длину волны  $\lambda_n$ , а величину, ей обрат-

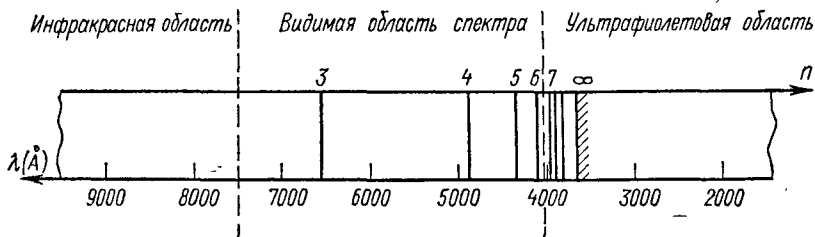


Рис. 4.33

ную — волновое число  $\bar{\nu}_n = 1/\lambda_n$ . Тогда, как показал в 1890 г. шведский физик Иоганнес Р. Ридберг, формула Бальмера принимает следующий вид (это можно легко проверить):

$$\bar{\nu}_n = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (4.28)$$

где  $n$  опять принимают значения начиная от 3, а  $R$  — некоторый коэффициент, называемый «постоянной Ридберга» и равный примерно  $11 \cdot 10^8 \text{ м}^{-1}$ . Формула в таком виде интересна тем, что волновое число каждой линии можно представить в виде разности двух величин; одна из них, это  $R/2^2$ , постоянна для всех линий спектра водорода, а вторая зависит от номера линии. Дальнейшее исследование линейчатого спектра показало, что есть другие наборы (или «серии») линий, волновые числа которых также можно вычислить с помощью формулы (4.28). Только вместо числа 2 в знаменателе первого члена нужно подставлять либо 1, либо 3, либо 4.

Это навело физиков на мысль о том, что излучение света атомом водорода, да и других элементов, происходит при переходе атома из какого-то одного состояния в другое. А каждое состояние можно обозначить числом, квадрат которого входит в знаменатель формулы Бальмера.

Волновое число линии по формуле Планка можно связать с энергией фотона, соответствующего данной линии,

$$E_n = hc\bar{\nu}_n,$$

где  $E_n$  — энергия фотона,  $h$  — постоянная Планка, равная  $6,62 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек}$ ,  $c$  — скорость света, равная  $2,998 \cdot 10^8 \text{ м/сек}$ ,  $\bar{\nu}_n$  — волновое число линии номера  $n$ .

Умножим правую и левую части формулы (4.28) на  $hc$ :

$$E_n = \frac{hcR}{2^2} - \frac{hcR}{n^2}. \quad (4.29)$$

Из этой формулы видно, что энергия фотона, соответствующего линии спектра, обозначенной номером  $n$ , представляет собой разность энергий различных состояний атома. Эти состояния получили название энергетических состояний, а члены в правой части равенства (4.29) считаются значениями их энергий.

Изучение спектров водорода, гелия, щелочных металлов и других элементов подтвердило объяснение линий в спектрах как результат перехода из одного энергетического состояния в другое. То же оказалось справедливым для темных линий в спектрах поглощения веществ (элементов). Оказалось, что атом элемента может поглотить только такой фотон, энергия которого равна разности энергий различных энергетических состояний.

При соударении электронов с атомами электроны не теряют своей кинетической энергии и упруго (т. е. без потери энергии) отражаются от атомов, если их кинетическая энергия меньше разности энергий каких-нибудь энергетических состояний атомов. Лишь когда кинетическая энергия электронов равна разности энергий каких-либо энергетических состояний или превышает ее, электроны отдают атому свою кинетическую энергию и заставляют атом перейти в состояние с большей энергией, из которого атом может возвратиться в состояние с меньшей энергией, излучая фотон. Энергия этого фотона будет равна кинетической энергии электрона, потерянной им при неупругом столкновении и затраченной на перевод атома в состояние с большей энергией. Это впервые было доказано на опыте немецкими физиками Джемсом Франком и Густавом Герцем в 1913 г.

**2. Модель строения атома.** Вопрос о строении атомов и молекул является основным вопросом атомной физики. Но вместе с тем он относится и к ядерной физике, так как при построении моделей атома делаются определенные предположения о размерах ядра, а современные методы ядерной физики позволяют на опыте измерять размеры ядер.

Атом невидим и неосязаем. Но, изучая его свойства, можно хотя бы мысленно построить такую физическую систему или тело, доступное хотя бы в принципе, непосредственному восприятию, свойства которых имели бы что-то общее со свойствами атома. Такое физическое тело или система называется *моделью* атома.

Вопрос о наглядном представлении строения атома издавна интересовал ученых. Русский юрист, историк и философ Б. Н. Чичерин в 1894 г. предположил, что атом похож на Солнечную систему. По его мнению, в центре атома находится большое «ядро» (как Солнце в центре Солнечной системы), а вокруг него вращаются, как планеты, электроны, удерживаемые силами всемирного тяготения. Но Чичерин не провел расчетов этой модели и не объяснил с ее помощью каких-

либо фактов. Поэтому среди физиков его модель признания не получила, и о ней мало кто знал.

К концу XIX в. после открытия законов электролиза, разработки теории электролитической диссоциации, введения представления об ионах, после открытия катодных лучей стало ясно, что существует наименьшее количество электрического заряда, что нейтральный атом можно сделать электрически заряженным, отнимая от него отрицательно заряженные частички или присоединяя их к нему, и что частички, обладающие наименьшим зарядом, могут существовать как отдельные частицы. После этого было естественно предположить, что атом состоит из электронов и электрически положительно заряженной остальной части. Но возник вопрос, каково относительное расположение электронов и этой положительной части внутри нейтрального атома? На этот вопрос были даны различные ответы.

На рубеже XIX и XX вв. широко развернулись исследования рассеяния электронов металлической фольгой (т. е. очень тонкой металлической пластинкой), толщина которой, например, для золота, составляла десятые доли микрона. Опыт показал, что после прохождения через фольгу электроны немного рассеиваются, т. е. их траектории отклоняются на малые углы относительно направлений их полета до прохождения через фольгу.

Для объяснения этого явления английские физики Вильям Томсон (получивший за свои научные заслуги титул лорда Кельвина) в 1902 г. и Джозеф Джон Томсон в 1904 г. предложили модель строения атома. Согласно этой модели атом представляет собой шар, электрически заряженный, причем заряд положительного знака распределен равномерно по объему. В шаре находятся электроны, размер которых гораздо меньше объема шара. Они расположены в некоторых устойчивых положениях, но могут смещаться со своих мест и совершать колебания под действием внешних электрических полей.

Рассеяние катодных лучей при прохождении через фольгу тогда можно было бы объяснить следующим образом. Электрон проходит сквозь атом и искривляет свой путь за счет силы отталкивания, действующей на него со стороны электронов, сидящих в положительно заряженной толще атома. Поскольку большая часть электронов из пучка катодных лучей вообще не отклоняется от своего первоначального пути, то разумно было предположить, что сквозь атомы проходит относительно небольшое число электронов. Отсюда следует, что размер атома мал.

Немецкий физик Ф. Ленард оценил из данных о рассеянии катодных лучей диаметр положительно заряженного шара и пришел к выводу о том, что его диаметр значительно меньше  $10^{-10}$  м.

Примерно в это же время, в 1904 г., японский физик Х. Нагаока предложил модель строения атома, согласно которой атом должен походить на планету Сатурн. Роль самой планеты должен был играть положительно заряженный шар — основная часть атома, а вокруг этого шара, как расположенные в виде колец спутники Сатурна, должны были вращаться электроны. Нагаока рассчитал эту модель



и показал, что она механически устойчива, но он отметил, что согласно законам электромагнитных явлений электроны, вращаясь по круговым орбитам, должны были бы излучать электромагнитные волны, терять кинетическую энергию, уменьшать свою скорость до тех пор, пока в конце концов их не притянет к себе положительное ядро.

Два года спустя английский физик Эрнест Резерфорд обнаружил, что если через металлическую фольгу пропускать поток дважды ионизованных атомов гелия (так называемых альфа-частиц), то они тоже отклоняются от своего начального пути, но заметно меньше, чем электроны. В то время было известно, что альфа-частицы имеют массу, примерно в 7200 раз большую массы электронов, а их кинетическая энергия больше энергии электронов катодных лучей.

Исследование рассеяния альфа-частиц продолжили ученики и сорудники Э. Резерфорда — Ганс Гейгер и Эрнст Марсден. В 1908 г. они обнаружили, что не только электроны, но и альфа-частицы при прохождении через тонкий слой металла могут изменять направление полета на большие углы, до  $90^\circ$  и даже больше, т. е. иногда они могут даже отражаться от тонкой металлической фольги. Этот факт никак нельзя было объяснить на основе модели В. Томсона и Дж. Дж. Томсона. Тогда Резерфорд решил использовать для объяснения отражения альфа-частиц от металлической фольги модель атома, предложенную Нагаока. Рассеяние альфа-частиц тогда стало понятным как результат действия сил электрического отталкивания между положительно заряженной массивной центральной частью атома и положительно заряженной альфа-частицей.

Резерфорд, в отличие от Чичерина и Нагаока, предположил, что положительная часть атома имеет очень малые размеры по сравнению с размерами всего атома (подобно тому как диаметр Солнца хотя и велик, но все же значительно меньше диаметра всей Солнечной системы). Поэтому при расчетах искривления траектории альфа-частицы под действием отталкивания ее со стороны положительно заряженной центральной части он считал, что ее заряд сосредоточен в точке. Проведенный им расчет привел к выводам, которые находились в согласии с наблюдавшимися фактами. А факты были такие: на большие углы отклоняется относительно мало частиц. Согласно этой модели чем ближе к центру атома, который был назван им *ядром* по аналогии с ядром живой клетки, пролетает альфа-частица, тем на больший угол она отклонится от первоначального направления полета. Близко к атомному ядру пролетает относительно мало частиц, а потому на большие углы рассеивается небольшая доля частиц. Расчитанное Резерфордом распределение частиц по углам отклонения совпало с опытным.

Модель Резерфорда появилась как результат проведения аналогии между строением атома и строением Солнечной системы (что уже делалось и раньше), поэтому она получила название *планетарной*. Резерфорд предположил, кроме того, что электроны удерживаются у ядра за счет сил электростатического притяжения. С помощью этой модели удалось объяснить закономерности рассеяния альфа-частиц

при их прохождении через металлическую фольгу. Но она, как и модель Нагаока, не смогла объяснить устойчивости существования атома. Кстати, до сих пор не создано модели атома, которая могла бы ее объяснить.

#### § 4.8. Радиоактивность

После того как в 1895 г. В. К. Рентген открыл существование лучей, названных впоследствии его именем, многие ученые взялись исследовать их свойства и условия возникновения.

Как показал сам Рентген, в некоторых случаях эти лучи исходили из того места стенки стеклянного сосуда, на которое падал пучок катодных лучей (поток электронов). Стекло в этом месте начинало люминесцировать. В то время одним из лучших специалистов по люминесценции был французский физик Анри Беккерель (его отец и дед также были физиками и тоже изучали люминесценцию). Поэтому он сразу же после открытия Рентгена решил проверить, не испускаются ли рентгеновские лучи веществами, люминесцирующими после освещения их солнечным светом. К известным в то время люминесцентным веществам относились и соли урана. В результате тщательного исследования действия солей урана на фотографическую пластинку Беккерель пришел к выводу о том, что соли урана заставляют чернеть фотографическую пластинку независимо от того, освещались ли соли урана солнечным светом или нет. Объяснить это можно было, лишь допустив, что соли урана испускают лучи, не являющиеся рентгеновскими.

Беккерель установил этот факт 1 марта 1896 г., что позволяет считать этот день днем рождения ядерной физики. Позднее Беккерель обнаружил, что источником этих лучей является сам уран: такие же лучи испускал металлический уран. Так было открыто явление радиоактивности, хотя сам термин «радиоактивность» был введен через несколько лет Мари Кюри-Склодовской.

В 1898 г. почти одновременно, но независимо друг от друга немецкий физик Герхард В. Шмидт и Мари Кюри-Склодовска открыли, что радиоактивен не только уран, но и торий. Он также испускает невидимые лучи, отличные от рентгеновских.

Вместе со своим мужем Пьером Кюри Мари Кюри-Склодовска в этом же году открыла еще два радиоактивных элемента: полоний и радий. На следующий год французский химик А. Дебьерн и немецкий радиохимик Э. Гизель открыли радиоактивный элемент — актиний.

Явление радиоактивности стало широко изучаться, причем особое внимание было обращено на установление природы излучений, исходящих из радиоактивных элементов. В 1899—1900 гг. было установлено, что радиоактивные элементы испускают три вида излучений, отличающихся своей способностью проникать в глубь вещества. Эти виды были названы условно первыми тремя буквами греческого алфавита: альфа-, бета- и гамма-лучи.

В 1900 г. французский физик П. Виллар показал, что гамма-лучи представляют собой электромагнитные волны с длиной волны, еще

меньшей, чем у рентгеновских лучей. В 1909 г. Резерфорд вместе со своим сотрудником Т. Д. Ройдсом впервые установил, что альфа-лучи представляют собой поток двукратно ионизованных, т. е. лишенных двух электронов, атомов гелия, а бета-лучи — поток электронов (т. е. катодные лучи).

Эти факты заставили ученых предположить, что ядра атомов химических элементов построены из более мелких частиц. Поскольку в то время были известны только такие мелкие частицы, как электроны и несколько позже открытый протон — положительный ион водорода, долгое время считали, что ядра атомов химических элементов состоят из протонов и электронов. Дальнейшее развитие ядерной физики заставило, однако, отказаться от этой точки зрения.

**1. Способы наблюдения и регистрации частиц.** Для исследования явления радиоактивности потребовалось развитие методов наблюдения и регистрации отдельных невидимых непосредственно частиц. Основная идея всех методов состоит в наблюдении явлений, вызываемых частицами. Главное условие при этом накладывается на сами явления: они должны быть наблюдаемы непосредственно (т. е. невооруженным глазом, либо с помощью оптических приборов, например микроскопа, либо регистрироваться фотографически).

**а. Метод сцинтилляции.** Этот метод был предложен раньше других; он очень прост и сыграл большую роль в развитии ядерной физики. В переводе на русский язык слово «сцинтилляция» означает мерцание. Метод был предложен в 1903 г. английским физиком У. Круксом.

Метод основан на том, что попадание быстро движущихся частиц в слой люминесцирующего вещества вызывает слабую, но заметную невооруженным глазом вспышку света, напоминающую искорку. Когда в слой попадает много частиц, то создается впечатление слабого мерцания этого вещества (при условии, что наблюдение ведется в полной темноте). В некоторых веществах, например в сернистом цинке (ZnS), мерцание, порождаемое частицами, наблюдается очень отчетливо. Если на стеклянную пластинку нанести тонкий слой сернистого цинка и поднести к нему в темноте вещество, испускающее альфа-лучи или протоны, то при рассматривании слоя в микроскоп с увеличением всего лишь в несколько десятков раз отчетливо видны отдельные вспышки, каждая из которых вызвана попаданием в слой сернистого цинка отдельной частицы. Иногда видны даже отрезки траекторий, по которым они движутся в слое. Считая вспышки и траектории, можно сосчитать количество частиц, попадающих в слой люминесцирующего вещества.

**б. Люминесцентные счетчики.** Метод сцинтилляций требовал от наблюдателя большого зрительного напряжения и был очень утомителен. Кроме того, не все частицы порождают вспышку, различаемую глазом в микроскоп. Поэтому позднее был разработан метод регистрации сцинтилляций не глазом, а с помощью фотоэлемента. Фотоны, испускаемые во время вспышки, попадают на фотокатод фотоэлемента (или более усовершенствованного его ва-

рианта — фотоэлектронного умножителя) и вызывают появление тока в электрической цепи фотоэлемента. Считая «вспышки» или импульсы тока, можно сосчитать не только видимые вспышки, вызываемые альфа-частицами или протонами, но и слабые вспышки, вызываемые, например, попаданием электронов в слой люминесцирующего вещества.

**в. Камера Вильсона.** Этот прибор был сконструирован в 1911 г. английским физиком Ч. Т. Р. Вильсоном. Он основан на способности быстро летящих частиц ионизовать молекулы вещества, находящегося в парообразном состоянии.

Иногда пар, охлажденный ниже температуры кипения, не конденсируется в жидкость, не превращается в туман (совокупность мелких капелек жидкости). Такой пар называется переохлажденным. Но если в него внести частицы жидкости или твердого вещества (пыль), то вокруг этих частиц пар начинает быстро конденсироваться. Они становятся центрами конденсации пара. Такими же центрами могут стать ионы молекул вещества, находящегося в парообразном состоянии. Поэтому если в толще переохлажденного пара пролетает быстрая частица и по пути своего полета ионизует молекулы, появляющиеся в результате этого ионы становятся центрами конденсации пара. По пути частицы возникают капельки жидкости (туман), расположение которых в пространстве воспроизводит форму траектории частицы. Мы «видим» частицы в камере Вильсона так же, как мы «видим» с самолета, летящего на большой высоте, лесорубов, прорубающих в лесу широкую просеку.

В камере Вильсона переохлаждение газа достигается путем быстрого (адиабатического) расширения объема, в котором содержится пар. Имеются разновидности камер Вильсона, например диффузионная камера, в которой переохлажденный пар создается лишь в некоторой части объема камеры путем диффузии пара сквозь газ, заполняющий камеру, от теплой верхней крышки камеры к холодной поверхности ее дна. Вблизи холодного дна такой камеры возникает область, в которой постоянно присутствует переохлажденный пар. В этой области влетающие частицы образуют капельки жидкости, располагающиеся вдоль траектории частицы. Вереницу этих капелек можно наблюдать (в виде светлой полоски) и фотографировать.

Советские физики П. Л. Капица (в 1923—1924 гг.) и Д. В. Скобельцын (в 1927 г.) предложили помещать камеру Вильсона в магнитное поле. Это позволило определить заряд, скорость влетающих частиц, их массу. Если заряженная частица влетает в область действия постоянного магнитного поля, то она начинает двигаться по окружности, причем положение этой окружности относительно первоначальной прямолинейной траектории зависит от знака заряда, а радиус окружности — от скорости частицы и ее массы. Для частиц одной и той же массы скорость тем больше, чем меньше радиус траектории. В случае, показанном на рис. 4.34, поле было включено, когда частицы находились в точках *A* и *B*, причем в точке *A* находилась положительно заряженная, а в точке *B* — отрицательно заряженная частицы.

г. Пузырьковая камера. Примерно на том же принципе основано действие пузырьковой камеры, предложенной в 1952 г. американским физиком Д. А. Глезером. Подобно тому как существует переохлажденный пар, может быть создана и перегретая жидкость. Она возникает при нагреве жидкости выше температуры ее кипения. Если в жидкости нет пузырьков газа, взвешенных твердых частиц

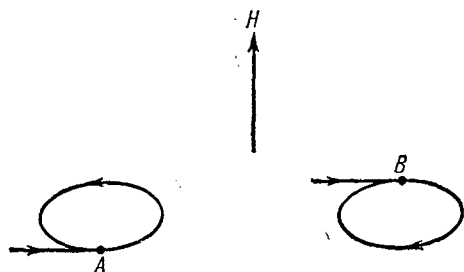


Рис. 4.34

или ионов вещества жидкости, то, будучи перегретой, она не закипает. Достаточно, однако, образоваться в ней ионам вещества жидкости, как начинается процесс кипения. Ионы в жидкости могут образовываться частицами меньшей энергии, чем ионы в переохлажденном паре. Поэтому с помощью камеры с перегретой жидкостью можно наблюдать траектории заряженных

быстрых частиц, имеющих еще меньшую энергию, чем частицы, регистрируемые камерой Вильсона, при наблюдении пузырьков газа, появляющихся в результате испарения перегретой жидкости вблизи образовавшихся ионов.

д. Искровая камера. Исследования в ядерной физике и в физике элементарных частиц связаны с просмотром очень большого количества фотографий траекторий частиц, полученных с помощью камеры Вильсона или пузырьковой камеры. Приходится не только просматривать фотографии, но и согласно некоторым правилам определять по фотографиям заряд, массу и скорость частиц. Из-за большого количества фотографий потребовалась разработка механизации и автоматизации определения этих величин. Оказалось, однако, что обработку снимков траекторий частиц, полученных с помощью камер Вильсона, диффузионных и пузырьковых камер, очень трудно механизировать.

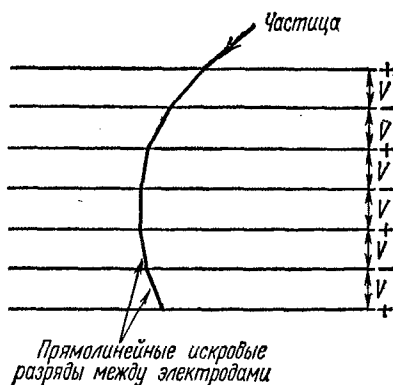


Рис. 4.35

Механизацию обработки удалось осуществить с помощью недавно разработанных искровых камер. Такая камера представляет собой ряд плоских металлических пластин, расположенных строго параллельно на одинаковых расстояниях по отношению друг к другу (рис. 4.35). Эти расстояния зависят от размеров камеры и составляют обычно несколько миллиметров или сантиметров. На пластины подаются довольно большие разности потенциалов (несколько сотен вольт). Вся система плоских электродов помещается в объем, наполненный

газом. Когда в камеру попадает частица (скажем, сверху), то в месте ее прохождения между самым верхним и соседним к нему снизу электродами образуются ионы газа, что способствует возникновению искрового разряда между электродами. Направление искры при этом примерно совпадает с направлением полета частицы. При прохождении через следующий зазор между пластинами происходит то же самое. Поэтому в камере при прохождении частицы можно увидеть яркий, отчетливый искровой разряд, форма которого довольно точно воспроизводит траекторию частицы (см. рис. 4.34). Если, например, камера не находится в магнитном поле и траектории — прямые линии, то разряд довольно точно воспроизводит их в виде прямых. Путем измерения токов, протекающих в пластинах при разряде, можно определить место прохождения частицы через пластину, направление траектории, скорость частицы и с помощью электронных счетных машин быстро вычислить заряд, массу и скорость частицы.

е. Счетчики ионизирующих частиц. К этой группе приборов для регистрации частиц относятся ионизационные камеры, пропорциональные счетчики и счетчики Гейгера — Мюллера.

Ионизационная камера по существу представляет собой два электрода в камере, заполненной газом. Если в газе между электродами пролетела частица, которая образовала некоторое число ионов, а на электроды подана при этом разность потенциалов, то через газ пойдет ток, сила которого зависит от энергии влетающей частицы. Измеряя токи, можно считать влетающие в камеру частицы и определять их энергию. Недостатком ионизационных камер является малая величина токов, возникающих при прохождении частиц.

Более удобны пропорциональные счетчики (рис. 4.36). Они представляют собой металлический цилиндр 1, по оси которого расположена тонкая металлическая проволока 2. Цилиндр заполнен газом, давление которого меньше атмосферного. Нить заземляется 5 через сопротивление 4, а на цилиндр подается постоянное отрицательное напряжение с источника 3.

При прохождении через счетчик ионизирующей частицы в нем возникает электрический разряд. Подавая большое отрицательное напряжение на цилиндр, мы можем зарегистрировать импульс тока, который в дальнейшем усилении с помощью трехэлектродной лампы 6 не нуждается. Усиление происходит в самом газе, и поэтому эти счетчики называются еще счетчиками с газовым усилением. Пропорциональными же они называются потому, что сила тока газового разряда, возникающего после прохождения ионизирующей частицы, пропорциональна числу образовавшихся при этом ионов или энергии частицы.

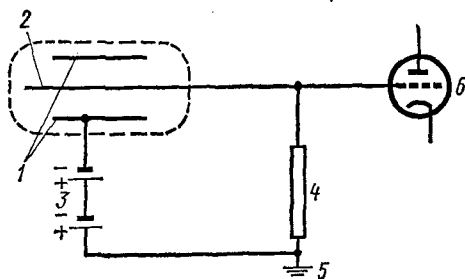


Рис. 4.36

В 1908 г. английский физик Ганс Гейгер совместно с Эрнестом Резерфордом, у которого он работал, предложил одну разновидность пропорционального счетчика. Она была усовершенствована в 1928 г. его учеником Э. Мюллером, поэтому счетчик и получил название счетчика Гейгера — Мюллера.

Если в пропорциональном счетчике подать на цилиндр отрицательное напряжение 800 в и выше, то при прохождении частицы в счетчике начинается разряд, который длится некоторое время. Пока длится разряд, счетчик не может регистрировать другую влетевшую в него частицу. Для уменьшения времени длительности разряда счетчики наполняются аргоном с добавлением к нему метана или паров этилового спирта. Такие счетчики, у которых время длительности разряда существенно уменьшено, называются самогасящимися.

**ж. Толстослойные фотоэмульсии.** Фотографический процесс состоит в разложении молекул бромистого серебра ( $\text{AgBr}$ ) в маленьком кристаллике, взвешенном в прозрачном органическом веществе (например, желатине), под действием фотона. Молекула разлагается на ион серебра и ион брома. Причем количество разложившихся молекул пропорционально освещенности (количеству фотонов, попадающих в единицу времени) данного места фоточувствительного слоя (фотоэмульсии). После проявления освещенного фотослоя (т. е. восстановления металлического серебра) в местах большей освещенности видно больше количество металлического серебра: эти места фотослоя выглядят более темными.

Образование металлического серебра из  $\text{AgBr}$  может происходить не только в результате фотохимической реакции, но и при другом способе передачи молекулам  $\text{AgBr}$  энергии, необходимой для разложения их на ионы брома и серебра. Она может поступить, например, от быстро пролетающей в фотослое частицы. Эта частица отдает часть своей энергии различным кристалликам, расположенным на ее пути. После проявления эти кристаллики потому будут видны как темные точки, что они хотя бы частично превратятся в металлическое серебро. Таким образом, можно как бы видеть траекторию пролетевшей частицы по тем последствиям, которые она вызвала на своем пути.

Возможность регистрации отдельных быстрых частиц с помощью фотоэмульсий была установлена в 1925 г. немецкими физиками Мариэттой Блау и Хертой Вамбахер, хотя впервые траектория быстрой частицы в фотоэмульсии была получена еще в 1911 г. Но обычные фотослои были не совсем удобны для наблюдения всего пути частицы до ее остановки, так как длина пробега частиц в фотослое была больше его толщины. Поэтому ряд физиков, в том числе советские физики Л. В. Мысовский и П. С. Чижов, предложили использовать более толстые слои фотоэмульсий. В настоящее время употребляются фотослои толщиной от 50 до 1200 мк.

Таким образом, появилась возможность наблюдать целиком пробег частиц в фотослое. По длине и толщине следа определяют энергию частицы и направление ее движения. Толстослойные фотопластинки

стали очень важным методом ядерной физики и физики элементарных частиц. С их помощью было сделано много важных открытий, в частности было открыто много элементарных частиц.

## § 4.9. Строение атомного ядра

**1. Открытие нейтрона.** В 1920 г. Э. Резерфорд высказал предположение о возможности существования незаряженной (нейтральной) частицы, масса которой должна быть примерно равна массе ядра водорода — протона и которую можно было бы считать комбинацией протона и электрона. Сразу же после этого английские физики Дж. Л. Глессон и Дж. К. Робертс поставили опыты с целью обнаружения этой частицы, но не обнаружили ее. Ученик и сотрудник Резерфорда Джемс Чедвик начиная с 1920 г. ставил для ее обнаружения много опытов, но они давали отрицательные результаты.

В 1919—1920 гг. американский физико-химик У. Д. Харкинс, исследуя радиоактивный распад тяжелых элементов, пришел к выводу о том, что в состав ядер атомов элементов входит группа связанных между собой частиц, которую в некотором смысле можно рассматривать как составную часть атома, как один из «кирпичиков» атомов элементов. Он назвал эту группу *нейтроном* и обозначил ее символически:  $n$ , где  $p$  — протон (ядро атома водорода),  $e$  — электрон. Он предположил, что две такие группы вместе с двумя протонами вылетают из ядер атомов при радиоактивном распаде в виде альфа-частицы. Но вне атома, отдельно от него ни Харкинсу, ни другим физикам обнаружить эту группу (нейтрон) не удавалось. Существование внутри ядра нейтральной частицы предполагал и австралийский физик О. Мэссон.

В 1930 г. немецкие физики В. Боте и Р. Бекер обнаружили, что в результате облучения некоторые легкие элементы, например бериллий, сами становятся источниками излучения очень высокой проникающей способности. Оказалось, что поток этого излучения не отклонялся электрическим полем и его нельзя было считать потоком заряженных частиц. Больше всего оно было похоже на гамма-лучи, представляющие собой очень жесткие (т. е. глубоко проникающие в вещество) рентгеновские лучи.

В 1932 г. французские физики Ирэн и Фредерик Жолио-Кюри обнаружили, что это излучение, попадая на вещества, содержащие водород (такие, как парафин, вода, целлофан), вызывает излучение протонов большой энергии. Несколько месяцев спустя Дж. Чедвик, много лет искавший нейтрон, доказал, наконец, что излучение, открытое Боте и Бекером, представляет собой поток нейтронов — нейтральных частиц, масса которых чуть больше массы протона. Стало ясно, что нейтрон, существование которого предполагали Резерфорд, Харкинс и другие физики, открыт как отдельная частица.

**2. Строение атомного ядра.** Многочисленные опыты убедили физиков в том, что при определенном воздействии на нейтральный атом химического элемента его можно разделить на положительно заряженную часть, обладающую большой массой, и отрицательно заряжен-



ную — электроны. От атома водорода можно отделить лишь один электрон, от атома гелия — не более двух, от атома лития — не более трех и т. д. Вообще от атома можно отделить некоторое количество электронов, равное его порядковому номеру в периодической системе Менделеева, или, говоря иначе, атомному номеру. Если от атома отделено максимально возможное количество электронов (т. е. равное его атомному номеру), то атом считается полностью ионизованным и оставшаяся положительно заряженная часть атома называется *ядром атома*.

Существует мнение, что, поскольку атом можно разделить на электроны и ядро, то и ядро и электроны существуют в нем по отдельности, хотя и связаны друг с другом. Это мнение очень распространено. Однако никому пока не удалось построить модели устойчивого атома, состоящего из существующих по отдельности электронов и ядра. Во всяком случае, несомненно одно: когда говорят, что атом состоит из положительно заряженного ядра и электронов, то это можно понимать как утверждение о возможности разделения нейтрального атома на отрицательно заряженные электроны и на положительно заряженное ядро.

В таком же смысле можно поставить вопрос: из чего состоит ядро? До открытия нейтрона предполагалось, что ядро любого атома состоит из электронов и протонов. Предположение о том, что электроны являются одним из сортов «кирпичиков» атомного ядра, основывалось на известном к тому времени факте излучения электронов при распаде некоторых атомных ядер.

Первым, кто предположил, что все химические элементы состоят из водорода (или, точнее говоря, ядра атомов всех элементов состоят из протонов), был английский врач, физиолог и биохимик Уильям Праут. Он пришел к такому выводу в 1815—1816 гг., изучая соотношения между атомными весами химических элементов. Он заметил, что если взять атомный вес водорода за единицу, то атомные веса других элементов выражаются примерно целыми числами. Позднее эта гипотеза, казалось бы, была экспериментально подтверждена французскими химиками Ж. С. Стасом и Ш. Мариньяком. Но более точные измерения атомных весов элементов показали, что они не выражаются целыми числами.

Гораздо позднее выяснилось, что каждому элементу соответствуют атомы не одного, а нескольких различных весов. Оказалось, например, что существуют атомы водорода, вдвое более тяжелые, чем обычные атомы водорода. Вещество, состоящее из таких атомов, получило название тяжелого водорода, или дейтерия. Позднее были открыты атомы водорода, втрое более тяжелые, — атомы трития. Вещества, которые невозможно отличить друг от друга по их химическим свойствам, но которые имеют различный атомный вес, были названы *изотопами*. Оказалось, что атомный вес изотопа выражается целым числом по отношению к атомному весу водорода (обычного водорода, или, как его иногда называют, протия).

Таким образом, гипотеза Праута все-таки была подтверждена,

и поэтому появились основания думать, что ядра атомов химических элементов состоят из протонов.

Еще до открытия нейтрона как отдельной частицы появились некоторые возражения против предположения о том, что в состав ядер атомов вместе с протонами входят и электроны. Такие возражения были выдвинуты русским физиком П. С. Эренфестом и американским физиком Р. Дж. Оппенгеймером.

Вскоре после открытия нейтрона как отдельной частицы в 1932 г. советские ученые Д. Д. Иваненко и Е. Н. Гапон предположили, что атомные ядра состоят из протонов и нейтронов. Именно эта идея, развитая затем немецким физиком В. Гейзенбергом, и была вскоре принята всеми физиками.

Итак, в настоящее время можно считать, что ядра атомов всех химических элементов состоят из протонов и нейтронов. Атомный номер элемента соответствует количеству протонов, содержащихся в его ядре. Он обозначается числом, которое пишется слева внизу у химического символа элемента, например:  ${}^2\text{He}$ ,  ${}_{63}\text{Eu}$ ,  ${}_{82}\text{Pb}$ , но часто атомный номер не пишут у символа элемента, так как последнего достаточно. Полное количество протонов и нейтронов в ядре (массовое число), соответствующее атомному весу, обозначается числом, которое пишется справа сверху у символа химического элемента, например:  $\text{H}^1$ ,  $\text{O}^{16}$ ,  $\text{Vr}^{80}$ ,  $\text{U}^{235}$ . Полная символическая запись строения ядра изотопа включает в себя обозначения и атомного номера и атомного веса, например:  ${}^5\text{V}^{11}$ ,  ${}^9\text{F}^{17}$ ,  ${}^{15}\text{P}^{29}$ ,  ${}^{35}\text{Vr}^{84}$ ,  ${}^{83}\text{Vb}^{124}$  и т. д.

Ядра, обладающие одинаковым числом протонов, но различным числом нейтронов, и являются как раз ядрами изотопов (их называют *нуклидами*):  ${}^4\text{Be}^7$ ,  ${}^4\text{Be}^8$ ,  ${}^4\text{Be}^9$ ,  ${}^4\text{Be}^{10}$  или  ${}^{47}\text{Ag}^{104}$ ,  ${}^{47}\text{Ag}^{105}$ , ...,  ${}^{47}\text{Ag}^{115}$  (у серебра 16 изотопов).

Атомы различных элементов, имеющие одинаковые массовые числа, называются *атомами изобаров*:  ${}^6\text{C}^{14}$ ,  ${}^7\text{N}^{14}$ ,  ${}^8\text{O}^{14}$ ,  ${}^{13}\text{Al}^{28}$ ,  ${}^{14}\text{Si}^{28}$ ,  ${}^{15}\text{P}^{28}$ , или  ${}^{44}\text{Ru}^{106}$ ,  ${}^{45}\text{Rh}^{106}$ ,  ${}^{46}\text{Pd}^{106}$ ,  ${}^{47}\text{Ag}^{106}$  и  ${}^{48}\text{Cd}^{106}$ .

Атомы элементов, ядра которых имеют одинаковые количества нейтронов, называются *атомами изотонов*:  ${}^9\text{F}^{18}$ ,  ${}^{10}\text{Ne}^{19}$ ,  ${}^{11}\text{Na}^{20}$  (рис. 4.37).

Обнаружены ядра с одинаковым числом протонов и нейтронов, но отличающиеся друг от друга иными признаками, например скоростью радиоактивного распада. Так, имеются две разновидности ядер атомов изотопа  ${}^{35}\text{Vr}^{80}$ . Такие разновидности ядер называются ядрами *атомов изомеров*.

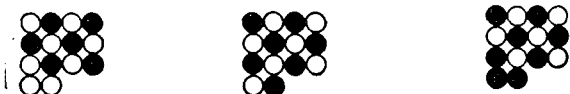
Если ядро одного атома можно получить из другого заменой одного нейтрона на протон или одного протона на нейтрон, то такие ядра называются *зеркальными*. Например: если у ядра  ${}^3\text{Li}^7$  один нейтрон заменить на протон, то получится зеркальное по отношению к нему ядро  ${}^4\text{Be}^7$ . Или: если один протон у ядра  ${}^{15}\text{P}^{29}$  заменить на нейтрон, то получится зеркальное по отношению к нему ядро  ${}^{14}\text{Si}^{29}$ .

Особенно большое значение для развития наших знаний об атомном ядре имело изучение изотопов, встречающихся в природе (естественных) и получаемых также искусственно.

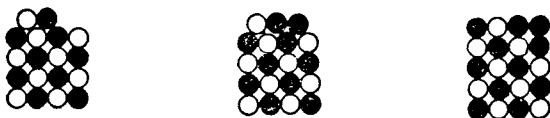
3. **Изотопы.** Открытие изотопов было тесно связано с изучением радиоактивных веществ. После открытия физиками радиоактивности урана и тория немецкий химик Отто Хан обнаружил и выделил новый радиоактивный элемент, названный радиоторием (почти одновременно с Ханом и независимо от него его открыл американский химик Б. Болтвуд). В 1906 г. немецкий химик В. Марквальд открыл новый радиоактивный элемент — ионий. Но уже через год американские химики



Изотопы бериллия :  ${}^7_4\text{Be}$ ,  ${}^8_4\text{Be}$ ,  ${}^9_4\text{Be}$ ,  ${}^{10}_4\text{Be}$



Изобары :  ${}^{14}_6\text{C}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ ,  ${}^{14}_8\text{O}$



Изотопы :  ${}^{18}_9\text{F}$ ,  ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ ,  ${}^{18}_{11}\text{Na}$

● протоны      ○ нейтроны

Рис. 4.37

Г. Маккой и У. Росс показали, что торий, радиоторий и ионий нельзя химически отделить друг от друга. Теперь причина этого вполне понятна: все эти три вещества — изотопы тория:  ${}_{90}\text{Th}^{229}$ , радиоторий  ${}_{90}\text{Th}^{228}$  и ионий  ${}_{90}\text{Th}^{230}$  (всего же сейчас известно девять изотопов тория, из которых в природе встречается только один —  ${}_{90}\text{Th}^{232}$ ). Но в то время этот факт оставался непонятным, пока шведские химики Д. Стремхольм и Т. Сведберг не предсказали существования изотопов как разновидностей химического элемента, которые отличаются массами атомов, но химические свойства которых совершенно одинаковы. При этом они вспомнили, что еще в 1886 г. Уильям Крукс предполагал, что

атомы одного и того же элемента могут отличаться друг от друга, и предлагал назвать разновидности химического элемента метаэлементами. Факт наличия изотопов был твердо установлен в 1910 г. английским физиком Ф. Содди.

У всех химических элементов, стоящих в периодической системе элементов Менделеева до полония (кроме технеция  $_{43}\text{Tc}$  и прометия  $_{61}\text{Pm}$ ), имеется хотя бы один нерадиоактивный (стабильный) изотоп. У остальных элементов — все изотопы радиоактивные. Самый тяжелый химический элемент, встречающийся в природе, — уран  $_{92}\text{U}$ . У него известно 12 изотопов, из которых в природе встречаются только три:  $_{92}\text{U}^{238}$ ,  $_{92}\text{U}^{235}$ ,  $_{92}\text{U}^{234}$ . Элементы более тяжелые, чем уран, получены искусственно. Их называют трансурановыми элементами. К настоящему времени открыто 12 трансурановых элементов: нептуний  $_{93}\text{Np}$ , плутоний  $_{94}\text{Pu}$ , америций  $_{95}\text{Am}$ , кюрий  $_{96}\text{Cm}$ , беркелий  $_{97}\text{Bk}$ , калифорний  $_{98}\text{Cf}$ , эйнштейний  $_{99}\text{Es}$ , фермий  $_{100}\text{Fm}$ , менделевий  $_{101}\text{Mv}$ , лоуренсий  $_{102}\text{Lw}$ . Открытые группой советских физиков под руководством Г. Н. Флерова элементы с атомными номерами 102 и 104 пока не получили официального названия. Советские физики предлагают их назвать жоллий (в честь Фредерика Жолио-Кюри) и курчатовий (в честь И. В. Курчатова).

Кроме трансурановых искусственно получены следующие элементы: технеций  $_{43}\text{Tc}$ , прометий  $_{61}\text{Pm}$ , астат  $_{85}\text{At}$ , франций  $_{87}\text{Fr}$ .

Элементы имеют от 3 до 24 изотопов. По три, например, изотопа имеют водород  $_{1}\text{H}$  и гелий  $_{2}\text{He}$ , по четыре — литий  $_{3}\text{Li}$ , бериллий  $_{4}\text{Be}$ , бор  $_{5}\text{B}$  и фтор  $_{9}\text{F}$ . Двадцать изотопов имеет олово  $_{50}\text{Sn}$ , двадцать один — ксенон  $_{54}\text{Xe}$ , двадцать два — теллур  $_{52}\text{Te}$  и больше всех имеет свинец  $_{82}\text{Pb}$  — 24 изотопа.

Из 81 элемента, встречающегося в природе (с атомным номером меньше 84), двадцать один элемент имеет по одному стабильному изотопу, двадцать элементов — по два, семь элементов — по три. Остальные элементы имеют от 4 до 10 стабильных изотопов. По восемь стабильных изотопов имеют: теллур  $_{52}\text{Te}$  и гадолиний  $_{64}\text{Gd}$ , девять — ксенон  $_{54}\text{Xe}$  и десять — олово  $_{50}\text{Sn}$ .

Остановимся подробнее на изотопах водорода. В природе встречаются два стабильных изотопа водорода: протий  $_{1}\text{H}^1$  и дейтерий  $_{1}\text{H}^2$ , или  $D$ . Протия в веществах, содержащих водород (например, в воде), — 99,985%, а дейтерия — только 0,015%, т. е. на 6800 атомов протия приходится один атом дейтерия. Хотя по химическим свойствам дейтерий не отличается от протия, физические его свойства несколько отличны. Например, если протий кипит при  $20,39^\circ\text{K}$ , то дейтерий — при  $23,57^\circ\text{K}$ .

Соединение дейтерия с кислородом ( $D_2O$ ) называется тяжелой водой. По физическим свойствам она отличается от обычной воды. Например, при  $0^\circ\text{C}$  ее плотность  $1,11 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , замерзает она при  $+3,8^\circ\text{C}$ , кипит при  $101,42^\circ\text{C}$ . Семена растений в ней не прорастают, рыбы в ней гибнут, у растений и животных, если их поливать или поить тяжелой водой, наблюдается ухудшение состояния, приводящее иногда к гибели организма.

Третий изотоп водорода — тритий  ${}^3_1\text{H}$ , или Т, образуется в атмосфере под действием космических лучей и содержится в ней в ничтожных количествах. Его можно, однако, получать искусственно. Он радиоактивен и превращается в изотоп гелия  ${}^3_2\text{He}$ . Соединяясь с кислородом воздуха, он образует «сверхтяжелую воду» ( $\text{T}_2\text{O}$ ), которая выпадает на землю вместе с осадками.

У кислорода шесть изотопов, три из них устойчивы. Практически в природе встречается лишь изотоп  ${}^{16}_8\text{O}$  (его содержание составляет 99,76%). Встречаются также изотопы  ${}^{18}_8\text{O}$  (0,20%) и  ${}^{17}_8\text{O}$  (0,037%). Поэтому возможны девять видов воды: три «обычные» воды —  $\text{H}_2\text{O}^{16}$ ,  $\text{H}_2\text{O}^{17}$ ,  $\text{H}_2\text{O}^{18}$  и три тяжелые —  $\text{D}_2\text{O}^{16}$ ,  $\text{D}_2\text{O}^{18}$  и  $\text{D}_2\text{O}^{17}$ , а также три разновидности сверхтяжелой воды.

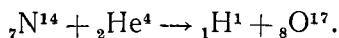
Тяжелую воду и дейтерий получают из естественной воды по-разному. Наиболее распространен способ многократного электролиза воды. Именно таким образом был впервые получен дейтерий в 1932 г. американскими химиками и физиками Г. Юри, Ф. Бринкведе и Дж. Мерфи.

## § 4.10. Ядерные реакции и атомная энергия

**1. Искусственные превращения элементов.** Как известно, в химии реакцией называют процесс образования одних химических веществ из других. Химические элементы были выделены как вещества, которые не изменяются в процессе химических реакций и которые могут лишь соединяться с другими. Осуществить химическую реакцию, в которой одни элементы превратились бы в другие, означало бы осуществить давнишнюю мечту о «трансмутации» (т. е. превращении) химических элементов.

Развитие ядерной физики показало, что, по крайней мере, отдельные атомные ядра можно превратить в атомные ядра других элементов.

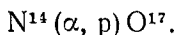
В 1919 г. Э. Резерфорд впервые осуществил превращение атомных ядер одного элемента в атомные ядра другого. Облучая азот быстрыми альфа-частицами и наблюдая их траектории с помощью камеры Вильсона, он заметил, что иногда полоска тумана, соответствующая частице (ее называют *трек*), раздваивается и становится похожей на двузубую вилку. Один «зуб» вилки — тонкий и длинный, а второй — толстый и короткий. Анализируя фотографии треков, Резерфорд пришел к выводу о том, что на снимках запечатлено превращение ядра атома азота в ядро атома другого элемента — кислорода. Фотографии двузубых треков были фотографиями ядерной реакции. По примеру записи химических реакций ее можно представить в следующем виде:



Тонкий и длинный трек в камере Вильсона был образован возникшим в результате этой реакции протоном, а толстый и короткий — ядром атома кислорода, нуклидом самого редкого его изотопа. При такой записи ядерных реакций сумма атомных номеров слева должна быть

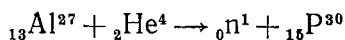
равна сумме атомных номеров справа ( $7+2=1+8$ ), равны должны быть и суммы массовых чисел слева и справа ( $14+4=1+17$ ).

Немецкие физики В. Боте и Р. Флейшман предложили сокращенную запись ядерных реакций, которой сейчас широко пользуются в научной литературе. Слева пишется символ ядра, которое подвергается облучению частицами или другими ядрами, правее в скобках записывается символ тех частиц или ядер атома, которыми производится облучение, и после запятой в тех же скобках записывается символ образовавшейся частицы или легкого атома. Справа от скобок записывается символ ядра образовавшегося атома. Поэтому ядерная реакция, осуществленная в 1919 г. Э. Резерфордом, может быть записана следующим образом:

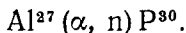


Такая запись очень удобна для классификации ядерных реакций, так как сразу видно, что ядерные реакции, у которых в скобках одни и те же символы, относятся к одному и тому же типу. Первым открытым типом ядерных реакций был, следовательно, тип  $(\alpha, \text{p})$ .

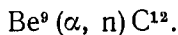
Следующий важный тип ядерных реакций был осуществлен в 1934 г. Ирэн и Фредериком Жолио-Кюри:



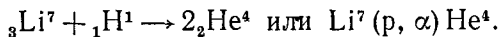
(символом  ${}_0\text{n}^1$  обозначен нейтрон). Коротко эту реакцию можно записать в виде



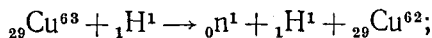
Это реакция типа  $(\alpha, \text{n})$ . Нейтрон был открыт Д. Чедвиком при анализе реакции этого же типа:



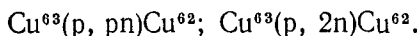
Первая ядерная реакция, осуществленная в 1932 г. английскими физиками Дж. Д. Кокрофтом и Э. Т. С. Уолтоном с помощью быстрых частиц, вылетающих не из радиоактивного вещества, а ускоренных до больших скоростей искусственным путем, относится к типу  $(\text{p}, \alpha)$ :



Иногда ядерные реакции протекают таким образом, что облучение одного и того же элемента одними и теми же частицами дает различные результаты. Например:

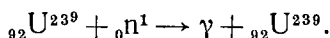


или



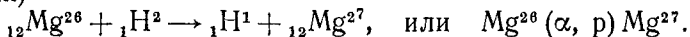
Три типа ядерных реакций вызываются облучением нейтронами:  $(\text{n}, \text{p})$ ,  $(\text{n}, \alpha)$  и  $(\text{n}, \gamma)$ . Символ  $(\text{n}, \gamma)$  означает, что при облучении нейтронами происходит ядерная реакция с испусканием гамма-лучей. Инте-

ресным примером реакции  $(n, \gamma)$  является реакция, с помощью которой был получен первый трансурановый элемент

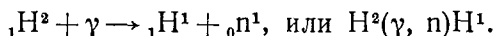


Радиоактивный изотоп  ${}_{92}\text{U}^{239}$  распадается, испуская гамма- и бета-лучи, и превращается в довольно устойчивый радиоактивный изотоп плутония  ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ , который может быть выделен из урана химическим путем. Он и был первым полученным трансурановым элементом.

Ядерные реакции могут быть осуществлены при бомбардировке ядер атомами дейтерия — дейтеронами (или, как их называют еще, дейтонами)



Это реакция превращения одного изотопа в другой. Иногда ядерные реакции происходят при облучении гамма-лучами (реакция типа  $(\gamma, n)$ , или фотоядерная реакция):



При этой реакции, как видно, происходит расщепление гамма-фотоном дейтерона на нейтрон и протон.

**2. Ускорители.** Для осуществления ядерных реакций, которые помогают изучать строение ядер атомов и искусственно получать изотопы химических элементов, необходимы источники частиц, имеющих высокую кинетическую энергию (электронов, протонов, дейтронов, нейтронов). Хотя ядерные реакции быстрыми электронами не вызываются, получение пучков электронов высоких энергий оказалось также полезным для изучения атомного ядра.

В начале развития ядерной физики для осуществления ядерных реакций в качестве источников частиц высоких энергий использовались естественные радиоактивные вещества. Особенно широко применялся изотоп  ${}_{84}\text{Po}^{210}$  как источник альфа-частиц. Однако полоний и другие естественные радиоактивные вещества не давали потоков достаточно большой энергии и достаточно большого числа частиц. Поэтому уже на заре развития ядерной физики встал вопрос о возможности создания таких потоков частиц искусственным путем.

Для того чтобы частица имела большую кинетическую энергию, она должна приобрести большую скорость. Следовательно, ей нужно сообщить ускорение, т. е. на нее в течение некоторого времени должна действовать сила. Такую силу можно легко вызвать в том случае, когда частица электрически заряжена (а заряженными частицами являются электрон, протон, дейтерон и вообще ионы атомов). Это можно осуществить, помещая частицу во внешнее постоянное или переменное электрическое поле.

Пусть между двумя плоскими электродами  $A$  и  $B$ , отстоящими друг от друга на расстоянии  $d$ , создано постоянное электрическое поле напряженностью  $E$ . Разность потенциалов между пластинами равна, следовательно,  $V=Ed$ . Если у отрицательно заряженного электрода в некоторый момент находится в покое отрицательно заряженная час-

тица с зарядом  $e$ , то под действием силы  $eE$  она будет двигаться по направлению к электроду  $B$  и, достигнув его, приобретет кинетическую энергию  $T=eEd=eV$ . Если разность потенциалов равна 1 вольту ( $v$ ), то частица приобретет кинетическую энергию в 1 электрон-вольт ( $эв$ ).

Нетрудно перевести 1  $эв$  в джоули ( $дж$ ). В системе СИ заряд электрона равен  $1,60 \cdot 10^{-19}$  *а.сек*, единицей напряжения является 1  $v$ ; следовательно,  $1 \text{ эв} = 1,60 \cdot 10^{-19}$  *дж*. Это очень небольшая кинетическая энергия, но поскольку масса электрона равна всего лишь  $9,1 \cdot 10^{-31}$  *кг*, электрон, пройдя между электродами, разность потенциалов которых составляет 1  $v$ , получит скорость 590 000 *м/сек*. Альфа-частица приобретет в тех же условиях энергию  $3,2 \cdot 10^{-19}$  *дж*, но поскольку ее масса примерно равна массе четырех протонов, каждый из которых в 1836 раз тяжелее электрона, то она получит скорость 97 *м/сек*.

На этом простом принципе основано действие электростатических ускорителей — приборов, в которых заряженные частицы ускоряются постоянным электростатическим полем. Это поле подается на электроды, расположенные в трубке, в которой создан сравнительно высокий вакуум (до  $10^{-6}$  *мм рт. ст.*). Если на электроды подано напряжение в 1 млн.  $v$ , то электрон, прошедший от одного электрода до другого, приобретает энергию в  $10^6$   $эв$ , или, если использовать сокращенные обозначения, 1 *Мэв*. Вся сложность осуществления ускорения таким путем состояла в создании высоких напряжений в 1 *Мв* и более. Эта проблема была решена в 1931 г. американским физиком Робертом Джемиссоном ван-де-Граафом, который создал ленточный электростатический генератор для получения очень высоких напряжений. Этот генератор в честь автора называют генератором ван-де-Граафа.

Позднее были построены более сложные ускорители, которые представляли собой комбинацию ряда ускорительных трубок, так называемые линейные ускорители.

В линейном ускорителе, схематически изображенном на рис. 4.38, роль ускоряющих электродов выполняют расположенные на одной оси металлические цилиндры, помещенные в длинной трубе, из которой выкачан воздух. Разность потенциалов создается между парой соседних цилиндров. Предположим, что в некоторый момент частица находится у правого края цилиндра 1. На цилиндр 2, расположенный справа от цилиндра 1, подано такое напряжение, что частица под действием созданного поля движется с ускорением к цилиндру 2. В тот момент, когда она входит в цилиндр 2, электрическое поле выключается, и частица продолжает двигаться по инерции. Когда она оказывается у выхода из цилиндра 2, на цилиндр 3 подается такое напряжение, которое заставляет двигаться частицу с ускорением по направлению к цилиндру 3, и так далее. Ускоритель такого типа был разработан в 1931 г. американскими физиками Эдвином М. Макмилланом и Д. Г. Слоуном.

В настоящее время существует много различных конструкций линейных ускорителей. Все они, как правило, имеют ряд преимуществ: не нужен дорогостоящий магнит, необходимый для иных типов ускорителей; с помощью таких ускорителей можно получать узкие пучки



ускоренных электронов большой интенсивности (т. е. с большим количеством частиц на единицу площади сечения пучка). Сейчас работают крупные линейные ускорители: в г. Стэнфорде (США) — на 800 Мэв в г. Орсеэ, под Парижем, — на 1000 Мэв, в Харькове — на 90 Мэв.

Значительно более широкое применение получили так называемые круговые (или циклические) ускорители. Основным отличием их от линейных ускорителей является криволинейность траектории ускоряемых частиц. Чаще всего частицы движутся по окружностям.

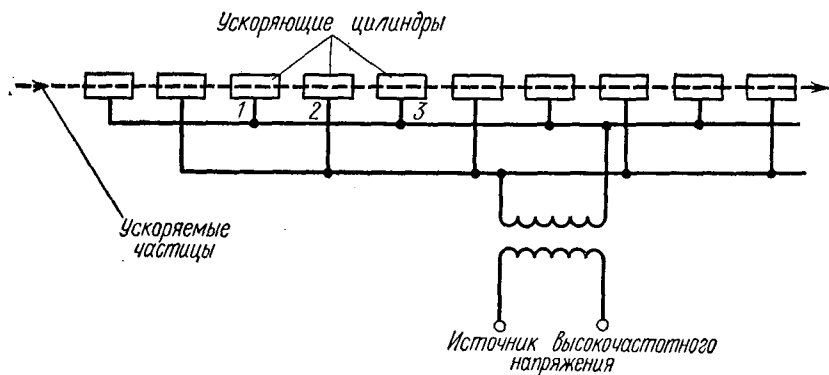


Рис. 4.38

Для того чтобы заряженная частица двигалась не прямолинейно, а по окружности, на нее должно действовать не электрическое, а постоянное магнитное поле.

Представим себе, что в пространство между северным и южным полюсами постоянного магнита перпендикулярно к магнитным силовым линиям, направленным (для определенности) сверху вниз, влетает заряженная частица. Движение заряженной частицы эквивалентно электрическому току. Значит, согласно правилу левой руки на частицу будет действовать сила, перпендикулярная к направлению движения частицы. Можно строго показать, что под действием постоянного поля частица, влетевшая в пространство между полюсами перпендикулярно к магнитным силовым линиям, будет двигаться по окружности, плоскость которой перпендикулярна магнитным силовым линиям. Радиус этой окружности будет тем больше, чем слабее магнитное поле (чем меньше его напряженность) и чем больше скорость частицы. Эти особенности движения заряженных частиц и были использованы в 1928 г. американским физиком Э. О. Лоуренсом при разработке кругового ускорителя частиц — циклотрона. Первый циклотрон был построен три года спустя американским же физиком М. С. Ливингстоном.

Основной частью циклотрона являются два электрода необычной формы, называемые *дуантами*. Представим себе металлическую коробку, имеющую форму прямого кругового цилиндра, у которого высота много меньше диаметра. Разрежем эту коробку по какому-нибудь диаметру (см. рис. 4.39, а). Получившиеся две части и будут

дуантами. Их располагают между полюсами сильного электромагнита, создающего постоянное магнитное поле. Дуанты немного раздвинуты перпендикулярно к плоскости разреза цилиндра, как показано на рис. 4.38, б, где пунктиром изображена траектория ускоряемой частицы. В середине зазора помещается источник ионов — ионизованных атомов водорода (протия или дейтерия). Таким источником может быть, например, газовый разряд в водороде. Дуанты помещаются в кожух, из которого выкачан воздух. Поэтому ионы, вылетевшие из источника с некоторой скоростью, беспрепятственно достигают дуанта. Между дуантами создается разность потенциалов, так что ион, находящийся в зазоре между дуантами, будет ускоряться (как и в электростатическом ускорителе).

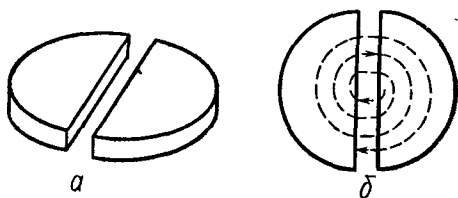


Рис. 4.39

Поскольку внутри металлического дуанта напряженность электрического поля практически равна нулю, заряженный ион будет двигаться по окружности. Когда ион, совершив оборота, подлетает к зазору, разность потенциалов между дуантами меняет знак так, чтобы ион, подлетевший к зазору в обратном направлении, мог еще раз ускориться, пролетая зазор. Ускорившись, ион совершает еще оборота, но теперь уже в другом дуанте. И снова, когда он подлетает к зазору, происходит изменение знака разности потенциалов и т. д. Поскольку скорость частицы после каждого прохождения зазора увеличивается, а напряженность магнитного поля остается постоянной, радиус круговой траектории иона увеличивается. Период его обращения в дуанте остается при этом постоянным. Это позволило путем подбора периодичности переключения знака разности потенциалов между дуантами ускорять частицы до больших скоростей.

В настоящее время в различных странах работает более пятидесяти крупных циклотронов. Один из крупнейших циклотронов работает в Москве в Институте атомной энергии имени И. В. Курчатова. С его помощью можно ускорять дейтероны до энергий в 20 Мэв.

Существенным недостатком циклотрона является изменение периода движения ионов в дуантах с изменением скорости. Поэтому для дальнейшего ускорения ионов приходится менять частоту, с которой изменяется знак разности потенциалов между дуантами. Технически оказалось возможным изменять частоту с помощью метода так называемой автофазировки, разработанного в 1944 г. независимо друг от друга советским физиком В. И. Векслером и американским физиком Э. О. Макмилланом. Использование этого метода позволило построить большие ускорители ионов (протонов) — синхрофазотроны. В настоящее время крупнейшим действующим синхрофазотроном в мире является ускоритель Института физики высоких энергий АН СССР, построенный под Москвой, близ г. Серпухова. Он был рассчитан на ускорение протонов до 70 000 Мэв (или 70 Гэв, если обозначить.

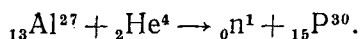
$10^9 \text{ эв} = 1 \text{ гигаэв}$ , сокращенно  $1 \text{ Гэв}$ ). Фактически в нем уже осуществляется ускорение до  $76 \text{ Гэв}$ . Крупнейшими ускорителями также являются ускоритель Европейского центра ядерных исследований СЕРН в Женеве (Швейцария), ускоряющий протоны до  $28 \text{ Гэв}$ , и синхрофазотрон Объединенного института ядерных исследований в г. Дубне (под Москвой), ускоряющий частицы до  $10 \text{ Гэв}$ .

Для ускорения электронов до больших энергий применяются ускорители другой конструкции, основанные на использовании явления электромагнитной индукции — бетатроны. Идея ее использования была выдвинута в 1922 г. швейцарским физиком Р. Видероз и американским физиком Дж. Слеляном. Но впервые бетатрон был построен в 1940 г. американским физиком Д. У. Керстом. С помощью бетатронов можно ускорить электроны до  $300 \text{ Мэв}$ .

**3. Искусственные радиоактивные изотопы.** После открытия Чедвиком нейтрона Ирэн и Фредерик Жолио-Кюри занялись в 1933—1934 гг. исследованием ядерных реакций, возникающих при облучении тонкой алюминиевой фольги альфа-частицами. Они обнаружили, что облучаемая фольга испускает нейтроны, протоны и, кроме того, положительные электроны — позитроны, которые были открыты за два года до этого.

В опытах Ирэн и Фредерика Жолио-Кюри излучение нейтронов и протонов алюминиевой фольгой прекращалось сразу же после прекращения бомбардировки ее альфа-частицами, а позитроны излучались фольгой и после прекращения облучения. Тогда французские физики предположили, что позитроны рождаются в результате радиоактивного распада какого-то радиоактивного элемента, возникающего в алюминиевой фольге в результате ее облучения альфа-частицами.

Подробные исследования с помощью камеры Вильсона и химический анализ образовавшихся элементов показали, что при облучении алюминиевой фольги происходит следующая ядерная реакция:



Но изотоп фосфора с массовым числом 30 в природе не встречается. Следовательно, в данном опыте он был получен искусственно, в результате ядерной реакции. Этот искусственный изотоп фосфора оказался радиоактивным; он испускал позитроны (которые символически принято обозначать  $\beta^+$ ) и превращался в изотоп кремния с массовым числом 30. Этот изотоп встречается в природе, хотя и в небольшом количестве (он составляет  $3,1\%$  от всего количества естественного кремния). Точно так же, облучая бор, они получили изотоп  ${}_{7}\text{N}^{13}$ , который, испуская позитрон, превращается в изотоп  ${}_{6}\text{C}^{13}$ ; а облучая магний, получили  ${}_{14}\text{Si}^{27}$ , превращающийся в единственный стабильный изотоп алюминия  ${}_{13}\text{Al}^{27}$ .

В настоящее время получено около тысячи искусственных радиоактивных изотопов. Многие из них нашли важное применение. Получают их сейчас в основном при делении тяжелых ядер в ядерных реакторах (см. далее) или путем облучения устойчивых ядер.

Важнейшим применением искусственных радиоактивных изотопов (или, как иногда их называют, радионуклидов) является метод «меченых атомов». Во многих проблемах, например в проблемах биологии, медицины, химии, географии и техники, иногда нужно проследить за перемещением какого-либо вещества. Это можно сделать просто, если добавить к нему вещество точно такого же химического состава, но в молекулы которого входят радиоактивные нуклиды (ядра радиоактивных изотопов) одного из химических элементов, из которых состоит это вещество. О присутствии молекул с радиоактивными нуклидами можно узнать по испускаемому им излучению. Так, с помощью «меченых атомов» были выяснены многие детали обмена веществ в живых организмах.

Стоимость получения многих искусственных радионуклидов гораздо меньше, чем естественных. Это позволяет использовать их вместо естественных радиоактивных веществ для стерилизации продуктов, а также и в медицине для лечебных целей. Гамма-излучение радионуклида  $^{60}_{27}\text{Co}$  убивает микроорганизмы и живые клетки. После облучения гамма-лучами этого изотопа срок хранения овощей увеличивается на несколько месяцев. Мясные продукты после облучения могут долго храниться без замораживания.

Радиоактивное излучение изотопа  $^{60}_{27}\text{Co}$  успешно лечит рак крови человека. Иногда раковые опухоли человека и животных полностью разрушаются под действием излучения радионуклида. Течение некоторых заболеваний щитовидной железы приостанавливается, если в организм вводится вместе с обычным йодом его изотоп  $^{131}_{53}\text{I}$ , который, попадая в щитовидную железу, своим излучением оказывает целебное действие.

В технике с помощью гамма-излучения кобальта измеряется толщина металлических изделий и проверяется их качество. С помощью облучения нейтронами металлических изделий, в ходе которого в них образуется радионуклид  $^{59}_{28}\text{Fe}$ , можно определить скорость износа различных трущихся металлических частей. С этой целью измеряется радиоактивность смазочного масла, в которое попадают частицы, оторвавшиеся от поверхности трущихся деталей. Измеряя рассеяние пучка нейтронов (источником которых являются некоторые искусственные радионуклиды) или поглощение гамма-лучей, испускаемых  $^{60}_{27}\text{Co}$ , можно измерить влажность бетона или почвы, что бывает важно в ходе строительства сооружений.

Радионуклиды нашли также широкое применение в химической промышленности, в химии, в геологии, археологии и других науках.

**4. Сохранение массы и энергии при ядерных реакциях.** Уже ранние исследования радиоактивности показали, что радиоактивные вещества представляют собой богатый источник энергии. Частицы высокой энергии, излучаемые ими, электромагнитное излучение (гамма-лучи), нагрев радиоактивных тел — все это свидетельствовало о возникновении энергии в процессе радиоактивного распада. На первый взгляд этот процесс представлялся противоречащим закону сохранения и превращения энергии: энергия возникала как бы из ничего.

Дальнейшее изучение процесса распада ядер атомов и ядерных реакций показало, что закон сохранения энергии имеет место и для ядерных превращений, только сохраняется при этом не энергия сама по себе, а ее сумма с величиной, пропорциональной массе частиц, участвующих в реакции: изменению энергии необходимо сопутствует изменение массы.

Методы ядерной физики позволяют измерять отношение масс ядер и частиц с очень большой точностью, до одной десятиллионной. Если принять за атомную единицу массы (АЕМ) величину  $1,65976 \times 10^{-24}$  г, масса нейтрона оказывается равной 1,008985, масса протона — 1,007596, масса дейтерона — 2,014191, альфа-частицы — 4,003328 этих единиц. Если сложить массы протона и нейтрона, из которых состоит дейтерон, то получится величина 2,016581 — на 0,002390 АЕМ больше, чем фактическая масса дейтерона. Для того чтобы расщепить дейтерон на протон и нейтрон (а это можно сделать, облучая дейтроны гамма-лучами), нужно увеличить массу протона и нейтрона на 0,002390 АЕМ.

Откуда можно взять эту добавочную массу? Она берется за счет энергии гамма-фотона. Оказывается, что при реакции фоторасщепления дейтерона после реакции гамма-лучи становятся менее жесткими, чем до нее; энергия гамма-фотона после реакции уменьшается на 2,226 Мэв. Эта энергия и идет на увеличение массы дейтерона.

Если сравнить убыль энергии гамма-фотона и увеличение массы системы протон — нейтрон, то окажется, что изменение массы на 1 АЕМ соответствует изменению энергии на 931,15 Мэв, или 1 Мэв соответствует 0,00107394 АЕМ. Переведем электрон-вольты в джоули, а АЕМ — в килограммы, тогда окажется, что изменению энергии в ядерных реакциях  $\Delta E$  (уменьшению энергии гамма-фотона) соответствует некоторое изменение массы. Если  $\Delta E$  выразить в джоулях, а  $\Delta m$  в килограммах, то коэффициент пропорциональности, который имеет размерность квадрата скорости, равен  $9 \cdot 10^{16}$  м<sup>2</sup>/сек<sup>2</sup>. Его величина равна квадрату скорости света, выраженной в м/сек.

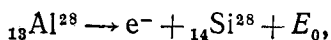
Поэтому можно говорить об эквивалентности изменений массы и энергии при ядерных реакциях и считать, что

$$\Delta E = c^2 \Delta m.$$

Это равенство называется принципом эквивалентности массы и энергии. Оно было получено теоретически выдающимся немецким физиком Альбертом Эйнштейном и лишь позднее проверено на большом количестве ядерных реакций.

В ядерных реакциях сохраняется не масса, не энергия, а сумма энергии ядер и частиц плюс их суммарная масса, умноженная на квадрат скорости света.

Принцип эквивалентности можно использовать, например, для определения масс ядер. Проиллюстрируем это на распаде радиоизотопа  $_{13}^{28}\text{Al}$ . Распад происходит следующим образом:



где  $e^-$  — электрон,  $E_0$  — энергия, появившаяся в результате распада. Измерения показывают, что при распаде выделяется энергия 4,65 Мэв. Масса ядра  ${}_{14}\text{Si}^{28}$  хорошо известна. Она равна 27,98577 АЕМ. Масса электрона составляет лишь  $5 \cdot 10^{-5}$  АЕМ, поэтому ею можно пренебречь. Если перевести 4,65 Мэв в АЕМ, то мы получим 0,00499 АЕМ. Следовательно, масса  ${}_{13}\text{Al}^{28}$  равна  $27,98577 + 0,00499 = 27,99076$  АЕМ.

**5. Деление ядер урана.** Вскоре после открытия искусственной радиоактивности итальянский физик Энрико Ферми начал проводить эксперименты по облучению нейтронами различных химических элементов, в том числе и тяжелых. При этом Ферми надеялся получить новые элементы с большим атомным номером, чем у урана (трансуранные элементы). В результате этих опытов было получено много новых радиоизотопов. Сотрудники Ферми считали, что радиоактивные вещества, полученные при облучении нейтронами урана, и есть трансуранные элементы. Лишь один химик из этой группы Ида Ноддак возражала против этого и считала, что эти вещества являются результатом разделения ядер урана на две примерно равные части.

Среди радиоизотопов, полученных в группе Ферми, было вещество, похожее по своим физическим свойствам на изотоп актиния. Исследованием этого вещества усиленно занялись в Париже Ирэн Жолио-Кюри и югославский физик П. Савич. В 1938 г. им удалось показать, что по своим химическим свойствам он похож не на актиний, а на лантан. Атомный номер лантана 57 был скорее близок к половине атомного номера урана 92. Мнение Иды Ноддак в свете этого факта стало выглядеть более обоснованным.

И вот в декабре 1938 г., опираясь на работу И. Кюри и П. Савича, немецкие химики Отто Хан и Ф. Штрассман установили, что под влиянием облучения нейтронами в уране образуется вещество, которое по своим химическим свойствам не может быть ни чем иным как одним из изотопов бария. Вскоре немецкие физики Лизе Мейтнер и О. Р. Фриш объяснили появление бария в уране как результат деления ядра урана на две примерно равные по массе и атомному номеру доли. Датский физик Нильс Бор показал далее, что при этом делятся нуклиды  ${}_{92}\text{U}^{235}$ , а нуклиды  ${}_{92}\text{U}^{233}$ , хотя и поглощают нейтроны, не делятся.

Дальнейшие исследования физиков в различных странах (Г. Н. Флерова и Л. И. Русинова в СССР, Ф. Жолио-Кюри, Г. Хальбана и Л. Коварского во Франции, Э. Ферми и Л. Силарда в США) показали, что при делении каждого ядра атома  ${}_{92}\text{U}^{235}$  из него вылетают 2—3 нейтрона, каждый из которых может заставить делиться еще одно ядро изотопа урана.

Так была научно обоснована возможность создания цепной размножающейся реакции деления ядер урана, при которой каждое разделившееся ядро выделяло бы большое количество энергии в виде кинетической энергии «осколков» ядра урана. Это открытие заложило научные основы технического осуществления цепной реакции деления ядер.

**6. Цепная реакция деления ядер урана. Выделение энергии при делении ядер.** Все процессы, при которых происходит изменение ядра

атома, можно разделить на две группы: а) радиоактивный распад; б) ядерные реакции. Главное, что отличает первую группу от второй — это самопроизвольность, случайность распада отдельных ядер. Когда мы изучаем распад отдельных атомов радиоактивного вещества, скажем, с помощью счетчика Гейгера — Мюллера, мы можем регистрировать распады отдельных ядер атомов. Однако при этом мы не можем установить закономерность, связывающую моменты времени, в которые происходят отдельные акты распада. Зарегистрировав акт распада, мы не можем предсказать, когда произойдет следующий распад, и не знаем, под влиянием каких причин произошел распад конкретного отдельного атома.

В случае ядерной реакции причина ее хорошо известна. Ею может быть попадание в ядро атома какой-нибудь быстрой альфа-частицы, протона, дейтерона или нейтрона, а также гамма-фотона. Для начала ядерной реакции необходимо, чтобы было какое-то начальное воздействие на ядро. В этом отношении ядерные реакции похожи на химические. Но существуют химические реакции, которые, начавшись под влиянием некоторого воздействия, продолжают сами, причем с течением времени в реакции принимает участие все большее и большее количество молекул, например, реакции горения и взрыва.

Если мы смешаем водород и кислород и пропустим сквозь их смесь слабый электрический разряд, смесь взорвется. При взрыве молекулы водорода и кислорода, находившиеся около искры, соединяются в молекулы воды, а также выделяется энергия, которая побуждает прореагировать и другие молекулы. Химическая реакция идет лавинообразно, как бы по цепочке, передавая энергию, необходимую для вступления в реакцию все новых и новых молекул газов. Потому-то такие реакции получили название *цепных*. Теория этих реакций была создана в 30-х годах советским химиком акад. Н. Н. Семеновым.

Поскольку во многих ядерных реакциях выделяется большое количество энергии, внимание ученых еще до открытия деления урана было направлено на поиски путей осуществления какой-нибудь цепной реакции, в ходе которой выделялось бы значительное количество энергии. Можно было ожидать, что возможно осуществление реакции типа взрыва, в ходе которой за короткий срок выделяется огромное количество энергии. Но цепные реакции в химии протекают не только в форме взрыва. Они протекают и в виде горения, а горением можно управлять, уменьшая или увеличивая скорость реакции. Поэтому физики искали не только возможность осуществления взрыва, но и осуществления управляемой цепной ядерной реакции («горения» ядер атомов). В 30-х годах делались различные предположения о возможных путях осуществления такой реакции, но все они были далеки от осуществления.

Положение существенно изменилось после открытия деления ядер урана  ${}_{92}\text{U}^{235}$ . Правда, оно еще не означало открытия самоподдерживающейся реакции, так как, хотя при делении каждого ядра  ${}_{92}\text{U}^{235}$  из него вылетают 2—3 нейтрона, эти нейтроны, как правило, попадают в ядра  ${}_{92}\text{U}^{238}$  (в природном уране на каждый атом  ${}_{92}\text{U}^{235}$  приходится 138 ядер

${}_{92}\text{U}^{238}$ ). При попадании же в ядро  ${}_{92}\text{U}^{238}$  нейтрон поглощается и не вызывает деления. Вот если бы можно было выделить из природного урана изотоп с атомным весом 235, тогда можно было бы рассчитывать на то, что при облучении его нейтронами в нем начнется цепная, самоподдерживающаяся реакция.

Такую возможность осуществления цепной реакции высказали в марте 1939 г. Э. Ферми и американский физик Дж. Б. Пеграм.

В 1939—1940 гг. советские физики Ю. Б. Харитон и Я. В. Зельдович теоретически показали, что даже относительно небольшого обогащения природного урана изотопом  ${}_{92}\text{U}^{235}$  достаточно для осуществления цепной реакции.

В начале 1940 г. советские физики Г. Н. Флеров, ныне академик, и К. А. Петржак обнаружили, что ядра урана могут самопроизвольно делиться, испуская 2—3 нейтрона. Это открывало возможность осуществления самопроизвольной самоподдерживающейся ядерной реакции деления ядер  ${}_{92}\text{U}^{235}$  без облучения их нейтронами извне. Нейтроны, которые начинают реакцию, могут возникнуть внутри вещества в результате самопроизвольного деления. Из этого следовало, что кусок чистого металлического урана  ${}_{92}\text{U}^{235}$  будет взрываться. Расчеты показали, что вовсе не любое количество урана обязательно взорвется. Для того чтобы началась цепная ядерная реакция нужно, чтобы масса вещества была больше некоторого значения, называемого *критическим*. Для  ${}_{92}\text{U}^{235}$  критическая масса — около 1 кг. Это означает, что в куске чистого урана, содержащего один чистый изотоп  ${}_{92}\text{U}^{235}$ , масса которого меньше 1 кг, цепная реакция не начнется.

Но как осуществить цепную ядерную реакцию? Скорость ее зависит от количества нейтронов, выделяющихся при поглощении ядром  ${}_{92}\text{U}^{235}$  одного нейтрона. Хотя ядра выделяют по 2—3 нейтрона каждое, часть из них не участвует в поддержании цепной реакции. Чтобы снизить скорость реакции, нужно создать такие условия реакции, при которых уменьшится число нейтронов, поддерживающих ядерную реакцию. Это можно, например, сделать, уменьшив скорость нейтронов так, чтобы они не могли вызывать деление ядер. Дело в том, что если энергия нейтрона ниже некоторого значения, то он не может вызвать деление ядра  ${}_{92}\text{U}^{235}$ . С этой целью применяют так называемые замедлители — обычную и тяжелую воду, гелий, бериллий, графит и другие вещества.

Начиная с 1940 г., когда в США были собраны крупные специалисты из различных стран по теоретической, атомной и ядерной физике, химии радиоактивных веществ, в обстановке крайней секретности были развернуты работы по осуществлению цепной реакции деления урана. Сначала была решена проблема разделения изотопов  ${}_{92}\text{U}^{238}$  и  ${}_{92}\text{U}^{235}$ , в результате чего получен в чистом виде в достаточно большом количестве изотоп  ${}_{92}\text{U}^{235}$ . Затем была решена техническая проблема замедления нейтронов. В 1942 г. группе физиков под руководством Ферми в Чикаго (США) удалось осуществить управляемую цепную реакцию деления ядер урана. Для этой цели ими был построен первый атомный «котел», или, как сейчас говорят, ядерный реактор.



После осуществления управляемой реакции США сосредоточили усилия на создании системы, в которой в любой выбранный момент могла бы произойти цепная реакция деления ядер типа взрыва. Эта система получила название «атомной бомбы». В ее создании, а особенно использовании, не было никакой необходимости, так как к моменту создания первого опытного образца атомной бомбы (июль 1945 г.) фашистская Германия была разгромлена, а империалистическая Япония находилась в безвыходном военном положении, на грани капитуляции. Но все-таки 16 июля 1945 г. атомная бомба была испытана, а 6 и 9 августа 1945 г. были сброшены две атомные бомбы на японские города Хиросима и Нагасаки. От взрыва бомб пострадали сотни тысяч жителей этих городов.

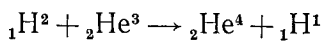
В Советском Союзе, несмотря на огромные трудности, вызванные войной с фашистской Германией и ее союзниками, тоже велись работы по осуществлению цепной ядерной реакции. Огромная работа большого коллектива советских ученых и инженеров увенчалась успехом. 20 декабря 1946 г. в Москве группа ученых и инженеров под руководством выдающегося советского физика Игоря Васильевича Курчатова осуществила управляемую ядерную реакцию деления ядер урана. Это позволило Советскому правительству 6 ноября 1947 г. официально заявить, что секрета атомной энергии не существует. Осенью 1949 г. в СССР было произведено первое испытание атомной бомбы. Таким образом, Советские вооруженные силы получили в свои руки мощное современное оружие, которое позволило еще более повысить обороноспособность нашей Родины.

После войны в СССР развернулись работы по использованию энергии деления атомных ядер (атомной энергии) в мирных целях. В результате 27 июня 1954 г. в СССР под Москвой, в г. Обнинске, была введена в эксплуатацию первая в мире атомная электростанция мощностью 5 Мвт. Эта станция вырабатывает электрический ток за счет использования тепла, выделяемого в ядерном реакторе. В 1956 г. был спущен со стапелей атомный ледоход «Ленин», источником энергии для моторов которого служат установленные на нем два ядерных реактора. В настоящее время в СССР работают еще две атомные электростанции: Белоярская на Урале и Ново-Воронежская в Воронежской области. Советские инженеры разработали конструкции передвижной атомной электростанции небольшой мощности, которая может быть доставлена в труднодоступные районы, где необходима электроэнергия.

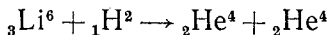
Ядерные реакторы не только вырабатывают энергию. В ходе происходящих в них реакций деления ядер образуется много различных радиоактивных изотопов, находящихся широкое применение в различных отраслях науки, техники и народного хозяйства.

**7. Понятие о термоядерной реакции.** Как мы уже говорили, сумма масс двух протонов больше массы дейтерона. Это означает, что для расщепления дейтерона на протон и нейтрон нужно затратить некоторое количество энергии. Следовательно, при обратной реакции: образовании ядра дейтерона из протона и нейтрона путем их, так

сказать, слияния должно выделиться 2,226 Мэв. Сравнение масс ядер, которые могут в результате ядерной реакции образовать путем слияния новые ядра, показывает, что энергия должна выделиться не только при слиянии протона и нейтрона. Так, в ходе реакции



должно выделиться 18,35 Мэв — примерно в 8 раз больше, чем при образовании дейтерона, а при реакции



еще бóльшая энергия — 22,37 Мэв. Следовательно, ядерная реакция легких ядер также может быть источником энергии. При делении тяжелых ядер (например, урана, тория, плутония) выделяется значительно большая энергия — около 200 Мэв на одно разделившееся ядро. Однако такие легкие элементы, как водород, гелий, литий, гораздо более распространены на Земле. Поэтому их получение в чистом виде и разделение на изотопы гораздо дешевле, чем для тяжелых элементов. Отсюда понятен интерес к практическому осуществлению реакций слияния ядер легких элементов.

Трудность осуществления этих реакций состоит в том, что слияние ядер происходит лишь в том случае, когда они сталкиваются, двигаясь с достаточно большой относительной скоростью. Иначе говоря, для осуществления реакции слияния ядрам нужно сообщить достаточно большую кинетическую энергию, например, путем сильного разогрева вещества. Отсюда название подобных реакций — *термоядерные*.

В 1938 г. немецкий физик Г. Бете предположил, что термоядерные реакции совершаются в недрах Солнца и звезд и являются источником их энергии. Но оставалась неясной возможность их осуществления в земных условиях. Широкие исследования физиков и инженеров привели к тому, что в 1953 г. в СССР и США были осуществлены термоядерные реакции слияния типа взрыва. При этих реакциях выделялось гораздо больше энергии, чем при взрыве атомной бомбы. Для нагрева вещества была использована тепловая энергия, выделяемая при взрыве атомной бомбы. Устройство, позволяющее в определенный момент осуществлять неуправляемую термоядерную реакцию типа взрыва, получило название термоядерной бомбы.

С начала 50-х годов в СССР, США, Великобритании и других странах ведутся работы по изучению возможностей осуществления управляемой термоядерной реакции с использованием мощного электрического разряда в газе при наличии магнитного поля для предварительного «разогрева». Практическое решение этой сложной задачи крайне желательно, так как оно обеспечило бы человечество действительно неисчерпаемым источником энергии.

#### § 4.11. Понятие об элементарных частицах и их свойствах

Под элементарной частицей в настоящее время понимаются мельчайшие физические тела, на которые можно расщепить атом, атомное ядро химических элементов или частицы, которые образуются при

столкновении частиц, имеющих очень большую кинетическую энергию, с ядрами или с другими частицами. Некоторые из них с течением времени остаются самими собой и не превращаются в другие частицы. Эти частицы называются *стабильными*. К ним относятся *электрон*, *протон* и *нейтрино*. Все остальные частицы *нестабильные*. Их известно в настоящее время более 30, и число их увеличивается с каждым годом. Кроме трех стабильных частиц существуют три античастицы, им соответствующие: *антипротон*, *позитрон* и *антинейтрино*. Частицы при встрече с соответствующими им античастицами образуют фотоны или другие частицы (*мезоны*). Фотоны различных энергий (соответствующие радиоволнам, инфракрасным лучам, видимому свету, ультрафиолетовым, рентгеновским лучам и гамма-лучам) тоже относятся к элементарным частицам. Процесс образования фотона из античастиц носит название процесса аннигиляции или уничтожения частиц.

Электрон как отдельная электрически заряженная частица был открыт в 1869 г. немецким физиком Иоганном Вилье Гитторфом. До Гитторфа физики, анализируя законы электролиза, пришли к выводу о существовании наименьшей порции электричества, которая может передаваться от атома к атому. Но это еще не было открытием физического тела, имеющего наименьший возможный отрицательный электрический заряд. Электрон был открыт тогда, когда Гитторф пришел к выводу о том, что катодные лучи, возникающие при прохождении электрического тока через вакуум, представляют собой поток отдельных частиц, отрицательно заряженных. Название «электрон» было предложено 12 лет спустя в 1881 г. английским физиком Дж. Дж. Стони.

По последним данным, масса покоящегося электрона равна  $9,11 \cdot 10^{-31}$  кг, а его заряд равен  $-1,60 \cdot 10^{-19}$  а.сек.

Протон как отдельная частица был открыт в 1920 г. Э. Резерфордом. Правда, еще в 1914 г. Э. Марсден наблюдал поток частиц, возникающий при облучении парафина альфа-лучами, но не смог установить, что это за частицы. Теперь мы знаем, что ими являются протоны. По современным данным масса протона составляет  $1,672 \cdot 10^{-27}$  кг (1,007596 АЕМ, или 938,2 Мэв). Его электрический заряд в точности равен заряду электрона, но имеет противоположный знак.

Существование нейтрино — частицы очень малой массы, не имеющей электрического заряда, — было предположено швейцарским физиком В. Паули в 1930 г. для объяснения отступлений от закона сохранения энергии при бета-распаде (распаде радиоактивных элементов, при котором испускаются электроны). Название нейтрино, что по-итальянски значит «маленький нейтрон», было дано этой предполагаемой частице Э. Ферми. Экспериментально поток нейтрино впервые был косвенно зарегистрирован в 1955 г. американскими физиками Ф. Рейнсом и К. Л. Кауэном. Позднее для объяснения некоторых явлений пришлось допустить существование еще двух сортов нейтрино (если эта частица вообще обладает какой-либо массой, то последняя очень мала).

Позитрон (или антиэлектрон) имеет ту же массу, что и электрон,

но заряжен электрически положительно. Позитрон существует, пока при своем движении он не сталкивается с электронами или другими частицами. Он был обнаружен в 1932 г. американским физиком Карлом Дэвидом Андерсоном при исследовании ядерных реакций, вызванных космическими лучами. Превращение электрона и позитрона в два фотона при их встрече впервые наблюдали Ирэн и Фредерик Жолио-Кюри в 1933 г. с помощью камеры Вильсона.

Если при встрече электрона и позитрона их относительная скорость достаточно мала, то на некоторое время они могут образовывать атом, в котором роль ядра играет позитрон. Этот атом неустойчив и со временем превращается в два фотона и получил название *позитрония*.

Антипротон был открыт в 1955 г. американскими физиками О. Чемберленом, Э. Серге, К. Виганом и Т. Ипсилантисом. Он имеет массу, равную массе протона, но заряжен отрицательно. Заряд его равен заряду электрона. Антипротон был получен в результате столкновения быстрых протонов с атомами меди.

Из нестабильных частиц наиболее важным является нейтрон. Масса нейтрона составляет 1,008985 АЕМ. Нейтрон в 1836,65 раза тяжелее электрона. Нейтрон неустойчив; он распадается на протон, электрон и антинейтрино. Распад нейтрона впервые наблюдался английскими физиками Дж. Чедвиком и М. Голдхабером в 1935 г.

К числу нестабильных частиц относятся также мезоны. В 1935 г. японский физик Х. Юкава предположил, что существует частица, масса которой больше массы электрона, но меньше массы протона. Он предложил для нее название — *мезон*. В 1947 г. английский физик С. Ф. Пауэлл с группой сотрудников, изучая воздействие космических лучей на вещество эмульсии фотопластинки, обнаружил существование двух типов мезонов. Они были названы двумя буквами греческого алфавита: *пи-мезоны* и *мю-мезоны*. Пи-мезоны (или сокращенно *пионы*) примерно в 270—280 раз тяжелее электронов, а мю-мезоны (*мюоны*) в 210 раз тяжелее электронов. Позднее были открыты *K-мезоны* (*ка-мезоны*), примерно в 1000 раз тяжелее, чем электроны, и в два раза легче, чем протоны. Кроме того, были открыты частицы тяжелее, чем протоны (в 1,2—1,4 раза). Они получили название *гиперонов*.

До постройки крупных ускорителей заряженных частиц основным источником сведений об элементарных частицах были космические лучи и вызываемые ими ядерные реакции. Но и до сих пор самые мощные ускорители не могут ускорить частицы до таких энергий, с которыми приходят частицы космического излучения. Потому и сейчас, изучая космические лучи и их действие на вещество, можно узнать много о свойствах атомных ядер и элементарных частиц.

*Космические лучи* представляют собой поток частиц, приходящих на Землю из космического пространства. Эти частицы обладают большой кинетической энергией (до  $10^{16}$  эв, что в миллион раз больше энергии частиц, ускоряемых на самых мощных ускорителях). При столкновении таких частиц с ядрами атомов образуется много других частиц высокой энергии, изучение которых позволяет расширить наши знания о свойствах элементарных частиц и об их взаимопревращениях.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Раздел 1. Механика</b> . . . . .	<b>3</b>
Глава 1. Кинематика (описание видов движения)	
§ 1.1. Равномерное движение . . . . .	3
§ 1.2. Равнопеременное движение . . . . .	10
§ 1.3. Криволинейное движение . . . . .	18
Глава 2. Динамика (законы Ньютона и их применение)	
§ 1.4. Законы Ньютона . . . . .	25
§ 1.5. Силы в механике . . . . .	31
§ 1.6. Динамика движения по окружности . . . . .	44
§ 1.7. Статика (равновесие тел) . . . . .	53
Глава 3. Законы сохранения	
§ 1.8. Закон сохранения количества движения . . . . .	61
§ 1.9. Закон сохранения энергии . . . . .	67
Глава 4. Колебания, волны, движение жидкостей и газов	
§ 1.10. Механические колебания . . . . .	77
§ 1.11. Волны в сплошных средах . . . . .	102
§ 1.12. Движение жидкостей и газов . . . . .	117
<b>Раздел 2. Молекулярная физика и теплота</b> . . . . .	<b>132</b>
Глава 1. Молекулярная физика	
§ 2.1. Основы молекулярно-кинетической теории вещества . . . . .	132
§ 2.2. Тепловые процессы . . . . .	138
§ 2.3. Основные газовые законы . . . . .	145
Глава 2. Агрегатные состояния вещества	
§ 2.4. Жидкости . . . . .	153
§ 2.5. Испарение и конденсация жидкости . . . . .	158
§ 2.6. Твердое тело . . . . .	170
§ 2.7. Тепловые двигатели . . . . .	177
<b>Раздел 3. Электричество и магнетизм</b> . . . . .	<b>182</b>
Глава 1. Электрические заряды и электрическое поле	
§ 3.1. Взаимодействие электрических зарядов . . . . .	182
§ 3.2. Теорема Остроградского — Гаусса и ее применения . . . . .	188
§ 3.3. Потенциал и разность потенциалов . . . . .	199
§ 3.4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле . . . . .	208
§ 3.5. Электроемкость проводников . . . . .	218
Глава 2. Постоянный электрический ток	
§ 3.6. Электронная теория электропроводности . . . . .	223
§ 3.7. Законы постоянного тока . . . . .	226
§ 3.8. Работа и мощность тока . . . . .	233
Глава 3. Электромагнитные явления	
§ 3.9. Магнитное поле и его свойства . . . . .	235
§ 3.10. Электромагнитная индукция . . . . .	250
Глава 4. Электромагнитные колебания и волны	
§ 3.11. Переменный ток . . . . .	257
§ 3.12. Колебательный контур. Электромагнитные волны . . . . .	262
<b>Раздел 4. Оптика и атомная физика</b> . . . . .	<b>268</b>
Глава 1. Оптика	
§ 4.1. Основные законы оптики и некоторые опытные данные . . . . .	269
§ 4.2. Волновая теория света . . . . .	278
§ 4.3. Геометрическая оптика . . . . .	284
§ 4.4. Интерференция света . . . . .	303
§ 4.5. Дифракция света . . . . .	311
Глава 2. Строение атома. Атомная энергия	
§ 4.6. Введение . . . . .	316
§ 4.7. Строение атома . . . . .	320
§ 4.8. Радиоактивность . . . . .	325
§ 4.9. Строение атомного ядра . . . . .	331
§ 4.10. Ядерные реакции и атомная энергия . . . . .	336
§ 4.11. Понятие об элементарных частицах и их свойствах . . . . .	350

Цена 81 коп.

48412

Д4

1707

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МОСКОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА